

新课程实践与探究丛书

数 学

九年级(下)

(与华东师范大学出版社《数学》九年级下册配套使用)

四川省教育科学研究所 主编
四川省中学数学中心教研组
四川省中小学教材审查委员会 审查

四川出版集团
四川教育出版社

· 成 都 ·

责任编辑 何伍鸣 刘 任
版式设计 张 涛
封面设计 金 阳
责任校对 伍登富
责任印制 黄 萍

新课程实践与探究丛书

数 学

九年级（下）

（华东师大版）

四川省教育科学研究所 主编
四川省中学数学中心教研组

四川出版集团 出版
四川教育出版社

（成都市槐树街2号 邮政编码 610031）

四川新华文轩连锁股份有限公司发行

成都书林印刷厂印刷

成品规格 185mm×260mm 印张 9 字数 162 千

2004 年 12 月第 1 版 2005 年 12 月第 2 次印刷

印数 145501—245500 册

ISBN 7-5408-4031-5/G·3751 定价 6.15 元

著作权所有·违者必究

本书若出现印装质量问题，请与本社调换，电话：(028) 86259359

编辑部电话：(028) 86259381 邮购电话：(028) 86259694

《新课程实践与探究丛书》编委会

主 任：汪风雄

成 员：吴德辉 严培坚 曾 全

苏洪曲 刘建国

说 明

为了帮助我省参加基础教育课程改革实验的师生更好地完成新课程确定的课程目标,凸现课程的立体功能,确保我省基础教育课程改革实验顺利进行,取得实效,根据教育部颁布的《基础教育课程改革纲要(试行)》及全日制义务教育各学科课程标准(实验稿)的有关精神,我们组织省内最早参加课程改革、能够深刻领会课程改革精神的优秀教研员、优秀教师及部分教材主编、骨干作者编写了这套《新课程实践与探究》丛书,供我省义务教育初中阶段学生使用,亦供教师参考。

本套丛书围绕新一轮基础教育课程改革的新思想、新概念,充分考虑学生的生活、学习体验和实践经验,以提高学生素质、促进学生学习方式的改变、促进学生积极主动全面的发展为目标,在知识与技能、过程与方法、情感态度价值观上对学生的进行学习进行同步指导以及形成性检测和评价,帮助教师和学生发现优势和不足,从而制定改进计划,调整学习策略,提高学习效率。本丛书按照新课程设置的学科分科编写,各学科的编写在纵向结构上力求做到与章(单元)、节(课)、学期、学年的教学同步;在横向结构上一般安排了内容小结、实践指导、探究练习等基本板块,每一章后有复习题和评价检测题,期末附有全期的自我评价题,使学生在实践与探究中,在掌握基础知识和基本技能的基础上,尝试探索、获得体验和成功,逐步提高搜集和处理信息的能力、获得新知识的能力、分析和解决问题的能力、交流与合作的能力。书中的题目分为A水平和B水平,供教师和学生根据自己的具体情况选用,不要全部都做。

本册书与华东师大出版社出版的义务教育课程标准实验教科书《数学》九年级下册配套使用。本书由冯国卫主编,李兴贵统稿,参加编写的有李兴贵、蒋光平、何明磊、周启明、张锦、冯茂根等同志。

由于编写者对基础教育课程改革精神的领会和对课程标准的把握上存在差距,本书难免存在一些缺点和问题,恳请广大师生在使用中提出批评和建议,以便修改,使之进一步完善。

四川省教育科学研究所
四川省中学数学中心教研组
2005年10月

第二十六章 二次函数

§ 26.1 二次函数	/ 1
§ 26.2 二次函数的图象与性质	/ 6
§ 26.3 实践与探索	/ 22
复习题 26	/ 27
检测题 26	/ 33

第二十七章 证明

§ 27.1 证明的再认识	/ 37
§ 27.2 用推理方法研究三角形	/ 42
§ 27.3 用推理方法研究四边形	/ 50
复习题 27	/ 65
检测题 27	/ 68

第二十八章 数据分析与决策

§ 28.1 借助媒体作决策	/ 73
§ 28.2 亲自调查作决策	/ 79
§ 28.3 在理论指导下作决策	/ 84
复习题 28	/ 89
检测题 28	/ 92



目

录

期中自我评价题	/97
期末自我评价题	/102
初中学业自测评价题	/107
部分参考答案	/115



第二十六章

二次函数

§ 26.1 二次函数

【内容小结】

二次函数:形如 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫 x 的二次函数(自变量 x 的最高次数是 2, 且二次项的系数不为零.)

【实践指导】

例 1 某果园有 100 棵橙子树, 每一棵树平均结 600 个橙子. 现准备多种一些橙子树以提高产量, 但是如果多种树, 那么树与树之间的距离和每一棵树所得到的阳光就会减少. 根据经验估计, 每多种一棵树, 平均每棵树就会少结 5 个橙子.

(1) 问题中有哪些变量? 其中哪些是自变量? 哪些是因变量?

(2) 假设果园增种 x 棵橙子树, 那么果园共有多少棵橙子树? 这时平均每棵树能结多少个橙子? 可以确定 x 的范围吗?

(3) 如果果园橙子的总产量为 y 个, 那么请你写出 y 与 x 之间的关系式.

分析: 根据“果园橙子产量(个数) = 橙子树数目(棵) $\times$ 每棵橙子树的产量(个)”等量关系, 弄清题意, 找准自变量、因变量, 依据等量关系列出 y 与 x 之间的关系式.



解:(1)问题中的变量:果园里的橙子树的增种量、橙子树的总数目、每棵橙子树的产量、橙子的总产量.其中,自变量是增种橙子树的棵数,因变量为后三者.

(2)果园里共有 $(100+x)$ 棵树,平均每棵树结 $(600-5x)$ 个橙子.

$100+x, 600-5x$ 均为正整数, $\therefore 600-5x > 0, x < \frac{600}{5} = 120, \therefore 0 \leq x < 120$ 且 x 是整数.

$$\begin{aligned}(3) y &= (100+x)(600-5x) \\ &= -5x^2 + 100x + 60000\end{aligned}$$

评析:关于这类实际问题,同学们自己通过主动探索,尝试挖掘其等量关系,弄清变化关系,建立数学模型,把实际问题转化为简单的数学问题.

例2 某工厂计划为一批长方体形状的产品涂上油漆.长方体状的长和宽相等,高比长多0.5m.

(1)长方体的长和宽用 x (m) 表示,长方体需涂油漆的表面积 S (m^2) 如何表示?

(2)如果涂油漆每平方米所需要的费用是5元,油漆每个长方体所需费用用 y (元) 表示,那么 y 的表达式是什么?

分析:根据长方体的长、宽、高分别设为 a, b, c , 则其表面积 $S = 2(ab + bc + ca)$. 总费用 = 单价 $\times$ 数量, 两个等量关系, 弄清变量, 解决问题.

解:(1)长方体的长和宽为 x m, 则高为 $(x+0.5)$ m, $S = 2[x \cdot x + x(x+0.5) + x \cdot (x+0.5)] = 6x^2 + 2x$

$$(2) y = 5 \cdot S = 5(6x^2 + 2x) = 30x^2 + 10x$$

【探究练习】

A组

1. 选择题:

(1)下列函数中,二次函数是()

(A) $y = -x$

(B) $y = -x + 1$

(C) $y = x^2 + 1$

(D) $y = -\frac{1}{x}$

(2)对于任意实数 m , 下列函数中一定是二次函数的是()

(A) $y = (m-1)^2 x^2$

(B) $y = (m+1)x^2$

(C) $y = (m^2-1)x^2$

(D) $y = (m^2+1)x^2$



(3) $y = mx^2 + px + q$ (其中 m, p, q 为常数) 是二次函数的条件是()

(A) $m \cdot q \cdot p \neq 0$

(B) $m + q + p \neq 0$

(C) $m \neq 0$

(D) $p \neq 0$ 或 $q \neq 0$

(4) 下列关系中, 可看作二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 模型的是()

(A) 在一定距离内, 汽车的行驶速度与行驶时间的关系

(B) 我国人口年增长率为 1%, 这样我国人口总数随年份的变化关系

(C) 竖直向上发射的信号弹, 从发射到落回地面, 信号弹的高度与时间的关系 (不计空气阻力)

(D) 圆的周长与半径之间的关系

2. 下列函数 (x, t 是自变量), 哪些是二次函数?

(1) $y = 1 - x^2$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2 - x^3$

(3) $y = 2^2 + 2x$

(4) $S = 1 + t + 5t^2$

(5) $y = 2x(1 - 3x)$

(6) $y = mx^2 + nx + p$ (m, n, p 为常数)

3. 物体从某一高度落下, 已知下落的高度 h (m) 和下落的时间 t (s) 的关系为: $h = 4.9t^2$, 填表表示物体在前 5s 下落的高度:

t (s)	1	2	3	4	5
h (m)					



4. 圆的半径是 1cm , 假设半径增加 $x\text{cm}$ 时, 圆的面积增加 $y\text{cm}^2$.

(1) 写出 y 与 x 之间的关系式.

(2) 当圆的半径分别增加 1cm , $\sqrt{2}\text{cm}$, $\sqrt{3}\text{cm}$ 时, 圆的面积增加多少?

5. 人民币一年定期的年利率为 x , 一年到期后, 银行将本金和利息自动按一年定期储蓄转存. 如果存款额是 a 元, 请你写出两年后的本息和 y (元) 的表达式. (不考虑利息税)

B 组

1. 填空题:

(1) 二次函数 $y = ax^2$ 满足 $x = 3, y = 5$, 则 $a =$ _____.

(2) 圆的面积为 S , 半径为 r , 用 r 表示 S 为 _____.

(3) $y = mx^2 + nx + p$ (m, n, p 为常数), 当 _____ 时, y 是 x 的二次函数; 当 _____ 时, y 是 x 的一次函数.

2. 已知函数 $y = ax^2 + bx + c$, 当 $x = 0$ 时, $y = 0$; 当 $x = 2$ 时, $y = 0$; 当 $x = 1$ 时, $y = -1$. 求 a, b, c 的值.



3. 靠墙用 16 米长的篱笆围成一个矩形(图 26-1).

(1) 请写出矩形的面积 y 与 x 的关系式.

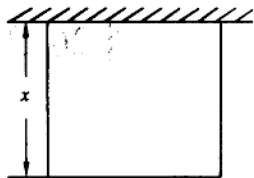


图 26-1

(2) 若篱笆墙每米造价为 a 元, 矩形内地面每平方米造价为 b 元, 请写出最后的造价 y (元) 与 x (m) 的函数关系式.

4. 某商场销售一批名牌衬衫, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元. 为了扩大销量, 增加利润, 尽快减少库存, 商场决定采取适当的降价措施. 经调查发现: 如果每件衬衫降价 1 元, 商场平均每天可多售出 2 件. 请写出商场降价后每天盈利 y (元) 与降价 x (元) 的函数关系式.



§ 26.2 二次函数的图象与性质

一、二次函数 $y = ax^2$ 的图象与性质

【内容小结】

1. 二次函数 $y = ax^2$ 的图象.

二次函数 $y = ax^2$ 的图象是抛物线.

图象关于 y 轴对称.

图象的顶点坐标是 $(0, 0)$.

当 $a > 0$ 时, 图象开口向上, 除顶点外都在 x 轴上方; 当 $a < 0$ 时, 图象开口向下, 除顶点外都在 x 轴下方.

2. 二次函数 $y = ax^2$ 的性质.

如果 $a > 0$, 那么: 当 $x < 0$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小; 当 $x > 0$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大; 当 $x = 0$ 时, 函数取得最小值. 最小值 $y = 0$.

如果 $a < 0$, 那么: 当 $x < 0$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大; 当 $x > 0$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小; 当 $x = 0$ 时, 函数取得最大值. 最大值 $y = 0$.

【实践指导】

例 1 已知函数 $y = x^2$ 和 $y = 2x^2$.

(1) 填写下表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
x^2	...								...
$2x^2$	...								...

(2) 在同一坐标系中作出两函数的图象.

(3) 观察图象, 填空:

它们的开口_____, 对称轴为_____, 顶点坐标均为_____.



当 $x < 0$ 时, y 随 x 增大而 _____; 当 $x > 0$ 时, y 随 x 增大而 _____.

(4) 你能归纳当 $a > 0$ 时, $y = ax^2$ 的图象及其性质有哪些?

分析: 该问题考查如何研究二次函数性质的思路. 作图、观察, 由图探索函数性质, 体现数形结合的函数思想.

解: (1) 略.

(2) 如图 26-2.

(3) 向上, y 轴, $(0, 0)$; 减小, 增大.

(4) $y = ax^2 (a > 0)$ 的图象: 开口向上, 以 y 轴为对称轴, 顶点为 $(0, 0)$. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 增大而减小; 当 $x > 0$ 时, y 随 x 增大而增大.

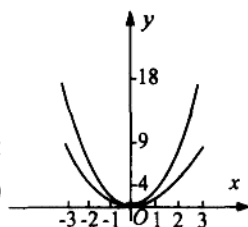


图 26-2

评析: 由特殊归纳一般规律, 是一种常见的数学方法, 也是一种常用的研究方法.

【探索练习】

A 组

1. 选择题:

(1) 已知二次函数 $y = -ax^2$, 下列说法不正确的是()

- (A) 当 $a < 0, x \neq 0$ 时, y 总是负值
- (B) 当 $a < 0, x < 0$ 时, y 随 x 增大而减小
- (C) 当 $a < 0$ 时, 函数图象有最低点, 即 y 有最小值
- (D) 当 $a \neq 0$ 时, $y = -ax^2$ 的对称轴是 y 轴

(2) 在同一坐标系中作 $y = 2x^2, y = 3x^2$ 与 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 的图象, 它们的共同特点是()

- (A) 都是关于 y 轴对称的抛物线, 开口向上
- (B) 都是关于 y 轴对称的抛物线, 且 y 随 x 增大而增大
- (C) 都是关于 y 轴对称的抛物线, 且 y 随 x 增大而减小
- (D) 都是关于 y 轴对称的抛物线, 且顶点在原点

(3) 下列函数中且有过原点且当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小这两个特征的有()



① $y=ax^2(a \neq 0)$ ② $y=-k^2x(k \neq 0)$ ③ $y=(ax)^2(a \neq 0)$ ④ $y=(k-2)x^2$
($k < 2$) ⑤ $y=-x+a^2(a \neq 0)$

(A)2个 (B)3个 (C)4个 (D)5个

2. 填空题

(1)把函数 $y=-3x^2$ 的图象沿 x 轴对折,得到的图象的解析式为_____.

(2)函数 $y=(-\sqrt{2}x)^2$ 的图象是_____,顶点坐标是_____,对称轴是_____,
开口向_____,当 $x=$ _____时,函数有最_____值,在对称轴左侧, y 随 x 增大而_____,
在对称轴的右侧, y 随 x 增大而_____.

(3)二次函数 $y=ax^2$ 的图象过点 $(-1,2)$,则它的解析式为_____.

3.(1)在同一坐标系中作出 $y=2x^2$ 与 $y=-2x^2$ 的图象.

(2)由(1)的图象可知,抛物线 $y=2x^2$ 的对称轴是_____,顶点坐标是_____,
当 $x=$ _____时,抛物线上的点都在 x 轴的上方;抛物线 $y=-2x^2$ 的开口向_____,
除了它的顶点,抛物线上的点都在 x 轴_____方,它的顶点是图象的最_____点;
 $y=2x^2$ 与 $y=-2x^2$ 的图象关于_____成轴对称,形状_____,方向相反.

4.不作图,说出抛物线 $y=-5x^2$ 与 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的对称轴、顶点坐标和开口方向.

5. g 表示重力加速度,当物体自由下落时,下落的高度 h 与下落时间 t 之间的关



系是 $h = \frac{1}{2}gt^2$ (g 是常数, 一般取 $g=9.8$).

(1) 当 $t=1, 2, 2.5, 3$ 时, 求 h 的值.

【解】

(2) 画出函数 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 的图象.

B 组

1. 作出函数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的图象, 并完成下列问题:

(1) 指出二次函数的开口、对称轴、顶点.

(2) 说明 y 随 x 增大的变化情况.

(3) 当 x 为何值时, $y=0$; 当 x 为何值时, $y<0$; 有没有 x 的值使 $y>0$ 成立?



二、二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与性质

【内容小结】

1. 图象的平移:

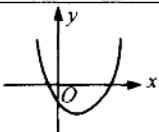
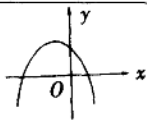
$$(1) y = ax^2 \xrightarrow[k < 0, \text{向下平移 } |k| \text{ 个单位}]{k > 0, \text{向上平移 } k \text{ 个单位}} y = ax^2 + k;$$

$$(2) y = ax^2 \xrightarrow[h < 0, \text{向左平移 } |h| \text{ 个单位}]{\text{当 } h > 0 \text{ 时, 向右平移 } h \text{ 个单位}} y = a(x - h)^2.$$

2. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的基本特征:

$y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$, 其图象是一条抛物线, 与 $y = ax^2$ 的形状相同, 只是位置不同, 对称轴是 $x = -\frac{b}{2a}$, 顶点坐标是 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$.

3. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的性质.

函数	二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$)	
图象	$a > 0$ 	$a < 0$ 
性质	(1) 当 $a > 0$ 时, 抛物线开口向上无限延伸 (2) 对称轴是 $x = -\frac{b}{2a}$, 顶点坐标是 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ (3) 在对称轴的左侧, 即 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; 在对称轴的右侧, 即 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大, 简记为: 左减右增 (4) 抛物线有最低点, 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 有最小值, $y_{\text{最小值}} = \frac{4ac - b^2}{4a}$	(1) 当 $a < 0$ 时, 抛物线开口向下无限延伸 (2) 对称轴是 $x = -\frac{b}{2a}$, 顶点坐标是 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ (3) 在对称轴的左侧, 即 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴的右侧, 即 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小, 简记为: 左增右减 (4) 抛物线有最高点, 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 有最大值, $y_{\text{最大值}} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

4. 二次函数的应用: 数学模型.



【实践指导】

例1 在同一坐标系中作二次函数 $y = -2x^2 + 1$, $y = -2x^2$, $y = -2x^2 - 1$ 的图象, 完成下列问题:

(1) 填表:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$-2x^2$							
$-2x^2 + 1$							
$-2x^2 - 1$							

(2) 在同一直角坐标系中作出上述三个函数的图象.

(3) 它们三者的图形形状如何? 有什么异同? 它们的开口方向、对称轴、顶点分别是什么?

(4) 由 $y = -2x^2$ 的图象怎样平移得到 $y = -2x^2 - 1$ 与 $y = -2x^2 + 1$ 的图象.

分析: 本题意图考查同学们基本作图的思路与图象的上下平移, 同时利用图象分析函数的变化关系及性质.

解: (1) 填表(略).

(2) 作图如 26-3.

(3) 它们三者图象形状相同, 但位置不同, 开口均向下, 对称轴均为 y 轴, 顶点不同, 分别为 $(0, 1)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(0, -1)$.

(4) $y = -2x^2 + 1$ 的图象由 $y = -2x^2$ 向上平移 1 个单位得到; $y = -2x^2 - 1$ 的图象由 $y = -2x^2$ 的图象向下平移 1 个单位得到.

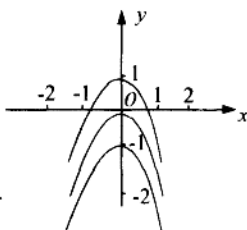


图 26-3

例2 用配方法把函数 $y = 1 - 4x - 2x^2$ 化成 $y = a(x + m)^2 + n$ 的形式, 并指出它的图象的开口方向、顶点坐标和对称轴.

分析: 将二次函数改写成 $y = a(x + m)^2 + n$ 的形式时, 一般采用配方法. 配方时, 应先提出公因式 -2 , 把二次项系数化为 1, 然后再根据公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, 进行配方.

$$\begin{aligned}
 \text{解: } y &= 1 - 4x - 2x^2 \\
 &= -2\left(x^2 + 2x - \frac{1}{2}\right)
 \end{aligned}$$

