

● 新 教 材 ●

高中

同步跟踪导学

数学

高一（下）

主编 凌美忠

上海科学普及出版社
汉语大词典出版社

● 新 教 材 ●

高中

同步跟踪导学

高一（下）

数 学

主 编 凌美忠 编写者 凌美忠 易 楠 江 浔 孙丹曦

上海科学普及出版社
汉语大词典出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中同步跟踪导学. 数学高一. 下/凌美忠主编. —上海: 上海科学普及出版社, 汉语大词典出版社, 2006. 3
ISBN 7-5427-3199-8

I. 高... II. 凌... III. 数学课-高中-教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 017017 号

责任编辑 张建青 徐林林
封面摄影 李京南

高中同步跟踪导学

数学高一(下)

凌美忠 主编

上海科学普及出版社 出版发行
汉语大词典出版社

(上海中山北路 832 号 邮政编码 200070)

<http://www.pspsh.com>

各地新华书店经销 常熟新驿印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 8.25 字数 200 000

2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 7-5427-3199-8/O·163 定价: 15.00 元

本书如有缺页、错装或损坏等严重质量问题
请向出版社联系调换

目 录

第五章 三角比	1
5.1 任意角及其度量	1
5.1.1 任意角及其度量(1)	1
5.1.2 任意角及其度量(2)	2
5.2 任意角的三角比	4
5.2.1 任意角的三角比(1)	4
5.2.2 任意角的三角比(2)	5
5.3 同角三角比的关系和诱导公式	7
5.3.1 同角三角比的关系	7
5.3.2 诱导公式	9
5.3.3 三角恒等式证明	11
5.4 两角和与差的余弦、正弦和正切	12
5.4.1 两角和与差的余弦	12
5.4.2 两角和与差的正弦	14
5.4.3 两角和与差的正切	16
5.4.4 辅助角公式	18
5.5 二倍角与半角的正弦、余弦和正切	20
5.5.1 二倍角公式	20
5.5.2 半角公式	22
5.6 三角比的积化和差与和差化积	24
5.6.1 三角比的积化和差	24
5.6.2 三角比的和差化积	26
5.7 正弦定理、余弦定理和解斜三角形	28
5.7.1 正弦定理、余弦定理和解斜三角形(1)	28
5.7.2 正弦定理、余弦定理和解斜三角形(2)	30
5.7.3 正弦定理、余弦定理和解斜三角形(3)	31
5.7.4 正弦定理、余弦定理和解斜三角形(4)	33
本章小结	36
本章测试	36
第六章 三角函数	40
6.1 正弦函数和余弦函数的性质与图像	40
6.1.1 正弦函数和余弦函数的性质与图像(1)	40
6.1.2 正弦函数和余弦函数的性质与图像(2)	41



6.1.3 正弦函数和余弦函数的性质与图像(3)	43
6.1.4 正弦函数和余弦函数的性质与图像(4)	45
6.2 正切函数的性质与图像	47
6.3 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像和性质	49
6.4 反三角函数	51
6.5 最简三角方程	54
本章小结	56
本章测试	56

第七章 数列	59
7.1 数列	59
7.1.1 数列(1)	59
7.1.2 数列(2)	61
7.2 等差数列与等比数列	63
7.2.1 等差数列与等比数列(1)	63
7.2.2 等差数列与等比数列(2)	64
7.2.3 等差数列与等比数列(3)	66
7.3 等差数列与等比数列的通项公式	68
7.3.1 等差数列与等比数列的通项公式(1)	68
7.3.2 等差数列与等比数列的通项公式(2)	71
7.4 等差数列的前 n 项和	73
7.5 等比数列的前 n 项和	75
7.5.1 等比数列的前 n 项和(1)	75
7.5.2 等比数列的前 n 项和(2)	76
本章小结	79
本章测试	79

第八章 数学归纳法	82
8.1 归纳—猜想—证明	82
8.2 数学归纳法的应用	85
本章小结	87
本章测试	87

第二学期期中测试(A卷)	90
第二学期期中测试(B卷)	93
第二学期期末测试(A卷)	96
第二学期期末测试(B卷)	99

参考答案	102
------	-----



第五章 三角比

5.1 任意角及其度量

5.1.1 任意角及其度量(1)

【知识回顾】

1. 一条射线绕端点按逆时针方向旋转所形成的角为_____,其度量值是_____;按顺时针方向旋转所形成的角为_____,其度量值是_____.
2. 与角 α 有重合终边的角(包括角 α 本身)的集合表示为_____.



基础训练

一、填空题

1. 在 $-360^\circ \sim 720^\circ$ 之间与 -1050° 终边相同的角是_____.
2. 在与 2048° 角终边相同的角中,最小的正角为_____,最大的负角为_____.
3. 把 960° 化为 $k \cdot 360^\circ + \alpha$ ($k \in \mathbf{Z}$)形式,使 α 的绝对值最小,结果是_____.
4. 若角 α 的顶点在原点,角的始边与 x 轴正半轴重合,则角 α 与 $\alpha - 180^\circ$ 的终边关于_____对称.

二、选择题

5. 将分针拨慢5分钟,则分针转过的弧度数是 ()
(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $-\frac{\pi}{3}$ (D) $-\frac{\pi}{6}$
6. 若角 α 与角 β 的终边关于 y 轴对称,则 ()
(A) $\alpha + \beta = 2k\pi + \pi$ ($k \in \mathbf{Z}$) (B) $\alpha + \beta = k\pi + \pi$ ($k \in \mathbf{Z}$)
(C) $\alpha + \beta = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$) (D) $\alpha + \beta = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$)
7. 给出下列命题,① 终边相同的角一定相等;② 第一象限的角都是锐角;③ 若 $\alpha \in [0^\circ, 90^\circ]$,则 α 是第一象限的角;④ 若 α 是第一象限的角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 必是第一象限的角,其中正确的命题的个数为 ()
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

三、解答题

8. 把下列角化为 $\alpha + k \cdot 360^\circ$ ($0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$, $k \in \mathbf{Z}$)形式,并指出所在象限: 2450° , -1540° .



9. 2006° 角是第几象限角? 在 $(0^\circ, 360^\circ)$ 内,求与 2006° 角终边相同的角?

10. 已知一扇形的周长为 C ($C > 0$),当扇形的中心角为多大时,它有最大面积,并求出最大面积.

5.1.2 任意角及其度量(2)

【知识回顾】

1. 把弧长等于半径的弧所对的圆心角叫做_____.用“弧度”做单位来度量角的制度叫做_____.
2. 设扇形的圆心角为 α ($0 < \alpha < 2\pi$),半径为 r ,则弧长 $l =$ _____,面积 $S =$ _____ = _____.
3. 弧度制和角度制的换算关系: $1^\circ =$ _____弧度; 1 弧度=_____度.



基础训练

一、填空题

1. α 是第一象限角可表示为_____; α 是第三象限角可表示为_____.
2. 终边落在坐标轴上的角可表示为_____.
3. 已知集合 $A = \{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$,集合 $B = \{x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$,则集合 A, B 的关系是_____.
4. 直径为10 cm的轮子每秒钟旋转45弧度,轮周上一点经过5秒转过的弧长为_____.

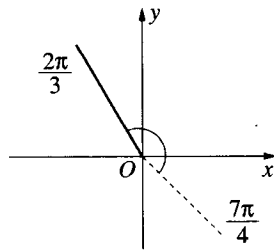
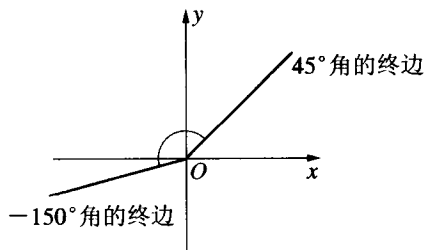
二、选择题

5. 扇形周长为6 cm,面积为 2 cm^2 ,则圆心角的弧度数是 ()
(A) 1或2 (B) 1或4 (C) 2或4 (D) 1或5
6. 已知 θ 为第二象限角,且 $|\sin \frac{\theta}{2}| = -\sin \frac{\theta}{2}$,则 $\frac{\theta}{2}$ 是 ()
(A) 第一或第二象限角 (B) 第二或第四象限角
(C) 第三象限角 (D) 第四象限角
7. 设 $A = \{\theta \mid \theta \text{ 为锐角}\}$, $B = \{\theta \mid \theta \text{ 为第一象限的角}\}$, $C = \{\theta \mid \theta \text{ 为小于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$, $D = \{\theta \mid \theta \text{ 为小于 } 90^\circ \text{ 的正角}\}$,则 ()
(A) $A = B$ (B) $B = C$ (C) $A = C$ (D) $D = A$



三、解答题

8. 写出终边落在如图所示的范围内的角的集合(不包含画成虚线的边界).



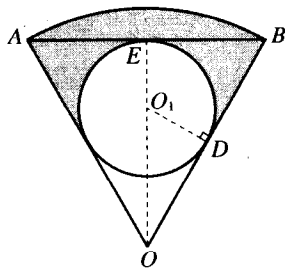
9. 已知 α, β 满足 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 求(1) $\alpha - \beta$ 的范围; (2) $2\alpha - \beta$ 的范围.

10. 地球的赤道半径是 6 370 公里, 赤道上 $1'$ 角所对的弧长是 1 海里, 则 1 海里等于多少公里?



能力升级

1. 如图所示, 扇形 AOB 的半径 $r = 12$ cm, 圆心角 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$, 求阴影部分的面积.



2. 若扇形的周长是一定值 C ($C > 0$), 当 α 为多少弧度时, 该扇形的面积有最大值? 并求出这个最大值.

5.2 任意角的三角比

5.2.1 任意角的三角比(1)

【知识回顾】

1. 设 α 是一个任意角, α 的终边上任意一点 P 的坐标是 (x, y) , 它与原点的距离是 r ($r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$), 那么 $\sin \alpha =$ _____, $\cos \alpha =$ _____, $\tan \alpha =$ _____, $\cot \alpha =$ _____, $\sec \alpha =$ _____, $\csc \alpha =$ _____.
2. 以原点为圆心, 半径等于 _____ 的圆叫做 _____.



基础训练

一、填空题

1. 已知角 α 的终边经过点 $(-3, 4)$, 则 $\csc \alpha =$ _____.
2. 已知角 α 终边过点 $(\sqrt{3}, -1)$, 则 $2\sin \alpha + \sqrt{3}\cos \alpha$ 之值为 _____.
3. 使式子 $\log_2 \tan x + (-\cos x)^{-\frac{1}{2}}$ 有意义的 x 的取值范围是 _____.
4. 若实数 x 满足: $\log_2 x = 1 + \sin \theta$ ($\theta \in \mathbf{R}$), 则函数 $y = |x + 1| - |x - 5|$ 的值域是 _____.

二、选择题

5. 已知 α, β 都是第一象限的角, 且 $\alpha > \beta$, 则 ()
- (A) $\sin \alpha > \sin \beta$ 必成立 (B) $\sin \alpha < \sin \beta$ 必成立
- (C) $\sin \alpha = \sin \beta$ 不可能成立 (D) 以上均不对
6. 已知点 $P(4, x)$ 在角 α 的终边上, 且满足 $x < 0$, $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan \alpha$ 的值为 ()
- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{4}{3}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$
7. “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ” 是 “ $A = 30^\circ$ ” 的 ()
- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
- (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

三、解答题

8. 根据下列条件, 写出角 θ 的取值范围: (1) $\sin \theta < -\frac{\sqrt{2}}{2}$; (2) $\tan \theta > \sqrt{3}$.



9. 已知 $\cos \alpha > 0$ 且 $\tan \alpha < 0$, (1) 求角 α 的集合; (2) 求角 $\frac{\alpha}{2}$ 终边所在象限; (3) 试判断 $\tan \frac{\alpha}{2}$, $\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$ 的符号.

10. 已知角 α 的终边上有一点 P 到原点的距离为 $\sqrt{10}$, 且 $\cos \alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ($0 < \alpha < \pi$), 求 P 点的坐标.



能力升级

- 点 M 到原点的距离为 R , OM 与 OX 轴正方向所成的角为 α ($0 \leq \alpha < \pi$), M 点的坐标是什么?
- 已知角 α 的终边在函数 $y = -|x|$ 的图像上, 求 $\cos \alpha$ 与 $\tan \alpha$ 的值.

5.2.2 任意角的三角比(2)

【知识回顾】

- 三角公式: $\sin(2k\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos(2k\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\tan(2k\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cot(2k\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, 其中 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 角 α 的三角比值的正负号, 由 $\underline{\hspace{2cm}}$ 所在的位置完全确定. 其中 $\sin \alpha$ 在 $\underline{\hspace{2cm}}$ 为正, $\cos \alpha$ 在 $\underline{\hspace{2cm}}$ 为正, $\tan \alpha$ 在 $\underline{\hspace{2cm}}$ 为正.





基础训练

一、填空题

1. 如果 θ 是第二象限角, 试判断 $\frac{\sin(\cos \theta)}{\cos(\sin \theta)}$ 的符号为_____ (正、负).
2. 已知 $\cos(75^\circ + \alpha) = \frac{1}{3}$, α 为第三象限角, 则 $\cos(15^\circ - \alpha) + \sin(\alpha - 15^\circ)$ 的值为_____.
3. 已知: $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$, 又 x 是第二象限角, 则 $x =$ _____.
4. 已知 $\cot(\sin \theta) \cdot \tan(\cos \theta) > 0$, 判断 θ 是第_____象限的角.

二、选择题

5. 若 $\sin \theta \cdot \cos \theta > 0$, 则 θ 在_____ ()
(A) 第一、二象限 (B) 第一、三象限 (C) 第一、四象限 (D) 第二、四象限
6. 下列各式中, 结论正确的是_____ ()
(1) $\cos(-1231^\circ) < 0$; (2) $\cot \alpha > 0$; (3) $\sin \frac{12\pi}{7} < 0$; (4) $\tan(-110^\circ) < 0$.
(A) (1)和(3) (B) (2)和(3) (C) (1)和(4) (D) (3)和(4)
7. 函数 $y = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{|\tan x|}{\tan x} + \frac{\cot x}{|\cot x|}$ 的值域是_____ ()
(A) $\{-2, 4\}$ (B) $\{-2, 0, 4\}$
(C) $\{-2, 0, 2, 4\}$ (D) $\{-4, -2, 0, 4\}$

三、解答题

8. 求函数 $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{-\tan x}$ 的定义域.
9. 已知角 α 终边上一点与 x 轴的距离和与 y 轴的距离之比为 $4:3$, 且 $\cos \alpha < 0$, 求 $\sin \alpha$ 和 $\tan \alpha$ 的值.

10. 已知 α, β 满足 $|\cos \alpha - \cos \beta| = |\cos \alpha| + |\cos \beta|$, 且 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 化简 $\sqrt{|\cos \alpha - \cos \beta|^2}$.





能力升级

1. 角 α 的终边上的点 P 与点 $A(a, b)$ 关于 x 轴对称, 角 β 的终边上的点 Q 与点 $A(a, b)$ 关于直线 $y = x$ 对称, 求 $\sin \alpha \cdot \sec \beta + \tan \alpha \cdot \cot \beta + \sec \alpha \cdot \csc \beta$ 的值, 其中 $ab \neq 0$.

2. 已知 θ 为锐角, 用三角比定义, 并取 $r = 1$,

证明: (1) $1 < \sin \theta + \cos \theta \leq \sqrt{2}$;

(2) $\sin \theta < \theta < \tan \theta$.

5.3 同角三角比的关系和诱导公式

5.3.1 同角三角比的关系

【知识回顾】

1. 同角三角比的基本关系

(1) 倒数关系: _____, _____, _____; (2) 商数关系: _____, _____; (3) 平方关系: _____, _____, _____.

2. 如果已知角 α 的一个三角比和它所在的象限, 那么 _____ 就可以惟一确定.



基础训练

一、填空题

1. 已知: $\tan x = 3$, 则 $\sin x - \cos x =$ _____.

2. 已知: $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$, $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\sin^3 x + \cos^3 x =$ _____, $\tan x =$ _____.

3. $\cos x + \cos^2 x = 1$, 则 $\sin x + \sin^2 x =$ _____.

4. 若函数 $y = \frac{2\sin x + 1}{3\sin x - 2}$, 则函数的值域是 _____.

二、选择题

5. 设 $x \neq \frac{1}{2}k\pi (k \in \mathbb{Z})$, 则 $\frac{\sin x + \tan x}{\cos x + \cot x}$ 的值 ()

- (A) 恒为正 (B) 恒为负 (C) 恒为非负 (D) 不确定

6. 如果 $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$, 且 $x \in (0, \pi)$, 那么 $\tan x$ 的值是 ()

- (A) $-\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $-\frac{4}{3}$ 或 $-\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{3}{4}$

7. 已知 x 为第四象限的角, 则 $\cos x \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} + \sin x \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ 可化简为 ()

- (A) $\cos x - \sin x$ (B) $\sin x - \cos x$
(C) $\cos x + \sin x$ (D) $2 - \sin x - \cos x$

三、解答题

8. 若 $0 < x < \frac{\pi}{4}$ 时, 求函数 $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x - \sin^2 x}$ 的最小值.

9. 已知 $\frac{\tan \alpha}{\tan \alpha - 1} = -1$, 求下列各式的值:

- (1) $\frac{\sin \alpha - 3\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$; (2) $\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + 2$.

10. 已知 $\tan \alpha$ 是方程 $x^2 + 2x \sec \alpha + 1 = 0$ 的两个根中较小的根, 求 α 的值.

能力升级

1. 已知方程 $x^2 - (\tan \theta + \cot \theta)x + 1 = 0$ 有一根是 $2 + \sqrt{3}$, 求: $\log_{\frac{1}{2}} \sin \theta - \log_2 \cos \theta$ 的值.

2. 设 α 是第三象限角, 问是否存在这样的实数 k , 使得 $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ 是关于 x 的方程 $8x^2 + 6kx + 2k + 1 = 0$ 的两个根? 若存在, 请求出实数 k , 若不存在, 说明理由.

5.3.2 诱导公式

【知识回顾】

1. 诱导公式(第二组诱导公式)

$$\sin(-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cot(-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 诱导公式(第三组诱导公式)

$$\sin(\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cot(\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 诱导公式(第四组诱导公式)

$$\sin(\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cot(\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. 对于任意角 α 的三角比, 利用诱导公式总可以转化成锐角三角比. 转化的一般途径是: 负角 $\rightarrow$ $\underline{\hspace{2cm}}$ $\rightarrow$ $\underline{\hspace{2cm}}$ $\rightarrow$ $\underline{\hspace{2cm}}$ (不惟一).



基础训练

一、填空题

- 若 $\tan \alpha = -3$, 则 $\sin(\pi + \alpha)\cos(\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知: $\sin(5\pi - \alpha) = -\frac{1}{3}$, 则 $\sec(\alpha - 7\pi) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 $\cos 145^\circ = a$, 则 $\tan 35^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知 $\cos x = -\frac{1}{2}$, 且 $x \in (-\pi, \pi)$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

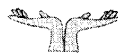
5. 已知 $\cos(\pi - \alpha) = -\frac{3}{5}$, 且 α 是第一象限角, 则 $\sin(-2\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$ ()

(A) $\frac{4}{5}$ (B) $-\frac{4}{5}$ (C) $-\frac{3}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$

6. 已知 $\tan x = m$, $\pi < x < 2\pi$, 则 $\sin x = \underline{\hspace{2cm}}$ ()

(A) $\pm m\sqrt{1+m^2}$ (B) $\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$

(C) $\pm \frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$ (D) $\begin{cases} \frac{-m}{\sqrt{1+m^2}}, m > 0 \\ \frac{m}{\sqrt{1+m^2}}, m < 0 \end{cases}$



7. 已知函数 $f(x) = \cos \frac{x}{2}$, 则下列等式成立的是

()

(A) $f(2\pi - x) = f(x)$

(B) $f(2\pi + x) = f(x)$

(C) $f(-x) = -f(x)$

(D) $f(-x) = f(x)$

三、解答题

8. 化简: $\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} - \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$.

9. 求证: $\frac{\sin^2(2\pi - \theta) + \cos^2(\pi - \theta) + \sec(2\pi - \theta)\sec(\pi - \theta)}{\sin^2(\pi - \theta) + \cos^2(\pi + \theta) + \csc(2\pi - \theta)\csc(\pi - \theta)} = \tan^4 \theta$.

10. 已知: $\sin x = \frac{m-3}{m+5}$, $\cos x = \frac{4-2m}{m+5}$, 其中 $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, 求 m 的值.

能力升级

1. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 是一个非常重要的公式, 由它可导出许多恒等式, 请你尽可能多的写出恒等式, 并写出必要的推导过程.

2. 求证: $\frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{4n+1}{4}\pi + \alpha\right) + \cos\left(\frac{4n-1}{4}\pi - \alpha\right) \right] = (-1)^n \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \quad (n \in \mathbf{Z})$.

5.3.3 三角恒等式证明

【知识回顾】

1. 在证明恒等式中:将 $\tan \alpha$ ($\cot \alpha$, $\sec \alpha$, $\csc \alpha$) 用 $\sin \alpha$ 与 _____ 表示,使问题得到解决. 我们通常称为 _____.
2. 证明恒等式常用的方法:① 从左边到 _____,② 从右边到 _____,③ 两边同时化简,证明等于中间变量.
3. 注意: $(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 =$ _____, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 -$ _____ = _____ + $2\sin \alpha \cos \alpha$ 的应用.



基础训练

一、填空题

1. 已知: $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{8}$, 且 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值为 _____.
2. 已知: $\sin \alpha = 2\sin \beta$, $\tan \alpha = 3\tan \beta$, 则 $\cos^2 \alpha$ 的值为 _____.
3. 已知: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{8}{5}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.
4. 若 $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} = 2\tan x$, 则 x 的取值范围是 _____.

二、选择题

5. 若 $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$, 则下列各式中不正确的是 ()
 (A) $\sin \alpha + \cos \alpha > 1$ (B) $\sin \alpha - \cos \alpha < 1$
 (C) $\sin(\alpha + \beta) > \sin(\alpha - \beta)$ (D) $\cos(\alpha + \beta) > \cos(\alpha - \beta)$
6. 若 $\sin x + \cos x = \tan x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$), 则 $x \in$ ()
 (A) $(0, \frac{\pi}{6})$ (B) $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ (C) $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ (D) $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$
7. 方程 $3(\sec^2 x + \cot^2 x) = 13$ 在区间 $(-\pi, \pi)$ 上的解有 ()
 (A) 2 个 (B) 4 个 (C) 8 个 (D) 16 个

三、解答题

8. 证明恒等式: $\tan x - \cot x = \frac{1 - 2\cos^2 x}{\sin x \cos x}$.



9. 化简: $\frac{1}{1+\sin^2\alpha} + \frac{1}{1+\cos^2\alpha} + \frac{1}{1+\sec^2\alpha} + \frac{1}{1+\csc^2\alpha}$.

10. 证明恒等式: $\frac{\sin^4\alpha + \cos^4\alpha - 1}{\sin^6\alpha + \cos^6\alpha - 1} = \frac{2}{3}$.



能力升级

1. 已知 $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$, 且 $0 < x < \pi$, 由此我们能得出哪些结论?

2. 试求函数 $y = \sin x + \cos x + 2\sin x \cos x + 2$ 的最大值和最小值. 又若 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 呢?

5.4 两角和与差的余弦、正弦和正切

5.4.1 两角和与差的余弦

【知识回顾】

1. 两角和的余弦公式 $\cos(\alpha + \beta) =$ _____; 两角差的余弦公式 $\cos(\alpha - \beta) =$ _____.

2. 诱导公式(第五组诱导公式)

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$ _____, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$ _____, $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$ _____,

$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$ _____.

