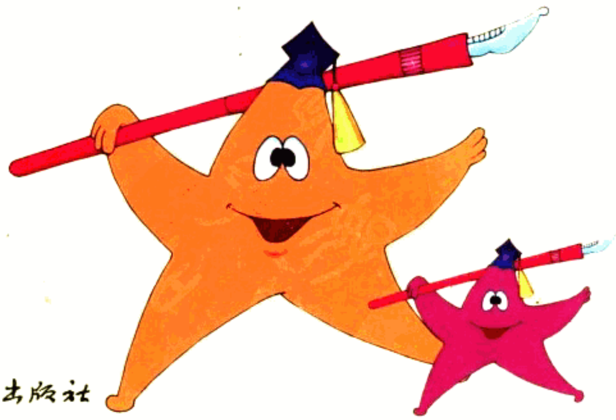
新课堂 NEW CLASS

数学

主编 李开珂
邹明国

小学奥赛精讲精练

源于课堂
高于课堂
培养兴趣
发掘潜力
挑战极限



重庆出版社

前　言

推进素质教育，培养创新能力，是当前教育改革的大方向。作为基础学科的数学，如何在提高学科素质，培养高层次人才方面起作用呢？每个人从童年起到青少年时代至少要学十多年的数学，如何从一开始的学习中就培养起对数学的兴趣？这对每个人的一生至关重要，也是每个家长应该认真考虑的问题。多年的数学竞赛实践证明，从小参加数学奥赛的培训，是一条行之有效的途径，在竞赛中获奖，有成就感，但更重要的是能在培训中学会更多的数学思想方法、解题技巧，培养学生的钻研精神，为后续学习打下坚实基础，锻炼思维，提高能力，终身受益。

有关竞赛辅导的书籍很多，但要在有限时间内取得显著效果，需要正确选择一本高质量的辅导教材。基于以上考虑，我们约请了几位工作在教学第一线，具有丰富教学经验且长期从事数学奥赛培训的高级教师和教研员，在分析了学生学习特点，知识接受过程的基础上，仔细讨论了编写计划，坚持“强化基础，适

当提高，突出重点”的原则，精选出小学数学奥赛中最有用、最适用的内容，浓缩为26讲。

每一讲由知识点击、经典赛题、技法归纳、热身运动、升级演练、挑战极限等部分组成，绝对与学生的思维训练同步。试题选材既注重基础，更突出数学思想方法，也有具一定难度的探索性、综合性试题，在试题的分布上也考虑到学生的可接受能力。

本书主编为李开珂、邹明国，参加编写的还有王和平、何世俊、杨开龙、胡韧杰、赵国祥、陈宏、胡庆、胡平、张渝丰、包耘等。

因时间仓促，水平所限，本书难免有不足之处，恳请广大读者批评指正。

编　者

2004年6月

目录

第一讲 分数运算巧解 ………………………… 1
第二讲 估值技巧 ………………………… 10
第三讲 观察与归纳 ………………………… 16
第四讲 智破数字谜 ………………………… 25
第五讲 定义新运算 ………………………… 38
第六讲 整除问题 ………………………… 44
第七讲 公约数和公倍数 ………………………… 53
第八讲 分解质因数 ………………………… 62
第九讲 圆及与圆有关的问题 ………………………… 69
第十讲 平面图形 ………………………… 78
第十一讲 图形的切拼及最值问题 ………………………… 86
第十二讲 图形的计数 ………………………… 94
第十三讲 简单的立体图形 ………………………… 99
第十四讲 倍数问题 ………………………… 106
第十五讲 工程问题 ………………………… 115
第十六讲 行程问题 ………………………… 123
第十七讲 比例问题 ………………………… 132

目 录

第十八讲 分数、百分数应用题 …………………… 140
第十九讲 平均数问题 ………………………… 150
第二十讲 鸡兔同笼问题 ……………………… 160
第二十一讲 盈亏问题 ………………………… 169
第二十二讲 牛吃草问题 ……………………… 176
第二十三讲 抽屉原理 ………………………… 184
第二十四讲 加法原理和乘法原理 …………… 195
第二十五讲 递推问题 ………………………… 203
第二十六讲 枚举法与树形图法 ……………… 213
模拟测试题（一） ……………………………… 222
模拟测试题（二） ……………………………… 224
模拟测试题（三） ……………………………… 226
模拟测试题（四） ……………………………… 228
2004 年小学数学奥林匹克预赛试卷（B 卷） …… 230
2004 年小学数学奥林匹克决赛试卷（B 卷） …… 232
参考答案 ……………………………………… 234

第一讲 分数运算巧解

有一天，爱因斯坦的朋友来访。闲谈中，朋友突然出了一道题要爱因斯坦计算。

朋友问：2974X2926 等于多少？

这么复杂的一道计算题，爱因斯坦的正确答案居然脱口而出：8701924。

同学们，你们知道爱因斯坦是怎样进行巧算心算的吗？

正确的方法不一定简单，简单的方法有时却相当实用。巧算即打破常规的计算模式，根据题目的特点，灵活、巧妙而又准确地进行计算。它的解题依据是各种运算性质、定律及法则。通过巧算，同学们不仅能够提高运算的速度，还能提高运算的准确性。在本讲中，我们要为同学们讲一下分数运算的巧算方法。

【经典赛题】

1. 利用运算定律和性质进行巧算

题 1 计算：$6.8\times\frac{8}{25}+0.32\times4.2-8\div25$

精彩思路 这道题加、减、乘、除运算全都囊括了，依次运算显然太复杂了！不过只要仔细观察和认真审题，我们就会发现，0.32 和 $8\div25$ 都等于$\frac{8}{25}$，这样，我们就可以利用乘法分配律使这道题的运算变得简

便一些。

精妙解答 $6.8\times\frac{8}{25}+0.32\times4.2-8\div25$

$=6.8\times\frac{8}{25}+\frac{8}{25}\times4.2-\frac{8}{25}\times1$

$=(6.8+4.2-1)\times\frac{8}{25}$

$=10\times\frac{8}{25}$

$=3\frac{1}{5}$

题 2 计算：$33\frac{8}{11}\times49\frac{61}{62}+28\frac{3}{11}\times159\frac{61}{62}$

精彩思路 这道题看似没有相同因数，但仔细观察后，可以发现 $33\frac{8}{11}+28\frac{3}{11}$ 等于整数 62。进一步可以发现 $159\frac{61}{62}$ 可以分为 $\left(49\frac{61}{62}+110\right)$。从而此题同样可以运用乘法分配律简便计算。

精妙解答 $33\frac{8}{11}\times49\frac{61}{62}+28\frac{3}{11}\times159\frac{61}{62}$

$=33\frac{8}{11}\times49\frac{61}{62}+28\frac{3}{11}\times\left(49\frac{61}{62}+110\right)$

$=\left(33\frac{8}{11}+28\frac{3}{11}\right)\times49\frac{61}{62}+28\frac{3}{11}\times110$

$=62\times49\frac{61}{62}+28\frac{3}{11}\times110$

$=62\times\left(50-\frac{1}{62}\right)+\left(28+\frac{3}{11}\right)\times110$

$=3100-1+3080+30$

$=6209$

题 3 计算：$\frac{382+498\times381}{382\times498-116}$

精彩思路　容易发现，题中的分子和分母是十分相似的，我们只要把分母中的 382×498 变成(381+1)×498，再利用乘法分配律对其化简即可求解。

精妙解答
$$\frac{382+498\times381}{382\times498-116}$$
$$=\frac{382+498\times381}{(381+1)\times498-116}$$
$$=\frac{382+498\times381}{381\times498+498-116}$$
$$=\frac{381\times498+382}{381\times498+382}$$
$$=1$$

教练提问　将分子中的 498×381 变成 498×(382－1)，再进行化简能得出答案吗？

2. 利用分数拆项的方法进行巧算

题 4　计算：$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}$

精彩思路　看到题目后同学们首先会想到用通分的方法解，试算后又觉得太麻烦了，并且不易得出正确结果。我们来对每一个分数进行分析，会发现什么规律呢？

$$\frac{1}{1\times2}=\frac{2-1}{1\times2}=\frac{2}{1\times2}-\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2},$$
$$\frac{1}{2\times3}=\frac{3-2}{2\times3}=\frac{3}{2\times3}-\frac{2}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3},$$

同理

$$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4},$$

规律发现　在解答分数加、减法运算时，有时可以将其中一些分数适当拆开，使得拆开后的一些分数可以互相抵消，以达到简化的目的。这种方法叫做裂项法，也叫拆项法。

$$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$
$$\frac{d}{n(n+d)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}$$
$$\frac{1}{n(n+d)}=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}\right)$$

试着计算以下 2 题：

1. $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}+\frac{1}{143}$

2. $\frac{3}{2}-\frac{5}{6}+\frac{7}{12}-\frac{9}{20}+\frac{11}{30}-\frac{13}{42}$

(思路点拨：$\frac{3}{2}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$

$\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$)

$\frac{1}{4\times5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$,

$\frac{1}{5\times6}=\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$。

通过上面的分析,同学们应该知道这道题的巧算技巧在哪里了吧!本题的正确答案为$\frac{5}{6}$,试着做做吧!

题 5 计算:$\frac{2}{1\times2\times3}+\frac{2}{2\times3\times4}+\cdots+\frac{2}{98\times99\times100}$

精彩思路 这道题同样可以用拆项法进行巧算。

$\frac{2}{1\times2\times3}=\frac{3-1}{1\times2\times3}=\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}$;

$\frac{2}{2\times3\times4}=\frac{4-2}{2\times3\times4}=\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}$;

$\frac{2}{3\times4\times5}=\frac{5-3}{3\times4\times5}=\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}$;

……

$\frac{2}{98\times99\times100}=\frac{100-98}{98\times99\times100}=\frac{1}{98\times99}-\frac{1}{99\times100}$。

精妙解答 $\frac{2}{1\times2\times3}+\frac{2}{2\times3\times4}+\cdots+\frac{2}{98\times99\times100}$

$=\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}+\cdots+\frac{1}{98\times99}-\frac{1}{99\times100}$

$=\frac{4949}{9900}$

规律再现

通过解答本题,我们可以总结出以下规律:

$$\boxed{\frac{2}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}}$$

3. 利用等差数列的公式进行巧算

题 6 计算:$1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+2004}$

精彩思路 这道题看起来比较复杂,不像题 4、题 5 一样可以直接

裂项。但是，通过观察我们可以看出，每个分数的分母都是一个等差数列的前几项，我们可以利用等差数列的求和公式，先将分母求和，这样就可以看出规律了。

$$1=\frac{1}{\frac{(1+1)\times 1}{2}}=\frac{2}{1\times 2}=2\times\left(1-\frac{1}{2}\right);$$

$$\frac{1}{1+2}=\frac{1}{\frac{(1+2)\times 2}{2}}=\frac{2}{2\times 3}=2\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right);$$

$$\frac{1}{1+2+3}=\frac{1}{\frac{(1+3)\times 3}{2}}=\frac{2}{3\times 4}=2\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right);$$

……

$$\frac{1}{1+2+3+\cdots+2004}=\frac{1}{\frac{(1+2004)\times 2004}{2}}$$

$$=\frac{2}{2004\times 2005}=2\times\left(\frac{1}{2004}-\frac{1}{2005}\right)。$$

精妙解答 $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+2004}$

$$=2\times\left(1-\frac{1}{2}\right)+2\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+2\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots$$

$$+2\times\left(\frac{1}{2004}-\frac{1}{2005}\right)$$

$$=2\times\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2004}-\frac{1}{2005}\right)$$

$$=2\times\left(1-\frac{1}{2005}\right)$$

$$=2-\frac{2}{2005}$$

$$=1\frac{2003}{2005}$$

题7 求下列所有分数的和。

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2004}+\frac{2}{2004}+\cdots+\frac{2003}{2004}+\frac{2004}{2004}+\frac{2003}{2004}+\cdots+\frac{2}{2004}+\frac{1}{2004}$$

精彩思路 这道题是求异分母分数的和。如果按照异分母分数加法的法则计算,就必须找出 1,2,3,…,2004 的最小公倍数,这显然是很繁琐的。那么,我们必须找出其他的规律。

我们可以先把分母相同的分数区别开，将所有这些分数按分母分成 2004 组,分别计算它们的和。

$\frac{1}{1}=1$;

$\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=2$;

$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=3$;

……

不难发现,分母相同的分数的和正好等于分数的分母。

精妙解答

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2004}+\frac{2}{2004}+\cdots+\frac{2003}{2004}+\frac{2004}{2004}+\frac{2003}{2004}+\cdots+\frac{2}{2004}+\frac{1}{2004}$$

$$=1+2+3+\cdots+2004$$

$$=\frac{(1+2004)\times2004}{2}$$

$$=2009010$$

教练提问 同学们能想办法对我们刚才所归纳出来的规律进行证明吗?

4. 利用字母代换法进行巧算

题 8 计算:

$$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)$$

$\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

精彩思路 这道题既不能通分，也无法裂项。但不难发现，减数的第一个因数$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)$比被减数的第一个因数$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$多加了一个$\frac{1}{5}$；减数的第二个因数$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$比被减数的第二个因数$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)$少加了一个$\frac{1}{5}$。如果将这些式子用字母表示出来，就能比较轻松地解答这道题了。

精妙解答 设$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=a$，$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=b$。

$$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=a\left(b+\frac{1}{5}\right)-\left(a+\frac{1}{5}\right)b$$

$$=ab+\frac{1}{5}a-ab-\frac{1}{5}b$$

$$=\frac{1}{5}a-\frac{1}{5}b$$

$$=\frac{1}{5}(a-b)$$

$$=\frac{1}{5}\times\left[\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{5}\times1$$

$$=\frac{1}{5}$$

【技法归纳】

有关巧算的题型，频繁出现于各种竞赛中。要提高自己的巧算能力，首先要牢固掌握运算的法则、定律和性质，其次是平时要多练习，以做到见多识广、熟能生巧。

当然，分数的巧算方法远不止上面所见到的这些，还需要同学们在练习的过程中，在明确的数学思想方法的指导下不断地探索与总结。

【热身运动】

1. 计算：$\frac{4}{7}\times23\frac{12}{13}+16\times\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{4}{13}$

2. 计算：$41\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}+51\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}+61\frac{1}{5}\times\frac{5}{6}$

3. 计算：$\left(5\frac{5}{9}-0.8+2\frac{4}{9}\right)\times\left(7.6\div\frac{4}{5}+2\frac{2}{5}\times1.25\right)$

4. 计算：$1.25\times88\frac{6}{15}\times8+8\times\frac{3}{5}\times1\frac{1}{4}-\frac{125}{100}\times78\frac{2}{3}\times8-9\frac{1}{2}\times10\frac{1}{3}$

5. 计算：$\frac{567+345\times566}{567\times345+222}$

6. 计算：$76\times\left(\frac{1}{23}-\frac{1}{53}\right)+23\times\left(\frac{1}{53}+\frac{1}{76}\right)-53\times\left(\frac{1}{23}-\frac{1}{76}\right)$

7. 计算：$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{99\times100}$

【升级演练】

1. 求 7 和 11 之间所有分母是 5 的最简分数之和。

2. 计算：$\frac{454454454454}{545454545454}\times\frac{272727272727}{545545545545}$

3. 计算：$\frac{1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1}{88888888\times88888888}$

4. 计算：$\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$

5. 计算：$1\frac{1}{2\times5}+3\frac{1}{5\times8}+5\frac{1}{8\times11}+7\frac{1}{11\times14}+9\frac{1}{14\times17}+11\frac{1}{17\times20}$

6. 计算：$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\left(1+\frac{1}{6}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{10}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$
$\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{9}\right)$

7. 计算：$1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+1999}$

【挑战极限】

1. 计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{31}+\frac{1}{62}+\frac{1}{124}+\frac{1}{248}+\frac{1}{496}$

2. 计算：$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\cdots+\frac{1}{48\times49\times50}$

3. 计算：$\frac{1\times2\times3+2\times4\times6+3\times6\times9+\cdots+100\times200\times300}{2\times3\times4+4\times6\times8+6\times9\times12+\cdots+200\times300\times400}$

4. 计算：$\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)^2+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)\times\frac{1}{2}$
$-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)\times\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)$

5. 计算：$\frac{(1+29)\left(1+\frac{29}{2}\right)\left(1+\frac{29}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{29}{30}\right)\left(1+\frac{29}{31}\right)}{(1+31)\left(1+\frac{31}{2}\right)\left(1+\frac{31}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{31}{28}\right)\left(1+\frac{31}{29}\right)}$

第二讲 估值技巧

尽管数学上很多时候都需要精确的计算，但也有很多时候，我们没有必要也不可能算出绝对准确的结果，而只需要对结果进行大概的估计，这就是估算。如求$\dfrac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{19}}$的整数部分。

估算是人们运用各种运算技巧所进行的快速的、近似的计算。许多数学问题可以通过估算界定范围，然后把满足条件者一一枚举出来。估算时常采用的方法有直接取近似值和通过放大与缩小确定范围。

【经典赛题】

题 1 $8.01\times1.24+8.02\times1.23+8.03\times1.22$ 的整数部分是多少？

精彩思路 当两个因数的和一定时，这两个因数越接近，它们的乘积就越大；反之，乘积就越小。本题中 $8.01+1.24=8.02+1.23=8.03+1.22$，所以，乘积最小的是 8.03×1.22，乘积最大的是 8.01×1.24。因此，这三部分的和一定介于 $8.01\times1.24\times3$ 和 $8.03\times1.22\times3$ 之间。

精妙解答 因为，$8.03\times1.22\times3<$原式$<8.01\times1.24\times3$

$29.3898<$原式<29.7972

所以，所求的整数部分是 29。

题 2 求 $\dfrac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{19}}$ 的整数部分。

精彩思路 分母的 10 个加数中，$\frac{1}{10}$ 是最大的一个，如果把 10 个加数全部看作是 $\frac{1}{10}$，分母变大，分数值就变小。反之，把 10 个加数全部看作 $\frac{1}{19}$，分母变小，分数值就变大。这样原式的值就一定介于 $\dfrac{1}{\frac{1}{10}\times10}$ 和 $\dfrac{1}{\frac{1}{19}\times10}$ 之间。

精妙解答 因为 $\dfrac{1}{\frac{1}{10}\times10}<$原式$<\dfrac{1}{\frac{1}{19}\times10}$

即 1<原式<1.9

所以，所求的整数部分是 1。

题 3 计算 $\dfrac{12345678910111213}{31211101987654321}$ 的小数点后前三位数字是什么？

精彩思路 对于不需计算准确值的近似计算，可以利用估算以避免不必要的繁琐计算，本题仍然可以采用题 2 中的“放大”与“缩小”的方法。

将分子、分母的小数点同时向左移动 13 位得

$\dfrac{12345678910111213}{31211101987654321}=\dfrac{1234.5678910111213}{3121.1101987654321}$。

因为分母增大、分子减小，分数值将变小；分母减小、分子增大，分数值将变大。所以 $\dfrac{1234}{3122}<\dfrac{12345678910111213}{31211101987654321}<\dfrac{1235}{3121}$。

又因为，1234÷3122=0.39525…

1235÷3121=0.39570…

所以，$\dfrac{12345678910111213}{31211101987654321}$ 的值在 0.39525…与 0.39570…之间。

那么它的小数点后的前三位数字是 3,9,5。

题 4 有 30 个数：1.64，$1.64+\frac{1}{30}$，$1.64+\frac{2}{30}$，…，$1.64+\frac{29}{30}$，如果取每个数的整数部分，并将这些整数相加，其和等于多少？

精彩思路 本题的解答需分两步进行：

(1)确定这些数整数部分的范围。这 30 个数中，最小的数 1.64 是大于 1 而小于 2 的，最大的数 $1.64+\frac{29}{30}$ 是小于 1.64+1 的，所以这 30 个数的整数部分都是 1 或 2。

(2)确定分界点。到底有多少个 1、多少个 2 呢？因为 $2=1.64+0.36=1.64+\frac{9}{25}$，而 $\frac{9}{25}=\frac{9\times1.2}{25\times1.2}=\frac{10.8}{30}$。所以 $1.64+\frac{10}{30}$ 的整数部分是 1，$1.64+\frac{11}{30}$ 的整数部分是 2。这样就可以知道有 11 个数的整数部分是 1，19 个数的整数部分是 2。

那么取以上数的整数部分相加其和为 1×11+2×19=49。

题 5 已知：

$$a=\frac{11\times66+12\times67+13\times68+14\times69+15\times70}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100,$$

求 a 的整数部分。

精彩思路 我们先来观察一下分子、分母之间存在什么规律。分子、分母的每一部分都有一个因数相同，另一个因数只相差 1，所以，同学们应该马上联想到利用乘法分配律对原式进行转化，这样答案就迎刃而解了。

精妙解答

$$a=\frac{11\times(65+1)+12\times(66+1)+13\times(67+1)+14\times(68+1)+15\times(69+1)}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100$$

$$=\frac{(11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69)+(11+12+13+14+15)}{11\times65+12\times66+13\times67+14\times68+15\times69}\times100$$