同步追踪丛书

最新修订

数学同步追踪

高中三年级专题问题、思想方法及应考策略

（高考复习用书）

上海市十余所名牌中学特级、高级教师联合推出

主编/杨德胜　虞　涛

编者/曹建华　吕志勇　张永华

华东理工大学出版社

EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

同步追踪丛书

最新修订

数学同步追踪

高中三年级专题问题、思想方法及应考策略

（高考复习用书）

主编/杨德胜　虞　涛

编者/曹建华　吕志勇　张永华

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学同步追踪 高中三年级专题问题、思想方法及应考策略:高考复习用书/杨德胜 虞涛主编. —上海:华东理工大学出版社,2004.12

(同步追踪丛书)

ISBN 7-5628-1626-3

Ⅰ.数... Ⅱ.①杨...②虞... Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 129723 号

同步追踪丛书

数学同步追踪

高中三年级专题问题、思想方法及应考策略

(高考复习用书)

主　　编/杨德胜　虞　涛
编　　者/曹建华　吕志勇　张永华
责任编辑/张　波
封面设计/渲彩轩
责任校对/金慧娟
出版发行/华东理工大学出版社
　　　　地　　址:上海市梅陇路 130 号,200237
　　　　电　　话:(021)64250306(营销部)
　　　　传　　真:(021)64252707
　　　　网　　址:www.hdlgpress.com.cn
印　　刷/江苏省通州市印刷总厂有限公司
开　　本/787×1092　1/16
印　　张/15
字　　数/380 千字
版　　次/2004 年 12 月第 1 版　2006 年 1 月最新修订
印　　次/2006 年 1 月第 2 次
印　　数/5051-10100 册
书　　号/ISBN 7-5628-1626-3/O·123
定　　价/18.00 元

内 容 提 要

《数学同步追踪 高中三年级专题问题、思想方法及应考策略》依据上海市《全日制高级中学数学学科课程标准》. 在第一轮复习的基础上，将高考中的知识点、考点、热点以及学生高考中必需的数学解题方法、应考策略精辟地浓缩为 23 讲（另附模拟演练 3 套）. 使考生在第一轮复习的基础上，全面提高考生解题能力、应试能力. 起"画龙点睛"、"临门一脚"之效.

本书容量大，内容新颖、全面、实用，是高三师生复习最新必备的高考复习用书.

《同步追踪丛书》编委会

修 订 前 言

《同步追踪丛书》自 2004 年 7 月出版以来，得到广大师生的厚爱. 不到一年，重印两次，有不少专家、教师都提出了宝贵的意见，近百名同学(人次)发来电子邮件探讨问题. 为此，我们进行了认真的研讨，现对第一版作了如下修改.

1. 在“问题思考”和“问题解析”中，注重在紧扣新教材的基础上，深刻挖掘数学概念的内涵、定理的本质、公式的条件，阐述数学思想方法，分析知识学习中应注意的问题.

2. 在“问题精选”和“训练问题”中，删掉部分难、偏和超纲的例题与习题，做到精讲精练，减轻学生学习负担.

愿我们这套《同步追踪丛书》：
给你打开一扇窗户，让你领略数学的博大精深；
开启你好奇的心灵，点燃你胸中的求知欲望；
激发你睿智的头脑，帮助你培养理性的思维；
给你实践的良机，增添你感受成功的喜悦；
给你数学的精神食粮，陶冶你美好的文化素养；
给你一双数学家的眼睛，丰富你观察世界的方式；
给你一套探究的模式，成为你终身探索世界的本领.

作者
2006 年 1 月

前　言 QIANYAN

2002 年 8 月，上海市教育委员会颁布了《上海市中小学数学课程标准》，在充分总结一期课改的基础上，进一步吸收、借鉴了国内外课改经验，并在今年秋季，上海市全面推广使用在《上海市中小学数学课程标准》指导下的新教材. 《上海市中小学数学课程标准》指出高中阶段的培养目标是“具有良好的学习态度、学习习惯和学习方法；具有自学能力和最基本的实践能力；具有问题意识和创新能力……”这与以前的提法是不同的. 新课程的要求与多年来笔者倡导的以“问题是数学的心脏”为座右铭，在教学中逐步形成“以培养学生主体意识和主动参与为起点，以培养学生能力为主线，以解决问题为中心，以学会创造为目标，以素质＋特长为模式”的教学风格是不谋而合的.

为此，我们以问题为中心，以《上海市中小学数学课程标准》为准绳，以“问题思考”、“问题解析”、“问题精选”、“训练问题”为模式，与新教材试验本各章节同步，编写了这套《同步追踪丛书》，供高中各年级使用.

该丛书由上海市十余所名牌中学特级、高级教师联合推出. 上海交通大学附属中学特级教师杨德胜、建平中学高级教师虞涛任主编. 七宝中学特级教师卜照泽，延安中学高级教师吕志勇，建平中学高级教师田万国、杨建华、张永华，晋元高级中学高级教师任升录，大同中学高级教师杨岚清，复旦大学附属中学奥数高级教练万军，松江二中高级教师朱伟卫，进才中学高级教师曹喜平，上海交通大学附属中学高级教师曹建华，三林中学高级教师蒲红军，建平世纪中学高级教师杨晓红，周浦高级中学特级教师王辉，上海师范大学附属中学特级教师贺亚丽，控江中学高级教师曾国光，尚德实验学校高级教师翟立安等参与了具体的编写. 在编写过程中得到华东理工大学出版社的支持和指导，在此表示衷心的感谢.

欢迎使用本书的读者提出宝贵的意见，使本书更具有科学性、实用性、指导性，希望她能跟踪你的学习，成为你的良师益友.

（联系请发 E-mail：yangdesheng1957@sina.com.）

作者

2004 年 12 月

目　录 CONTENTS

第一章

专题问题

第1讲　不等式问题

问题思考

近几年高考不等式试题有哪些热点？

问题解析

1. 近5年的高考试题

(1) 2000年上海市高考第2题　函数 $y=\log_2\dfrac{2x-1}{3-x}$ 的定义域为________.

(2) 2000年上海市高考第6题　根据上海市十一届三次会议上的市政府工作报告，1999年上海市完成GDP(GDP指国内生产总值)4035亿元，2000年上海GDP预期增长9%，市委、市府提出本市常住人口每年的自然增长率将控制在0.08%. 若GDP与人口均以这样的速度增长，则要使本市年人均GDP达到或超过1999年的2倍，至少需________年.(按：1999年本市常住人口总数约1300万.)

(3) 2000年上海市高考第19题　已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+2x+a}{x}$，$x\in[1,+\infty)$，①当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，求函数 $f(x)$ 的最小值；②若对任意 $x\in[1,+\infty)$，$f(x)>0$ 恒成立，试求实数 a 的范围.

(4) 2000年上海市高考第21题　在 xOy 平面上有一点列 $P_1(a_1,b_1)$，$P_2(a_2,b_2)$，…，$P_n(a_n,b_n)$，…，对每个自然数 n，点 P_n 位于函数 $y=2000\left(\dfrac{a}{10}\right)^x$ $(0<a<10)$ 的图像上，且点 P_n、点 $(n,0)$ 与点 $(n+1,0)$ 构成一个以 P_n 为顶点的等腰三角形.

① 求点 P_n 的纵坐标 b_n 的表达式；

② 若对每个自然数 n，以 b_n，b_{n+1}，b_{n+2} 为边长能构成一个三角形，求 a 的取值范围；

③ 设 $B_n=b_1b_2\cdots b_n(n\in\mathbf{N}^*)$，若 a 取②中确定的范围内的最小整数，求数列 $\{B_n\}$ 的最大项的项数.

(5) 2001年上海市高考第4题　设集合 $A=\{x\mid 2\lg x=\lg(8x-15),x\in\mathbf{R}\}$，$B=$

$\left\{x \middle| \cos\frac{x}{2}>0, x\in\mathbf{R}\right\}$，则 $A\cap B$ 的元素个数为________个.

(6) 2001 年上海市高考第 6 题 设数列 $\{a_n\}$ 是公比 $q>0$ 的等比数列，S_n 是它的前 n 项和. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=7$，则此数列的首项 a_1 的取值范围是________.

(7) 2001 年上海市高考第 7 题 某餐厅供应客饭，每位顾客可以在餐厅提供的菜肴中任选用 2 荤 2 素共 4 种不同的品种. 现在餐厅准备了 5 种不同的荤菜，若要保证每位顾客有 200 种以上的不同选择，则餐厅至少还需准备不同的素菜品种________种.（结果用数值表示）

(8) 2001 年上海市高考第 22 题 见第 11 讲近 5 年高考题(5).

(9) 2002 年上海市高考第 20 题 见第 12 讲近 5 年高考题(6).

(10) 2002 年上海市高考第 21 题 已知函数 $f(x)=a\cdot b^x$ 的图像过点 $A\left(4,\frac{1}{4}\right)$ 和点 $B(5,1)$，

① 求函数 $f(x)$ 的解析式；

② 记 $a_n=\log_2 f(n)$，n 是正整数，S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，解关于 n 的不等式 $a_nS_n\leqslant 0$；

③ 对于②中的 a_n 与 S_n，整数 10^4 是否为数列 $\{a_nS_n\}$ 中的项？若是，则求出相应的项数；若不是，则说明理由.

(11) 2003 年上海市高考第 6 题 设集合 $A=\{x\mid |x|<4\}$，$B=\{x\mid x^2-4x+3>0\}$，则集合 $\{x\mid x\in A$，且 $x\notin A\cap B\}=$________.

(12) 2003 年上海市高考第 8 题 若首项为 a_1、公比为 q 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和总小于这个数列的各项和，则首项 a_1、公比 q 的一组取值可以是 $(a_1,q)=$________.

(13) 2003 年上海市高考第 15 题 设 a_1、b_1、c_1、a_2、b_2、c_2 均为非零实数，不等式 $a_1x^2+b_1x+c_1>0$ 和 $a_2x^2+b_2x+c_2>0$ 的解集分别为集合 M 和 N，那么“$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$”是“$M=N$”的(　　).

(A) 充分非必要条件　　(B) 必要非充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既非充分又非必要条件

(14) 2004 年上海市高考第 17 题 已知复数 z_1 满足 $(1+\mathrm{i})z_1=-1+5\mathrm{i}$，$z_2=a-2-\mathrm{i}$，其中 i 为虚数单位，$a\in\mathbf{R}$. 若 $|z_1-\overline{z_2}|<|z_1|$，求 a 的取值范围.

(15) 2004 年上海市高考第 19 题 记函数 $f(x)=\sqrt{2-\frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A，$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)](a<1)$ 的定义域为 B.

① 求 A；

② 若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

2. 热点分析和命题趋势

纵观近 5 年有关不等式部分的高考题，它渗透在高中数学的各个部分，尤其是与函数、数列、复数、三角、解析几何有着密切的联系.

不等式是数学思想的载体，突出体现了等价转化、函数与方程、分类讨论、数形结合等数学思想. 因此，不等式仍是高考命题的重点和热点，经常在知识网络的交汇处进行命题. 通

常以填空题、选择题各一道，解答题1～2道. 有关不等式分值在50分以上. 试题注重基础、突出能力，着重考查不等式的性质、不等式的证明、不等式的解法和不等式的应用，因此复习时，应以"基本性质"为载体，以"基本方法"（解不等式和不等式的证明基本方法）为主线，以灵活运用为目标，纵横联系，融会贯通.

○ 问题精选

精选问题1

设 $a>0$ 且 $a\neq 1$，解关于 x 的不等式 $2\log_a(4-a^x)\leqslant\log_a 4(a^x-1)$.

【思路剖析】本例是对数不等式，底数不确定，需对底数 a 分 $0<a<1$ 和 $a>1$ 两种情况进行求解，这种分类思想相当于增加了具体的解题条件，便于问题的快速求解.

【问题解答】原不等式等价于$\begin{cases}4-a^x>0,\\4(a^x-1)>0,\\\log_a(4-a^x)^2\leqslant\log_a 4(a^x-1).\end{cases}$

(1) 当 $0<a<1$ 时，上式等价于$\begin{cases}4-a^x>0,\\a^x-1>0,\\(4-a^x)^2\geqslant 4(a^x-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^x<4,\\a^x>1,\\a^x\geqslant 10\text{ 或 }a^x\leqslant 2\end{cases}\Leftrightarrow 1<a^x\leqslant 2$，

$\therefore\ \log_a 2\leqslant x<0$.

(2) 当 $a>1$ 时，上式等价于$\begin{cases}4-a^x>0,\\a^x-1>0,\\(4-a^x)^2\leqslant 4(a^x-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4-a^x>0,\\(4-a^x)^2\leqslant 4(a^x-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^x<4,\\2\leqslant a^x\leqslant 10\end{cases}\Leftrightarrow$

$2\leqslant a^x<4$，$\therefore\ \log_a 2\leqslant x<\log_a 4$.

故当 $0<a<1$ 时，原不等式的解集为 $\{x\mid\log_a 2\leqslant x<0\}$；当 $a>1$ 时，原不等式的解集为 $\{x\mid\log_a 2\leqslant x<\log_a 4\}$.

【问题反思】在解对数与指数不等式中，关键是利用对数函数和指数函数的单调性"脱掉"对数函数和指数函数符号，将指数或对数不等式转化为代数不等式. 其中若底数为字母（参数），要分类讨论也事出有因于此.

精选问题2

已知函数 $f(x)=x^2-2tx+1$，其定义域为 $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\text{ 或 }7\leqslant x\leqslant 8\}$，

(1) $f(x)$ 在定义域内是否存在反函数；

(2) 当 $f(x)$ 在定义域内有反函数，求 t 的范围；

(3) 在(2)的条件下，求反函数 $f^{-1}(x)$.

【思路剖析】从反面去理解定义.

【问题解答】(1) 取 $t=\dfrac{1}{2}$，有 $f(0)=f(1)=1$.

$\therefore\ f(x)$ 在其定义域内不一定有反函数.

(2) 如图1-1所示，$\because\ f(x)$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 时其对称轴为 $x=t$.

$\because$ 当 $t\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在其定义域内为增函数，$\therefore$ 此时 $f(x)$ 有反函数；同理，当 $t\geqslant 8$ 时，$f(x)$ 在其定义域内也有反函数.

当 $1\leqslant t\leqslant 4$ 时，$f(x)$图像在 $x\in[0,1]$的一段比在 $x\in[7,8]$的一段更靠近对称轴. 那么要使 $f(x)$有反函数，应有 $f(0)<f(7)$，则此时 $1\leqslant t<\frac{7}{2}$.

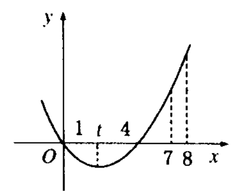


图 1-1

当 $4\leqslant t\leqslant 7$ 时，同理有 $f(8)<f(1)$，此时$\frac{9}{2}<t\leqslant 7$.

由以上的讨论知，$f(x)$在其定义域内有反函数的 t 的范围为：$t\leqslant 0$ 或 $1\leqslant t<\frac{7}{2}$或$\frac{9}{2}<t\leqslant 7$ 或 $t\geqslant 8$.

(3) 由 $y=x^2-2tx+1$，得$(x-t)^2=y+t^2-1$.

当 $t\leqslant 0$ 时，$x-t=\sqrt{y+t^2-1}$.

$\therefore$ 此时反函数为：$f^{-1}(x)=t+\sqrt{x+t^2-1}$.（其中 $x\in[1,2-2t]\cup[50-14t,65-16t]$）

当 $t\geqslant 8$ 时，$x-t=-\sqrt{y+t^2-1}$.

$\therefore$ 此时反函数为：$f^{-1}(x)=t-\sqrt{x+t^2-1}$.

（其中 $x\in[65-16t,50-14t]\cup[2-2t,1]$）

当 $1\leqslant t<\frac{7}{2}$或$\frac{9}{2}<t\leqslant 7$ 时，

反函数为：
$$f^{-1}(x)=\begin{cases}t-\sqrt{x+t^2-1} & (x\in[2-2t,1]),\\ t+\sqrt{x+t^2-1} & (x\in[50-14t,65-16t]).\end{cases}$$

【问题反思】对(2)，(3)两问的分类比较新颖，要正确地找到分类标准，应具有较高的数形结合意识能力.

精选问题 3

已知 $f(x)$是定义在$[-1,1]$上的奇函数，且 $f(1)=1$，若 $m,n\in[-1,1]$，$m+n\neq 0$ 时有$\frac{f(m)+f(n)}{m+n}>0$.

(1) 用定义证明 $f(x)$在$[-1,1]$上是增函数；

(2) 解不等式：$f\left(x+\frac{1}{2}\right)<f\left(\frac{1}{x-1}\right)$；

(3) 若 $f(x)\leqslant t^2-2at+1$ 对所有 $x\in[-1,1]$，$a\in[-1,1]$恒成立，求实数 t 的取值范围.

【思路剖析】证明函数的单调性，一般都要用定义证明，可以用比差法，也可以用比商法.

【问题解答】(1) 任取$-1\leqslant x_1<x_2\leqslant 1$，则

$$f(x_1)-f(x_2)=f(x_1)+f(-x_2)$$
$$=\frac{f(x_1)+f(-x_2)}{x_1-x_2}\cdot(x_1-x_2).$$

$\because$ $-1\leqslant x_1<x_2\leqslant 1$，$\therefore$ $x_1+(-x_2)\neq 0$.

由已知$\frac{f(x_1)+f(x_2)}{x_1-x_2}>0$. 又 $x_1-x_2<0$，

$\therefore$ $f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x)$在$[-1,1]$上为增函数.

(2) $\because$ $f(x)$在$[-1,1]$上为增函数，故有

$$\begin{cases}-1\leqslant x+\dfrac{1}{2}\leqslant 1,\\ -1\leqslant \dfrac{1}{x-1}\leqslant 1,\\ x+\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{x-1},\end{cases}\quad \text{解得}\left\{x\,\middle|\,-\frac{3}{2}\leqslant x<-1\right\}.$$

(3) 由(1)可知：$f(x)$在$[-1,1]$上是增函数，且 $f(1)=1$.

故对 $x\in[-1,1]$，恒有 $f(x)\leqslant 1$.

所以要使 $f(x)\leqslant t^2-2at+1$ 对所有 $x\in[-1,1]$，$a\in[-1,1]$恒成立，

即要 $t^2-2at+1\geqslant 1$ 成立，故 $t^2-2at\geqslant 0$ 成立.

记 $g(a)=t^2-2at$，对 $a\in[-1,1]$，$g(a)\geqslant 0$ 恒成立，只需 $g(a)$在$[-1,1]$上的最小值不小于零.

故$\begin{cases}t>0,\\ g(1)\geqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}t\leqslant 0,\\ g(-1)\geqslant 0,\end{cases}$

解得 $t\geqslant 2$ 或 $t\leqslant -2$ 或 $t=0$.

【问题反思】本题为阶梯型综合题，可边分析边转化，拾级而解，后一小题用前一小题的结论.

精选问题 4

某工厂拟建一座平面图为矩形且面积为 200m^2 的三级污水处理池，由于地形限制，长、宽都不能超过 16m，如果池四周壁建造单价为 400 元/m，中间两道隔墙建造单价为 248 元/m，池底建造单价为 80 元/m^2，池壁的厚度忽略不计，试设计污水池的长和宽，使总造价最低，并求出最低造价.

【思路剖析】本题中"地形限制"是核心词语，建立关系式后不能直接运用基本不等式，可用单调性法，若对解析式进行适当变形（扣住自变量的取值范围），再运用基本不等式也是可以的.

【问题解答】如图 1-2 所示，设污水池长为 xm，则宽为$\dfrac{200}{x}$m，其总造价为 $Q(x)$，根据题意，得

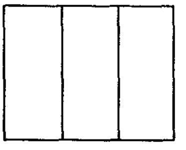


图 1-2

$$\begin{aligned}Q(x)&=400\left(2x+2\times\frac{200}{x}\right)+248\times 2\times\frac{200}{x}+80\times 200\\ &=800\left(x+\frac{324}{x}\right)+16000\\ &\geqslant 800\times 2\sqrt{x\cdot\frac{324}{x}}+16000=44800.\end{aligned}$$

当且仅当 $x=\dfrac{324}{x}(x>0)$时，即 $x=18$ 时上式取到等号.

而由题设条件知 $\begin{cases}0<x\leqslant 16,\\ 0<\dfrac{200}{x}\leqslant 16.\end{cases}$

解不等式组，得 $12\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant 16.$

$\because 18 \notin \left\{x \middle| 12\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 16\right\}$，$\therefore Q(x) > 44800$.

从而说明本题似乎不能用均值不等式来求 $Q(x)$ 的最小值.

下面研究 $Q(x)$ 在 $\left[12\frac{1}{2}, 16\right]$ 上的单调性.

对任意的 $x_1, x_2 \in \left[12\frac{1}{2}, 16\right]$，设 $x_1 < x_2$，

有 $x_2 - x_1 > 0$，$x_1x_2 < 16^2 < 324$，即 $x_1x_2 - 324 < 0$.

$\because Q(x_2) - Q(x_1) = 800\left[(x_2 - x_1) + 324\left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}\right)\right] = \frac{800(x_2 - x_1)(x_1x_2 - 324)}{x_1x_2} < 0$，

$\therefore Q(x_1) > Q(x_2)$，故 $Q(x)$ 在 $\left[12\frac{1}{2}, 16\right]$ 上是减函数，从而有

$$Q(x) \geqslant Q(16) = 45000.$$

即当污水池的长为 $x = 16\text{m}$、宽为 $\frac{200}{x} = 12.5\text{m}$ 时，有最低造价

$$Q(x)_{\min} = 45000(\text{元}).$$

【问题反思】 其实只要对 $Q(x)$ 作分拆处理，就可用三元均值不等式和缩小技巧来求 $Q(x)$ 的最小值. 事实上，$Q(x) = 800\left[\left(x + \frac{256}{x}\right) + \frac{68}{x}\right] + 16000$

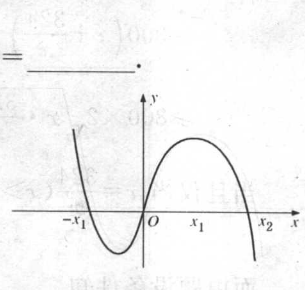
$$\geqslant 800\left[2\sqrt{x \cdot \frac{256}{x}} + \frac{68}{16}\right] + 16000 = 45000,$$

当 $x = \frac{256}{x}$，即 $x = 16$ 时，$Q(x)_{\min} = 45000$.

训练问题

一、填空题

1. 函数 $y = \frac{\sqrt{9 - 2^x}}{x - 1}$ 的定义域为________.
2. 设集合 $A = \{x \mid y = \sqrt{4 - x^2}, x \in \mathbf{Z}\}$，$B = \{x \mid y = \sqrt{\sin x}, x \in \mathbf{R}\}$，则 $A \cap B =$________.
3. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3 = 11$，且 $S_{12} > 0$，$S_{13} < 0$，则公差 d 的范围是________.
4. 当 $a > 1$，$0 < b < 1$ 时，$\log_a b + \log_b a$ 的取值范围是________.
5. 不等式 $ax^2 + (ab + 1)x + b > 0$ 的解集为 $\{x \mid 1 < x < 2\}$，则 $a + b =$________.
6. 已知 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的图像如图所示，则 a、b、c、d 与 0 可分别用"<"，">"或"="连接如下：a ________ 0，b ________ 0，c ________ 0，d ________ 0.



（第 6 题）

7. 设 $x, y \in \mathbf{R}$，$x^2 + y^2 = 1$，则 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4}$ 的最大值等于________.
8. 设 $x, y \in \mathbf{R}$，且 $y \neq 0$，又 $\frac{x}{y} = x - y$，则 x 的取值范围是________.

二、选择题

9. 已知函数 $f(x)$,$g(x)$,其中 $x\in\mathbf{R}$,设不等式 $|f(x)|+|g(x)|<a(a>0)$ 的解集为 M,不等式 $|f(x)+g(x)|<a(a>0)$ 的解集为 N,则集合 M 与 N 的关系为( ).

(A) $N\subset M$　(B) $M=N$　(C) $M\subseteq N$　(D) $M\subset N$

10. 已知函数 $f(x)=-x^2+ax+b^2-b+1(a,b\in\mathbf{R})$ 对任意实数 x 都有 $f(1-x)=f(1+x)$. 若 $x\in[-1,1]$ 时,$f(x)>0$ 成立,则 b 的取值范围是( ).

(A) $-1<b<0$　(B) $b>2$　(C) $b<-1$ 或 $b>2$　(D) 不确定

11. 对于 $-1\leqslant a\leqslant 1$,不等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+ax}<\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+a-1}$ 恒成立的 x 的取值范围是( ).

(A) $(0,2)$　(B) $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

(C) $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$　(D) $(-1,1)$

12. 若 $a>b>0$,下列不等式中恒成立的是( ).

(A) $\frac{2a+b}{a+2b}>\frac{a}{b}$　(B) $\frac{b^2+1}{a^2+1}>\frac{b^2}{a^2}$

(C) $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}>\sqrt{b+1}-\sqrt{b}$　(D) $a+\frac{1}{a}>b+\frac{1}{b}$

三、解答题

13. 设 $f(x)=\lg(x+1)$,$g(x)=2\lg(2x+t)(t\in\mathbf{R}$,是参数). 如果当 $x\in[0,1]$ 时,$f(x)\leqslant g(x)$ 恒成立,求参数 t 的范围.

14. 记函数 $f(x)=\sqrt{2-\frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A,$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)](a<1)$ 的定义域为 B.

(1) 求 A;

(2) 若 $B\subseteq A$,求实数 a 的取值范围.

15. 房屋建筑成本由土地使用权取得费和材料工程费两部分组成. 某地今年土地使用取得费为 3000 元/m^2，材料工程在建造第一层时为 800 元/m^2. 以后每增加一层，费用增加 50 元/m^2. 某公司获得一笔贷款，用于建造办公大楼. 请问：此大楼应设计为多少层，可使大楼的建筑面积最大？

16. 有一位同学写了一个不等式：$\dfrac{x^2+1+c}{\sqrt{x^2+c}}\geqslant\dfrac{1+c}{\sqrt{c}}$ $(x\in\mathbf{R})$.

(1) 他发现，当 $c=1,2,3$ 时，不等式都成立，试问：不等式是否对任意的函数 c 都成立？为什么？

(2) 对于已知的正数 c，这位同学还发现，把不等式右边的“$\dfrac{1+c}{\sqrt{c}}$”改成某些值，如 $-c$，0 等，不等式总是成立的，试求出所有这些值的集合 M.

第2讲　三角问题

○ 问题思考

近几年高考有关三角部分的试题有哪些特点？

○ 问题解析

1. 近5年的高考试题

(1) 2000年上海市高考第16题　下列命题中正确的命题是(　　).

(A) 若点 $P(a,2a)(a\neq 0)$ 为角 α 终边上一点，则 $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(B) 同时满足 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$，$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的角 α 有且只有一个

(C) 当 $|a|<1$ 时，$\tan(\arcsin\alpha)$ 的值恒正

(D) 三角方程 $\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$ 的解集为 $\{x|x=k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$

(2) 2001年上海市高考第9题　设 $x=\sin\alpha$，且 $\alpha\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$，则 $\arccos x$ 的取值范围是________.

(3) 2001年上海市高考第17题　已知 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边，S 是 $\triangle ABC$ 的面积，若 $a=4$，$b=5$，$S=5\sqrt{3}$，求 c 的长度.

(4) 2002年上海市高考第10题　设函数 $f(x)=\sin 2x$，若 $f(x+t)$ 是偶函数，则 t 的一个可能值是________.

(5) 2002年上海市高考第19题　已知函数 $f(x)=x^2+2x\tan\theta-1$，$x\in[-1,\sqrt{3}]$，其中 $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，

① 当 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 时，求函数 $f(x)$ 的最大值与最小值；

② 求 θ 的取值范围，使 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,\sqrt{3}]$ 上是单调函数.

(6) 2003年上海市高考第1题　函数 $y=\sin x\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos x\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期 $T=$________.

(7) 2003年上海市高考第7题　在 $\triangle ABC$ 中，$\sin A:\sin B:\sin C=2:3:4$，则 $\angle ABC=$________(结果用反三角函数值表示).

(8) 2003年上海市高考第13题　下列函数中，既为偶函数又在 $(0,\pi)$ 上单调递增的是