根据教育部2002年新大纲新教材编写

黄冈教练

双栏链接

轻松·易学·快捷

初三数学

丛书主编：周益新
本册主编：南秀全

龍門書局

黄冈教练

双栏链接

初三数学

SHUANG LAN LIAN JIE

□ 主编　南秀全

□ 撰稿　余曙光　付东峰

付志奎　肖益鸣

龍　門　書　局

2002

版权所有　翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160　13501151303(打假办)

邮购电话：(010)64000246

主　编　南秀全

责任编辑　张启男　田　旭

龍門書局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

中国人民解放军第1201工厂印刷

科学出版社总发行　　各地书店经销

*

2002年6月第　一　版　　开本：890×1240　A5

2002年6月第一次印刷　　印张：10 3/4

印数：1－70 000　　字数：340 000

ISBN 7-80160-468-7/G·458

定价：12.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

阅读指导

怎样才能在最短的时间内掌握全部知识点?
怎样才能对解题规律了如指掌?
怎样才能轻松自如地考取高分?
怎样才能梦想成真,梦圆北大清华?

好的方法是开启成功大门的钥匙。《黄冈教练　双栏链接》所倡导的学习方法和技巧将给你带来前所未有的体验:

1、方法表解——无限风光在表中

知识提炼　方法表解

知识点	题　型	研究性学习	中考考向分析
一元二次方程的定义 解一元二次方程 因式分解 解一元二次方程的方法 一元二次方程根与系数的关系	一元二次方程的鉴别 一元二次方程的三种解法 用因式分解法解一元二次方程 多种方法解一元二次方程举例 已知一元二次方程求它的两根与两根的积 求含根的对称式的值	本章知识学习要掌握好由基本知识内容反映出来的消元、降次等数学思维规律及方法．本章解方程的思想方法是"换元法",通过换元法,可使较复杂的方程求解问题转化为较简单的问题．	热点　(1)一元二次方程的解法,分式方程的解法与验根;(2)一元二次方程根的判别式,根与系数的关系;(3)一元二次方程的应用题． 冷点　方程与方程组的技巧性解法．

学习方法　解题规律

一目了然　轻松记忆

2、双栏链接——教、学、练、考,一一对应

双栏链接是指左右双栏中的内容一一对应,互通互动。

重难点突破　对号入座

用因式分解法解一元二次方程

因式分解法是解一元二次方程常用的方法,其理论根据是:两个因式的积等于零的充分必要条件是这两个因式中至少要有一个等于0.

提取公因式

看懂这一步的变形思路了吗?

【例1】 用因式分解法解下列一元二次方程．

(1) $5x^2+3x=0$;
(2) $7x(3-x)=4(x-3)$;
(3) $4(x-3)^2-25(x-2)^2=0$;
(4) $x^2+7x+6=0$.

【解析】 (1)提取公因式 x,得 $x(5x+3)=0$,
$\therefore x=0$ 或 $5x+3=0$.
$\therefore x_1=0,\ x_2=-\frac{3}{5}$.

(2)移项,得
$7x(3-x)+4(3-x)=0$,
$\therefore (3-x)(7x+4)=0$.
$\therefore 3-x=0$ 或 $7x+4=0$.
$\therefore x_1=3,\ x_2=-\frac{4}{7}$.

(3)整理得
$[2(x-3)]^2-[5(x-2)]^2=0$,

链接一:知识要点与典型例题一一对应,相互链接

左栏是知识点,右栏是配套的典型例题,即:

知识点与例题一一链接

同步闯关　发散点拨

同步闯关

1.（合肥市，2001）某农场粮食产量是：1998 年为 1200 万公斤，2000 年为 1452 万公斤，如果平均每年增长率为 x，则 x 需满足的方程是（　　）

A. $1200(1+x)^2=1452$
B. $2000(1+2x)=1452$
C. $1200(1+x\%)^2=1452$
D. $1200(1+x\%)=1452$

2.（济南市，2001）某超市一月份的营业额为 200 万元，一月、二月、三月的营业额共 1000 万元，如果平均每月增长率为 x，则由题意列方程应为（　　）

A. $200(1+x)^2=1000$
B. $200+200\cdot 2\cdot x=1000$
C. $200+200\cdot 3\cdot x=1000$
D. $200[1+(1+x)+(1+x)^2]=1000$

3. 两个正数的差是 2，它们的平方和是 52，则这两个数是（　　）

A. 2 和 4　　B. 6 和 8
C. 4 和 6　　D. 8 和 10

4. 如果两个连续偶数的积为 288，那么这两个数的和等于（　　）

A. 34　　B. -34
C. 35 或 -35　　D. 34 或 -34

发散点拨

⟸注意 1000 万元的意义

⟸题中要求是正数，负值就应舍去

⟸设较小的一个为 x，则较大的一个为 $(x+2)$

链接二：同步练习与思维点拨一一对应，相互链接

左栏是课堂练习，右栏是这道题的解题提示或思维点拨。

智能升级　潜能测试

智能升级

【例 5】（南京市，1999）某商场销售一批名牌衬衫，平均每天可售出 20 件，每件赢利 40 元，为了扩大销售，增加赢利，尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施，经调查发现，如果每件衬衫每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件．求：(1)若商场平均每天要赢利 1200 元，每件衬衫应降价多少元？(2) 每件衬衫降价多少元时，商场平均每天赢利最多？

【解析】(1)设每个衬衫应降价 x 元，则

$(40-x)(20+2x)=1200.$

潜能测试

26. 某商店从厂家以每件 21 元的价格购进一批商品，该商店可以自行定价，若每件商品售价为 a 元，则可卖出 (350－10a) 件，但物价局限定每次商品加价不能超过进价的 20%，商店计划要赚 400 元，需要卖出多少件商品？每件商品应售价多少元？

27. 将进货单价为 40 元的商品按 50 元出售时，能卖 500 个，已知该商品每涨价 1 元，其销售量就要减少 10 个，为了赚 8000 元利润，售价应定为多少，这时应进货为多少个？

链接三：典型题与同型题一一对应，相互链接

左栏是具有一定难度的典型题，右栏是同种题型的练习题或者中考题。

3、圆梦清华北大，路在《黄冈教练　双程链接》

【例 10】（大连市，2001）阅读材料，解答问题．

阅读材料：

为解方程 $(x^2-1)^2-5(x^2-1)+4=0$，我们可以将 x^2-1 视为一个整体，然后设 $x^2-1=y$，则 $(x^2-1)^2=y^2$，原方程化为 $y^2-5y+4=0$. ①

解得 $y_1=1$，$y_2=4$.

当 $y=1$ 时，$x^2-1=1$，

$\therefore x^2=2$，$\therefore x=\pm\sqrt{2}$；

当 $y=4$ 时，$x^2-1=4$，

$\therefore x^2=5$，

$\therefore x=\pm\sqrt{5}$.

$\therefore$原方程的解为 $x_1=\sqrt{2}$，$x_2=-\sqrt{2}$，$x_3=\sqrt{5}$，$x_4=-\sqrt{5}$.

解答问题：(1) 填空：在由原方程得到方程①的过程中，利用____法达到了降次的目的，体现了____的数学思想．

(2)解方程 $x^4-x^2-6=0$.

【解析】(1)换元，转化；

(2)设 $x^2=y$，则 $x^4=y^2$

36.（黑龙江省，2001）已知 a，b，c 分别为 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边，若关于 x 的方程 $(b+c)x^2-2ax+c-b=0$ 有两个相等的实根，且 $\sin B\cdot\cos A-\cos B\cdot\sin A=0$，则 $\triangle ABC$ 形状是（　　）

A. 直角三角形
B. 等腰三角形
C. 等边三角形
D. 等腰直角三角形

37.（宁波市，1999）$\angle A$，$\angle B$ 为 Rt$\triangle ABC$ 的两个锐角，且 $\sin A$，$\cos B$ 是方程 $x^2-\sqrt{2}x+m=0$ 的两个实根，求 m 的值及 $\angle A$，$\angle B$ 的度数．

38. 已知 $2+\sqrt{3}$ 是方程 $x^2-5x\sin\theta+1=0$ 的一个根且 θ 为锐角，求 $\tan\theta$ 的值．

第一次将 3＋X 考试的综合性特点融会到每一年级、每一学科。

正所谓——

3＋X，从初中开始

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

编委会

黄冈教练　双栏链接

总　策　划：龙门书局

主　　　编：周益新

编　　　委：周益新　龚霞玲　傅荣强

刘道芬　胡国华　汪芳慧

南秀全　钱国芳　商瑞国

执行编委：张启男　田　旭

目录 MULU

代数部分

第12章 一元二次方程

第13章 函数及其图象

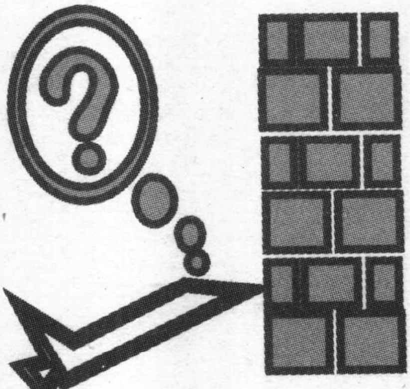
第 14 章 统计初步

几何部分

第 6 章 解直角三角形

第 7 章 圆

代数部分



此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第12章 一元二次方程

12.1 用公式解一元二次方程

知识提炼 方法表解

知识点	题型	解题规律
一元二次方程的定义	一元二次方程的鉴别	从系数 a 不等于 0,或最高项指数为 2 考虑
解一元二次方程	一元二次方程的三种解法	开平方法,配方法,公式法

重难点突破 对号入座

要点聚焦

一元二次方程的定义

只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程. 一般形式为 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$.

这是最简的形式

化简整理后再作判断

典例精析

【例 1】 判断下列方程是否是一元二次方程:

(1) $2x^2+3xy+y^2=0$;

(2) $x(x^2-3)=x^3+x-x^2$;

(3) $x^2=0$;

(4) $(2x-1)^2=(x-1)(4x+3)$;

(5) $(3-x)^2=-1$;

(6) $x+\dfrac{1}{x^2}=1$.

【解析】 方程(1)是二元二次方程,而不是一元二次方程;方程(2)看似三次方程,其实整理后是一元二次方程;方程(3)(5)是一元二次方程;方程(4)

黄冈教练　双栏链接

未知数作被开方

注意要三个条件同时满足

这个步骤不能少

整理后不是一元二次方程；方程(6)不是整式方程，故不可能是一元二次方程.

【评析】 先对方程进行化简整理，再看：(1)只含有一个未知数；(2)未知数最高次数为2；(3)整式方程.当这三个条件同时满足时，才能判断是一元二次方程.

一元二次方程的一般形式是 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$，a、b、c 分别是二次项系数，一次项系数，常数项.

【例2】 把下列方程化为一元二次方程的一般形式，再指出其二次项，一次项和常数项.

(1)$5x^2=3x$；　(2)$\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{x}{2}+1\right)=0$；

(3)$(6m-5)(2m-1)=m^2$.

【解析】 (1)整理，得　$5x^2-3x=0$，

故二次项：$5x^2$；一次项：$-3x$；常数项：0.

指出各项或各项系数时，不能弄丢了原来的性质符号，特别是负号

(2)整理，得　$\frac{1}{4}x^2-1=0$，

故二次项：$\frac{1}{4}x^2$；一次项：0；常数项：-1.

(3)整理，得　$11m^2-16m+5=0$，

故二次项：$11m^2$；一次项：$-16m$；常数项：5.

【评析】 这类题的解题关键是：要把原方程化成一般形式，解题时要注意每一项的性质符号.

解一元二次方程

用直接开平方求一元二次方程的解的方法叫做直接开平方法.如果一个一元二次方程，左边是一个含有未知数的完全平方式，右边是一个非负数，就可以用直接开平方法求解.

【例3】 用直接开平方法解一元二次方程.

(1)$9x^2-25=0$；

(2)$4(2y-5)^2=9(3y-1)^2$；

(3)$(ax+c)^2=d(d\geqslant0,a\neq0)$.

【解析】 (1)移项，得 $9x^2=25$.

方程两边同除以9，得 $x^2=\frac{25}{9}$.

由平方根定义可知 x 是$\frac{25}{9}$的平方根，

应用平方根的定义，注意非负数的平方根有两个

两边同时开平方时，一般把右边写成±的形式

$\therefore\ x=\pm\frac{5}{3}$. 即 $x_1=\frac{5}{3}$，$x_2=-\frac{5}{3}$.

(2)原方程可化为$[2(2y-5)]^2=[3(3y-1)]^2$.

$\therefore\ 2(2y-5)=\pm3(3y-1)$；

即$2(2y-5)=3(3y-1)$或$2(2y-5)=-3(3y-1)$.

解方程，得 $y_1=-\frac{7}{5}$，$y_2=1$.

(3)由原方程，得 $ax+c=\pm\sqrt{d}$.

$\therefore ax=-c\pm\sqrt{d}, x=\dfrac{-c\pm\sqrt{d}}{a}$.

$\therefore x_1=\dfrac{-c+\sqrt{d}}{a}, x_2=\dfrac{-c-\sqrt{d}}{a}$.

【评析】 用直接开平方法解某些一元二次方程的根据是平方根的意义，不论形如 $x^2=k$ 的方程还是形如 $(mx+n)^2=k$ 的方程，都有 $k\geqslant0$ 的要求，否则方程没有实数根.

这是一条判断某些特殊方程没有实数根的途径

【例 4】 用配方法解方程 $2x^2-\sqrt{2}x-30=0$.

【解析】 方程两边各项同除以 2，并移项，得

$$x^2-\frac{\sqrt{2}}{2}x=15.$$

方程两边都加上一次项系数绝对值一半的平方，得

$$x^2-\frac{\sqrt{2}}{2}x+\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2=15+\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2.$$

$$\therefore \left(x-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2=\frac{121}{8}.$$

$$\therefore x-\frac{\sqrt{2}}{4}=\pm\frac{11\sqrt{2}}{4}.$$

$$\therefore x_1=3\sqrt{2},\ x_2=-\frac{5}{2}\sqrt{2}.$$

用配方法解方程是以配方为手段，以直接开平方法为基础的一种解题方法，是中学数学中常用的数学方法.

配方的关键步骤是：在方程两边同时加上一次项系数的绝对值一半的平方．理论根据是：$a^2\pm2ab+b^2=(a\pm b)^2$

【评析】 用配方法解一元二次方程的一般步骤为：

(1)化二次项系数为 1；

(2)移项，使方程左边为二次项和一次项，右边为常数项；

(3)方程两边都加上一次项系数的绝对值一半的平方；

(4)原方程变为 $(x+m)^2=n$ 的形式；

(5)如果右边是非负数，就可用直接开平方法求出方程的解.

【例 5】 用公式法解下列方程.

(1) $3x^2=4x+1$;

(2) $y^2+2=2\sqrt{2}y$;

(3) $5x^2=4x-1$.

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的求根公式是：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

【解析】 (1)移项，得 $3x^2-4x-1=0$.

在解一元二次方程时，先把方程化为一般形式，确定 a、b、c 的值，在 $b^2-4ac\geqslant 0$ 的情况下，代入求根公式即可求解．

注意 a、b、c 的意义及相关性质符号

此时方程的两个根相等，不能认为只有一个根

先算 b^2-4ac 很关键，此时被开方数小于0表明根不存在

$\therefore a=3, b=-4, c=-1.$

$\therefore b^2-4ac=(-4)^2-4\times 3\times(-1)=28>0.$

$\therefore x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{28}}{2\times 3}=\dfrac{2\pm\sqrt{7}}{3}.$

$\therefore x_1=\dfrac{2+\sqrt{7}}{3}, x_2=\dfrac{2-\sqrt{7}}{3}.$

(2)移项，得 $y^2-2\sqrt{2}y+2=0$，

$\therefore a=1, b=-2\sqrt{2}, c=2.$

$\therefore b^2-4ac=(-2\sqrt{2})^2-4\times 1\times 2=0.$

$\therefore y=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}.$

$\therefore y_1=y_2=\sqrt{2}.$

(3)移项，得 $5x^2-4x+1=0$，

$\therefore a=5, b=-4, c=1.$

$b^2-4ac=(-4)^2-4\times 5\times 1<0.$

$\therefore$ 原方程无实数根．

【评析】 求根公式专指一元二次方程的求根公式，只有当能确认方程是一元二次方程时才可使用．$b^2-4ac\geqslant 0$ 是一元二次方程求根公式的重要组成部分，是公式成立的条件．公式法是解一元二次方程的一般解法，应用广泛．

黄冈教练 双栏链接

同步闯关 发散点拨

同步闯关

1．下列方程不是整式方程的是 （　　）

A. $\dfrac{1}{x+2}=3$　　B. $2x^2y+7xy+z^2=0$

C. $\dfrac{x+3}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=x+\dfrac{1}{2}$　　D. $7m^2=1$

2．下列方程不是一元二次方程的是 （　　）

A. $\sqrt{6}y^2+2y+1=0$　　B. $\dfrac{1}{2}m^2=1-\dfrac{3}{5}m$

C. $\dfrac{1}{10}p^2-\dfrac{1}{6}p+\dfrac{3}{4}=0$　　D. $x^2+x-1=x^2$

发散点拨

⟸分母中含有未知数的方程不是整式方程

⟸D中经简化后不含二次项

黄冈教练双栏链接

3. 方程 $3(2x^2-1)=(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})+3x+5$ 化成一般式后，a,b,c 的值是 ( )

A. $a=5,b=3,c=5$　　B. $a=5,b=-3,c=-5$

C. $a=7,b=\sqrt{3},c=5$　　D. $a=8,b=6,c=1$

4. 一元二次方程 $-5x^2+x-3=0$，把二次项系数变为正数，且使方程的根不变的是 ( )

⟸应用等式的基本性质

A. $5x^2-x+3=0$　　B. $5x^2-x-3=0$

C. $5x^2+x-3=0$　　D. $5x^2+x+3=0$

5. $x^2=0$ 的实数根的个数为 ( )

⟸不能误选 A

A. 1　　B. 2　　C. 0　　D. 无数

6. 分式 $\dfrac{x^2-4}{2x^2-5x+2}$ 的值为 0，则 x 的值是 ( )

⟸ $\begin{cases} x^2-4=0, \\ 2x^2-5x+2\neq 0 \end{cases}$

A. -2　　B. 2

C. ± 2　　D. 不等于 -2

7. 形如 $(x+m)^2=n$ 的方程，它的正确表达式是 ( )

A. 都可用直接开平方法求解且 $x=\pm\sqrt{n}$

B. 当 $n\geqslant 0$ 时，$x=\pm\sqrt{n}-m$

C. 当 $n\geqslant 0$ 时，$x=\pm\sqrt{n}+m$

D. 当 $n\geqslant 0$ 时，$x=\pm\sqrt{n-m}$

8. 方程 $3x^2+\sqrt{2}x-6=0$ 左边配成一个完全平方式后，所得方程是 ( )

⟸先把二次项系数化为 1

A. $(x+\dfrac{\sqrt{2}}{6})^2=-\dfrac{17}{18}$　　B. $(x+\dfrac{\sqrt{2}}{6})^2=\dfrac{37}{18}$

C. $(x+\dfrac{\sqrt{2}}{6})^2=\dfrac{35}{18}$　　D. $(x+\dfrac{\sqrt{2}}{6})^2=\dfrac{37}{6}$

9. 下列方程解法正确的是 ( )

⟸A 中要注意 $4x^2\neq(4x)^2$

A. $4x^2=25$，则 $4x=\pm 5, x=\pm\dfrac{5}{4}$

B. $x^2+4x+3=0$，可化为 $(x+2)^2=7$

C. $3x^2-6x-45=0$，可化为 $(x-1)^2=16$

D. $2t^2-7t-4=0$，可化为 $(t-\dfrac{7}{2})^2=\dfrac{81}{16}$

10. 若 $ax^2-5x+3=0$ 是一元二次方程，则不等式 $3a+6>0$ 的解集是 ( )

⟸此时 $a\neq 0$

A. $a>-2$　　B. $a<-2$

C. $a>-2$ 且 $a\neq 0$　　D. $a>\dfrac{1}{2}$

11. 方程 $3x^2-5=-2x+3$ 中,二次项系数是________,一次项系数是________,常数项是________.

⟸必须先化为一般式

12. 方程 $(2x+1)(x-3)=x^2+1$ 化为一般式为________,二次项系数、一次项系数、常数项的和为________.

13. 方程 $2x^2-98=0$ 的解为________.

14. 方程 $3(x-2)^2=0$ 的解为________.

⟸不能只写成 $x=2$

15. 方程 $(3t-4)^2=(4t-3)^2$ 的根为________.

16. $x^2-2x-3=(x-$____$)^2-$________.

17. 一元二次方程 $px^2+qx+r=0(p\neq0)$ 的求根公式是________.

⟸关键是要清楚求根公式中字母的意义

18. 指出下列方程是否为一元二次方程,如不是,说明为什么;如果是,请指出二次项系数、一次项系数、常数项.

(1) $x^2+\frac{3}{x}-2=0$;

(2) $ax^2-2x-3=0$(a 为任意实数);

(3) $\frac{1}{b}(\sqrt{x})^2-\frac{1}{3}\sqrt{x}-1=0$;

(4) $x^2+4xy+4y^2=0$(x,y 均为未知数);

(5) $0.3x^2-2x-3=5+0.3x^2$.

⟸(5)要化简整理后再作判断

19. 用直接开平方法解方程.

⟸第一步是化方程为 $(mx+n)^2=d\ (d\geqslant0)$ 的形式

(1) $x^2+0.3=2.8$; (2) $\frac{1}{2}(x+3)^2=4$;

(3) $0.5x^2-\frac{1}{3}=0$; (4) $25(2x-1)^2-16=0$;

(5) $(2x-1)^2=(1+\sqrt{2})^2$;

(6) $(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})=20$.

20. 用配方法解下列方程.

⟸注意解题步骤

(1) $2x^2-\sqrt{2}x-30=0$; (2) $2x^2+8x-3=2x+x^2$;

(3) $x^2-4x+3=0$; (4) $5x^2-7x+1=0$.

21. 用公式法解下列方程.

(1) $x^2+x=1$; (2) $3y^2+1=2\sqrt{3}y$;

(3) $x^2-2\sqrt{7}x+2=0$;

(4) $(x+2)^2-4x=0$;

(5) $(x+1)(x-1)=2\sqrt{2}x$;

(6) $ax^2-(a+b)x+b=0(a\neq0)$;

⟸(6)中二次项系数为 a,一次项系数为 $(-a-b)$,常数项为 b

(7) $3x^2+(9a-1)x-3a=0$;

(8) $x(x+8)=16$.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com