学习与评价

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

课课练

数学

选修 4-2

凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社
凤凰核心教辅

学习与评价

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

课课练

数学

矩阵与变换

选修 4-2

主　编　单　墫
副主编　李善良　陈永高　王巧林
编　写　刘洪璐

凤凰出版传媒集团
凤凰新心教辅
江苏教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

ISBN 7-5343-7678-5

9 787534 376788 >

配苏教版普通高中课程标准实验教科书
书　　名　学习与评价·课课练
　　　　　数学(矩阵与变换　选修 4-2)
责任编辑　胡晋宾
出版发行　凤凰出版传媒集团
　　　　　江苏教育出版社(南京市马家街 31 号 210009)
网　　址　http://www.1088.com.cn
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
经　　销　江苏省新华发行集团有限公司
照　　排　南京理工出版信息技术有限公司
印　　刷　宝应县人民印刷有限公司
厂　　址　宝应县安宜东路(邮编 225800)
电　　话　0514-8262201
开　　本　787×1092 毫米　1/16
印　　张　3.5
版　　次　2006 年 8 月第 1 版
　　　　　2006 年 8 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 7—5343—7678—5/G·7363
定　　价　4.10 元
盗版举报　025—83204538

致同学

亲爱的同学：

如果你们理解教科书中的内容，并完成教科书中相关的练习与“感受·理解”部分的习题后，还想进一步加强基础知识的训练，以求加深对所学内容的理解，那么，我们向你推荐这本学习用书. 本书的内容是教科书的补充，它可以帮助你完善知识，也可以对你的学习情况进行检验.

你可以根据自己的需要，选择本书中部分或全部内容进行练习. 在此基础上，你可以尝试解决“拓展延伸”中的问题.

在解题之前，首先要对所学知识进行整理，总结思考问题的方法与策略. 最好先仔细阅读一下教科书，特别是教科书中的例题、习题.

在解题时，要认真观察、分析，综合运用知识. 面对一个新的问题，我们要不断地问自己：在何处碰见过类似的问题？将这个问题分解，其中的部分是否是我熟悉的？那时我是怎样解决的？等等. 遇到实在解决不了的问题，可以与同学研究或参考解答与提示，再思考解决问题的途径.

一个问题解决之后，不要马上转到另一个问题上，要及时反思：这个问题我是怎样解决的？还可以作哪些推广？等等.

在一个单元或一章结束后，最好做个总结，给出本章的知识结构图、重要的解决问题的思想方法以及你认为“好”的题目. 再检测一下自己的学习情况，如果与预期的目标有距离，要及时查漏补缺，不要让自己似懂非懂地转入下一阶段的学习中.

这样，你会觉得学习数学很轻松，而且愈学愈有趣.

苏教版《普通高中课程标准
实验教科书·数学》编写组
2006 年 8 月

目　录

第 1 课时　矩阵的概念

知识要点

了解提出矩阵概念的一些实际背景，会用矩阵表示一些简单的实际问题，掌握矩阵的行、列、元素等概念，知道零矩阵、矩阵的相等等相关知识.

分层训练

1. 在平面直角坐标系内，分别画出矩阵$\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}1\\-2\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}0\\3\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}$所表示的以坐标原点为起点的向量.

2. (1) 已知二元一次方程组$\begin{cases}x+3y=4,\\2x+3y=2,\end{cases}$试用矩阵表示它的系数和常数项；

(2) 已知二元一次方程组的系数矩阵为$\begin{bmatrix}4 & -1\\1 & 3\end{bmatrix}$，方程组右边的常数项矩阵为$\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$，试写出该方程组.

3. 仿照教科书中例 1 的方法，画出矩阵$\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$所表示的三角形.

4. 设 $\boldsymbol{M}$ 是一个 3×3 矩阵，且规定其元素 $a_{ij}=i+j$，$i=1, 2, 3$，$j=1, 2, 3$，试求 $\boldsymbol{M}$.

5. 设矩阵 $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}u & 3 & 5\\ 1 & v & 6\\ 4 & 3 & w\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}3 & x & y\\ p & 2 & z\\ q & r & 7\end{bmatrix}$. 若 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{N}$，试求实数 $u, v, w, x, y, z, p, q, r$ 的值.

拓展延伸

6. 已知甲、乙、丙三人中，甲、乙相识，甲、丙不相识，乙、丙相识. 若用 0 表示两个人之间不相识，1 表示两个人之间相识，请用一个矩阵表示他们之间的相识关系.（规定每个人都和自己相识）

回展反思

你还知道矩阵的其他应用吗？请举例说明.

第2课时　二阶矩阵与平面列向量的乘法

知识要点

掌握二阶矩阵与平面列向量的乘法规则，理解矩阵对应的变换是向量集合到向量集合的映射. 能熟练地将矩阵所对应的变换的坐标形式和矩阵乘法形式进行转换.

分层训练

1. 计算$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\ 1\end{bmatrix}$.

2. 求在矩阵$\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & -3\end{bmatrix}$对应的变换作用下，得到点$(5,\ -2)$的平面上的点 P 的坐标.

3. 已知$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}$，试求$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$.

4. 求向量$\begin{bmatrix}-2\\ -3\end{bmatrix}$在矩阵$\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$对应的变换作用下得到的向量.

5. 若 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$，求$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$.

6. (1) 已知 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\to\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$，试将它写成坐标变换的形式；

(2) 已知 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\to\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4x \\ 2y \end{bmatrix}$，试将它写成矩阵的乘法形式.

拓展延伸

7. 下表是某次校运会高二年级各班获得名次的统计(单位：人次)，其中第一到第六名的分值依次为 7，5，4，3，2，1. 你能分别算出高二(3)、(4)班的第一名、第二名共为本班得多少分吗？

	第一名	第二名	第三名	第四名	第五名	第六名
高二(1)班	3	1	1	3	4	1
高二(2)班	1	4	5	5	2	3
高二(3)班	2	3	2	4	1	2
高二(4)班	3	2	3	2	4	1

回顾反思

如果在第 7 题中，已知高二(3)、(4)班的第一名、第二名的人次是 $\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} \text{第一名} & \text{第二名} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{(3)班} \\ \text{(4)班} \end{array} & \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$，他们为本班得分为$\begin{bmatrix} 22 \\ 23 \end{bmatrix}$，你能算出第一名、第二名各应记多少分值吗？

第 3 课时　恒等变换与伸压变换

知识要点

掌握恒等变换与伸压变换的矩阵表示及其几何意义,了解单位矩阵.

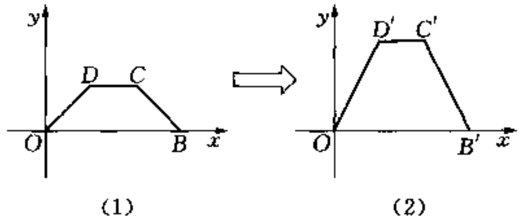
分层训练

1. 研究直角坐标平面内正方形 $OBCD$ 在矩阵 $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ 对应的变换作用下得到的几何图形,其中 $O(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(2, 2)$, $D(0, 2)$.

2. 求 $\triangle OBC$ 在矩阵 $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ 对应的变换作用下的结果,其中 O 为坐标原点,$B(-1, 0)$, $C(0, 1)$.

3. 考虑以下各向量在矩阵 $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$ 对应的变换作用下的结果,并从几何变换的角度解释所得结果:(1) $\begin{bmatrix}a\\0\end{bmatrix}$; (2) $\begin{bmatrix}0\\b\end{bmatrix}$.

4. 如图,求把梯形 $OBCD$ 变换成梯形 $OB'C'D'$ 的变换矩阵 $\boldsymbol{M}$,其中,$O(0, 0)$, $B(3, 0)$, $C(2, 1)$, $D(1, 1)$, $B'(3, 0)$, $C'(2, 2)$, $D'(1, 2)$.



(第 4 题)

5. 当 $m>0$ 时,矩阵 $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & m\end{bmatrix}$ 表示怎样的变换?矩阵 $\begin{bmatrix}m & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ 呢?

拓展延伸

6. 设 F: $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 在 $(x, y)\rightarrow(x', y')=(3x, y)$ 的伸压变换下变成另一图形 F',求 F' 的解析表达式.

回顾反思

本节中所讲的伸压变换从几何角度有何规律?它所对应的变换矩阵呢?伸压变换和通常意义下的伸缩变换有何异同?

第 4 课时　反射变换与旋转变换

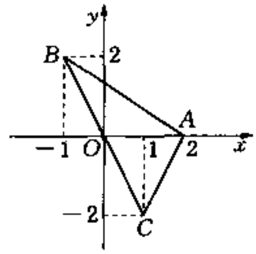
知识要点

掌握反射变换与旋转变换的矩阵表示及其几何意义. 从几何上理解二阶矩阵对应的变换是线性变换,并会证明二阶矩阵对应的变换把直线变成直线,或者把直线变为点.

分层训练

1. 分别研究下列变换矩阵对图中$\triangle ABC$的作用结果,分析并判断这些矩阵分别表示的是什么变换.

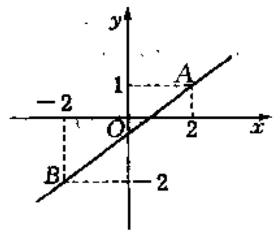
(1) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;　　(2) $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$.



(第 1 题)

2. 下列变换矩阵把图中的直线变成什么图形？为什么？

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$;　　(2) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$.



(第 2 题)

3. 对任意向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$,及实数 λ 和 μ,证明下列矩阵都满足 $\boldsymbol{M}(\lambda\boldsymbol{\alpha}+\mu\boldsymbol{\beta})=\lambda(\boldsymbol{M}\boldsymbol{\alpha})+\mu(\boldsymbol{M}\boldsymbol{\beta})$:

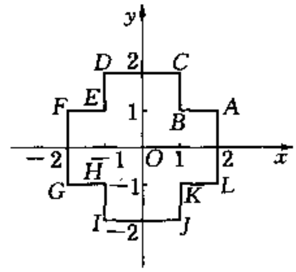
(1) $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$;　　(2) $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$;　　(3) $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.

4. (1) $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$表示什么变换？

(2) 当 $\theta=30^\circ$ 时，图中图形的变换结果是什么？当 $\theta=-30^\circ$ 时呢？

(3) 请分别给出绕坐标原点逆时针旋转 60° 的变换矩阵和绕坐标原点顺时针旋转 60° 的变换矩阵；

(4) 绕坐标原点顺时针旋转 θ 角的变换矩阵是什么？请证明你的结论.



(第 4(2)题)

5. 设 a, $b\in\mathbf{R}$, 若 $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}a & 0\\ -1 & b\end{bmatrix}$所定义的线性变换把直线 l: $2x+y-7=0$ 变换成另一直线 l': $x+y-3=0$, 求 a, b 的值.

拓展延伸

6. 二阶矩阵 $\boldsymbol{M}$ 对应的变换将(1, −1)与(−2, 1)分别变换成(5, 7)与(−3, 6).

(1) 求矩阵 $\boldsymbol{M}$;

(2) 求直线 l: $x-y=4$ 在此变换下所变成的直线 l'的解析表达式.

回顾反思

在平面解析几何中，点(x, y)关于 x 轴、y 轴、坐标原点所做的对称变换对应的矩阵分别是什么？如果点(x, y)关于坐标原点的反射变换用旋转变换来表示，那么它的变换角度是多少？变换矩阵是什么？

第 5 课时　投影变换与切变变换

知识要点

掌握投影变换与切变变换对应的矩阵表示及其几何意义.

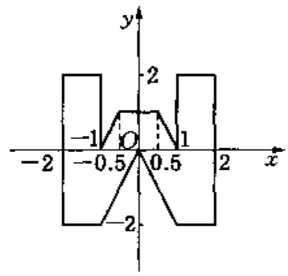
分层训练

1. 已知变换 T 是将平面内图形投影到直线 $y=2x$ 上的变换，试求它所对应的矩阵 $\boldsymbol{M}$.

2. 已知点 $A(1,\ 1)$ $B(2,\ 3)$，说明线段 AB 在矩阵 $\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$ 表示的变换作用下得到的图形.

3. 试分别指出图形"W"在下列矩阵表示的变换作用下变成了什么图形，选出几点计算一下，并画图验证你的结论.

(1) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$;　　　　(2) $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$.



（第 3 题）

4. 考察矩阵$\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}$对应的变换把点$A(1, 2)$, $B(2, 3)$, $C(2, 0)$变成的像点的坐标,并回答以下问题:

(1) 该矩阵把直线AB变成了什么图形? 并画出图形.

(2) 该矩阵把直线AC变成了什么图形? 并画出图形.

(3) 该矩阵把直线BC变成了什么图形? 并画出图形.

(4) 矩阵$\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}$对应的是什么变换?

5. 设圆F: $x^2+y^2=1$在$(x, y)\rightarrow(x', y')=(x+2y, y)$对应的切变变换下变换成另一图形$F'$,试求$F'$的解析表达式.

拓展延伸

6. 设椭圆F: $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{4}=1$在$(x, y)\rightarrow(x', y')=(x-y, y)$的切变变换下变换成另一图形$F'$,试求$F'$的解析表达式.

回顾反思

对于一个平面图形来说,在切变变换前后,它的几何性质(如线段长度、角度、周长、面积等)有变化吗? 试以切变变换矩阵$\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}$和平行四边形$ABCD$,其中$A(0, 0)$, $B(2, 2)$, $C(6, 2)$, $D(4, 0)$为例加以说明.

第 6 课时　单元复习(1)

知识要点

1. 掌握矩阵的有关概念,掌握几种常见变换的几何表示及其几何意义.

2. 掌握线性变换的"将直线变成直线,或者将直线变成一个点"这一重要性质,并能将本单元知识融会贯通.

例题评析

例 1　已知矩阵$\begin{bmatrix}1 & -1\\0 & 1\end{bmatrix}$表示的变换把点 A 变成 $A'(2, 1)$,求点 A 的坐标.

解　设点 $A(x, y)$,由题意,得 $\begin{bmatrix}1 & -1\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$,即$\begin{cases}x-y=2,\\y=1,\end{cases}$故$\begin{cases}x=3,\\y=1,\end{cases}$即点 A 的坐标为$(3, 1)$.

点评　应正确理解矩阵与向量乘法的含义,并根据这一含义,将问题转化为矩阵的计算.

例 2　分别给出下列矩阵表示的变换对图中$\triangle ABC$的作用结果,其中 $A(-2, 0)$, $B(0, 1)$, $C(2, 0)$.

(1) $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -2\end{bmatrix}$; (2) $\begin{bmatrix}1 & -1\\0 & 1\end{bmatrix}$; (3) $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$; (4) $\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$.

解　(1) 矩阵$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -2\end{bmatrix}$表示横坐标保持不变,纵坐标沿 y 轴负方向拉伸为原来的 2 倍的伸压变换. 故$\triangle ABC$变为$\triangle A'B'C'$,其中 $A'(-2, 0)$, $B'(0, -2)$, $C'(2, 0)$.

(2) 矩阵$\begin{bmatrix}1 & -1\\0 & 1\end{bmatrix}$表示纵坐标保持不变,横坐标依纵坐标比例减小的切变变换,故$\triangle ABC$变为$\triangle A'B'C'$,其中 $A'(-2, 0)$, $B'(-1, 1)$, $C'(2, 0)$.

(3) 矩阵$\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$表示将图形变换为与之关于直线 $y=x$ 对称的反射变换,故$\triangle ABC$变为$\triangle A'B'C'$,其中 $A'(0, -2)$, $B'(1, 0)$, $C'(0, 2)$.

(4) 矩阵$\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$表示绕原点逆时针旋转 30°的旋转变换,故$\triangle ABC$变为

$\triangle A'B'C'$，其中 $A'(-\sqrt{3},\ -1)$，$B'\left(-\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$C'(\sqrt{3},\ 1)$.

点评 对于常见的变换，要能根据变换前后的图形中点的坐标变换规律写出变换矩阵；对于给定的二阶矩阵，要能熟练地根据书中第 8 页的变换的坐标形式和矩阵形式相互转化的规则指明所对应的变换.

例 3 已知在一个二阶矩阵的变换作用下，点 $A(1,\ 2)$ 变成了点 $A'(5,\ 11)$，点 $B(3,\ -1)$ 变成了点 $B'(1,\ 5)$，点 $C(x,\ 0)$ 变成了点 $C'(2,\ y)$，求 $x,\ y$.

解 不妨设该二阶矩阵为 $M=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，则由题意得 $\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ 11\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\ -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 5\end{bmatrix}$，即 $\begin{cases}a+2b=5,\\ c+2d=11,\end{cases}$ $\begin{cases}3a-b=1,\\ 3c-d=5,\end{cases}$ 解得 $a=1,\ b=2,\ c=3,\ d=4$，故 $M=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$. 再由题意知，$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ y\end{bmatrix}$，即 $\begin{cases}x=2,\\ 3x=y,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\ y=6.\end{cases}$

点评 应熟练掌握二阶矩阵对应的变换的矩阵表示和几何意义.

例 4 已知矩阵 $M=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & -3\end{bmatrix}$，向量 $\boldsymbol{\alpha}=\begin{bmatrix}3\\ -5\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}2\\ 4\end{bmatrix}$.

(1) 求向量 $2\boldsymbol{\alpha}+3\boldsymbol{\beta}$ 在 T_M 作用下的象；

(2) 求向量 $4M\boldsymbol{\alpha}-3M\boldsymbol{\beta}$.

解 (1) 因为 $2\boldsymbol{\alpha}+3\boldsymbol{\beta}=2\begin{bmatrix}3\\ -5\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}2\\ 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\ -10\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}6\\ 12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12\\ 2\end{bmatrix}$，所以 $M(2\boldsymbol{\alpha}+3\boldsymbol{\beta})=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}12\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8\\ -18\end{bmatrix}$，故向量 $2\boldsymbol{\alpha}+3\boldsymbol{\beta}$ 在 T_M 作用下的象为 $\begin{bmatrix}8\\ -18\end{bmatrix}$.

(2) $4M\boldsymbol{\alpha}-3M\boldsymbol{\beta}=M(4\boldsymbol{\alpha}-3\boldsymbol{\beta})=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}6\\ -32\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}70\\ 90\end{bmatrix}$.

点评 教材中未对矩阵的加、减和数乘进行定义，只是把列矩阵的加法看做是向量的加法，即 $2\boldsymbol{\alpha}+3\boldsymbol{\beta}=2\times(3,\ -5)+3\times(2,\ 4)=(12,\ 2)$，转化为列矩阵的形式，即是第(1)题的解法. 对线性变换而言，如果存在实数 $\lambda,\ \mu$，那么有 $M(\lambda\boldsymbol{\alpha}+\mu\boldsymbol{\beta})=\lambda M\boldsymbol{\alpha}+\mu M\boldsymbol{\beta}$. 从直观上来理解，所谓线性变换，就是把直线变为直线或者把直线变成一个点的几何变换，教材中所讲的恒等、伸压、反射、旋转、投影、切变以及能用二阶矩阵刻画的平面变换都是线性变换，只是投影变换将整个平面变到一条直线，将某些直线变成一个点，是"将直线变成直线"的一种退化的特殊情况.

单元测试

1. 将方程 $f(x)=\log_2 x$ 的图象绕原点逆时针旋转 90°得到 $g(x)$ 的图象，则 $g(-2)=$ ________.

2. 已知 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ 是圆 $x^2+y^2=2$ 上的两点，O 为坐标原点，且 $\angle AOB=120°$，则 $x_1x_2+y_1y_2=$ ________.