

● 浙江省中等职业教育教材配套复习用书

◆ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

(配人教版)

浙江中职导学与同步训练

● 第二册

数 学

(高二上学期)

中国三峡出版社

浙江省中等职业教育教材配套复习用书

浙江中职数学与同步训练 (配人教版)
第二册

数 学

(高二上学期)

◆ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

编 委 会 主 任	江照富				
编委会副主任	江再智	潘月林			
丛 书 编 委	李福林	陈岳松	王 岗	卢文静	
	项琳冰	傅妙西	李彩云		
本 册 主 编	潘明增				
本 册 副 主 编	王其国	仇海滨			
本 册 编 委	傅妙西	陈震迪	何云娟		

中国三峡出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

浙江省中职导学与同步训练. 第二册: 人教版

/ 上海东方激光教育文化有限公司 组编.

— 北京: 中国三峡出版社, 2005. 8

ISBN 7-80099-972-6

I. 浙… II. 上… III. ①语文课 - 专业学校 - 教学参考资料
②数学课 - 专业学校 - 教学参考资料 ③英语课 - 专业学校 - 教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 084100 号

责任编辑 马文晓

特约编辑 苏宁萍 陈瑜

中国三峡出版社出版发行

(北京市海淀区太平路 23 号院 12 号楼 100036)

电话: (010) 68218553 51933037

<http://www.e-zgsx.com>

E-mail: sanxiaz@sina.com

江阴市天江印刷有限公司印制 新华书店经销

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 50.25 字数: 1206 千字

ISBN 7-80099-972-6 定价: 70.00 元 (全八册)

前 言

为了适应中等职业教育教学改革、发展新形势的需要,全面推进素质教育,认真贯彻教育部颁发的中等职业学校课程教学大纲的精神,我们组织了一批具有丰富实践经验、熟悉教学一线实际情况的教研员和骨干教师编写了这套《导学与同步训练》系列丛书,旨在对教材的学习内容进行系统的梳理、提炼,且通过单元测试、期中测试、期末测试等形式,及时巩固、加强已学的知识,把握教材的知识点,促进学生知识系统的形成,提高学生分析问题和解决问题的能力。

本套丛书为教师的教学和检测提供实用的材料,为学生消化巩固所学内容及时提供实在的依据,特别是为有志参加浙江省高等职业技术教育招生考试(单考单招)的学生提供具有系统性、针对性的学习资料。

本套丛书包括语、数、英三个学科,《导学与同步训练——语文》系列依据人教版中等职业教育国家规划教材编写;《导学与同步训练——数学》系列依据人民教育出版社基础版的教材编写;《导学与同步训练——英语》系列依据浙江人民出版社的教材编写。同时各科的编写均参考了浙江省高等职业技术教育招生考试大纲。

《导学与同步训练——数学》(配人教版)分复习用书四册及测试卷四册,根据每个学期编写复习用书一册和测试卷一册。高一上册编写了第一册教材中第一章到第四章的内容,高一下册编写了第一册教材中第五章和第六章的内容;高二上册编写了第二册教材中第八章和第九章的内容,高二下册编写了第二册教材中第十章和第十一章的内容。

数学复习用书编写特点是:

1. 同步 反映中等职业教育教学大纲的知识点,紧扣教材基本内容,与材料、与学生日常学习同步。

2. 实用 按课时编写,每课时都梳理了本课所对应的概念、定理、公式、性质或重要的结论等,以帮助学生理清各章节的知识要点;并通过典型例题的讲解与点评,引导学生应用所学的知识去解决相关问题,并且能举一反三,把知识学活学精;再对本课时的内容进行自我检查,配有基础题和提高题。

3. 层次 根据职校学生的特点和实际水平按层次进行编写。每节配有相应的测试题,每章、期中和期末都配有A、B卷。A卷属于基本要求,突出学生对基础知识的掌握;B卷属于较高要求,注重知识面的拓展与学生综合能力的培养。

本册复习用书由潘明增任主编,王其国、仇海滨任副主编,傅妙西、陈震迪、何云娟等参加了编写。由于组稿时间紧迫,书中难免存在一些不足,恳请广大师生批评指正,以便我们不断完善。

丛书编写组

E-mail: 0571donghang@sina.com

2005年9月

目 录

第八章 平面解析几何

一、曲线与方程	1
8.1 曲线与方程的概念	1
8.2 求曲线的方程和曲线的交点	3
8.2.1 求曲线的方程	3
8.2.2 求曲线的交点的坐标	6
二、直线方程	9
8.3 直线的点向式与点斜式方程	9
8.3.1 直线的点向式方程	9
8.3.2 直线的倾斜角和斜率	11
8.3.3 直线的点斜式和斜截式方程	14
8.3.4 直线的截距式、点法式方程和参数方程	17
8.4 直线的一般式方程	19
8.5 两条直线的平行与垂直的条件	22
8.5.1 两条直线平行的条件	22
8.5.2 两条直线垂直的条件	24
8.6 两条直线的夹角	26
8.7 点到直线的距离	29
8.8 二元一次不等式表示的区域	32
三、圆的方程	34
8.9 圆的标准方程	34
8.10 圆的一般方程	38
8.11 圆的参数方程	41
8.12 坐标轴的平移	44
四、椭圆、双曲线和抛物线	46
8.13 椭圆	46

8.13.1 椭圆的标准方程	46
8.13.2 椭圆的几何性质	49
8.14 双曲线	52
8.14.1 双曲线的标准方程	52
8.14.2 双曲线的几何性质	54
8.15 抛物线	57
8.15.1 抛物线的标准方程	57
8.15.2 抛物线的几何性质	59
章综合测试卷(A)	62

五、极坐标(选学)(略)

章综合测试卷(B)	64
-----------------	----

六、坐标的应用(略)

第九章 立体几何

一、平面的基本性质	66
9.1 平面的基本性质	66
9.2 平面基本性质的推论	68
二、空间的平行问题	71
9.3 空间的平行直线和异面直线	71
9.3.1 空间平行直线的性质	71
9.3.2 异面直线及其夹角	73
9.4 直线与平面平行	76
9.5 直线与平面的平行关系	80
9.6 平行射影	82
三、空间向量	86
9.7 空间向量及其线性运算	86
9.8 共线向量与共面向量	88
9.9 空间向量分解定理	91
9.10 两个向量的数量积	93
9.11 空间向量的直角坐标运算	96

9.11.1 空间向量的直角坐标运算	96
9.11.2 空间向量垂直和平行的条件	99
9.11.3 夹角与距离公式	101
四、垂直、夹角和距离	103
9.12 直线和平面垂直的判定	103
9.13 直线垂直于平面的性质与镜面对称	106
9.14 正射影和三垂线定理(一)	108
9.14 正射影和三垂线定理(二)	111
9.15 直线和平面所成的角	114
9.16 二面角、平面与平面垂直(一)	117
9.16 二面角、平面与平面垂直(二)	123
9.17 距离	126
六、多面体和旋转体	130
9.19 棱柱(一)	130
9.19 棱柱(二)	132
9.20 棱锥	136
9.21 直棱柱和正棱锥直观图的画法及其侧面积	139
9.22 正多面体与欧拉定理	143
9.23 圆柱、圆锥	145
9.24 球	148
9.25 多面体与旋转体的体积(一)	152
9.25 多面体与旋转体的体积(二)	154
章综合测试卷(A)	157
章综合测试卷(B)	160
参考答案	163
打击盗版 举报有奖	190

第八章 平面解析几何

一、曲线与方程

8.1 曲线与方程的概念

【知识要点】

1. 对曲线的理解

平面上一条曲线可以看成动点按某种规律运动而成的轨迹.

2. 曲线与方程的概念

一般地,在平面直角坐标系中,如果曲线 C (点的集合或轨迹) 上的点与一个二元方程 $f(x, y) = 0$ 的实数解建立了如下关系:

(1) 曲线上的点的坐标都是这个方程的解(纯粹性);

(2) 以这个方程的解为坐标的点都是曲线上的点(完备性).

那么这个方程叫做曲线的方程,这条曲线叫做方程的曲线.

【例题解析】

【例1】 点 $P(-2, -3)$ 在曲线 $2x^2 + 3y + k = 0$, 则 k 的值?

【分析】 点 $P(-2, -3)$ 在曲线上, 就是它的坐标满足曲线的方程.

【解】 把点 $P(-2, -3)$ 代入曲线方程得

$$2 \cdot (-2)^2 + 3(-3) + k = 0, \therefore k = 1.$$

【点评】 点在曲线上也可以说成曲线通过点.

【例2】 用曲线方程的定义说明到两坐标轴距离相等的点的方程是 $y = \pm x$.

【分析】 点到 x 轴的距离是点的纵坐标的绝对值, 点到 y 轴的距离是点的横坐标的绝对值.

【解】 设 $P(x_0, y_0)$ 到两坐标轴距离相等, 则 $|y_0| = |x_0|$, 即 $y_0 = \pm x_0$, 所以 (x_0, y_0) 是方程 $y = \pm x$ 的解.

其次, 设 (x_0, y_0) 是方程 $y = \pm x$ 的解, 则有 $y_0 = \pm x_0$, 两边取绝对值, 得 $|y_0| = |x_0|$, 所以点 P 到坐标轴距离相等.

根据曲线方程的定义, 到两坐标轴距离相等的点的方程是 $y = \pm x$.

【点评】 曲线方程的定义需从两个方面入手, 一是曲线是方程的曲线, 二是方程是曲线的方程.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 下列各点中, 在曲线 $x^2 - xy + 2y + 1 = 0$ 上的点是 ()

A. $(2, -2)$

B. $(4, -3)$

C. $(3, 10)$

D. $(-2, 5)$

2. 以下各点中不在曲线 $y^2 = 3x + 1$ 上的是 ()

- A. $(1, -2)$ B. $(0, 1)$ C. $(2, 3)$ D. $(5, 4)$

3. 设圆 M 的方程为 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 2$, 直线 L 的方程为 $x + y - 3 = 0$, 点 P 的坐标为 $(2, 1)$, 那么 ()

- A. 点 P 在直线 L 上, 但不在圆 M 上
B. 点 P 在圆 M 上, 但不在直线 L 上
C. 点 P 既在圆 M 上, 也在直线 L 上
D. 点 P 既不在圆 M 上, 也不在直线 L 上

4. 已知坐标满足方程 $F(x, y) = 0$ 的点都在曲线 C 上, 则下列命题中正确的是 ()

- A. 曲线 C 上的点的坐标都适合方程 $F(x, y) = 0$
B. 不在 C 上的点的坐标必不适合方程 $F(x, y) = 0$
C. 凡坐标不适合方程 $F(x, y) = 0$ 的点都不在 C 上
D. 不在 C 上的点的坐标有些适合方程 $F(x, y) = 0$

5. 已知曲线 C 的方程是 $x^2 + y^2 - 2mx + 2my = 0 (m \neq 0)$, 下列各点中不在曲线 C 上的点是 ()

- A. $(0, 0)$ B. $(0, 2m)$ C. $(0, -2m)$ D. $(2m, 0)$

6. 下列关于曲线的说法中正确的是 ()

- A. 直线不是曲线
B. 曲线是指弯弯曲曲的线
C. 曲线可以看成动点按某种规律运动而成的轨迹
D. 平面上所有图形都可以看成一条曲线

二、填空题

7. 曲线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过原点的充要条件是_____.

8. 若点 $P(a, -2)$ 在曲线 $x^2 - xy + 4y = 0$ 上, 则 $a =$ _____.

9. 方程 $(x-4)^2 + (y+4)^2 = k$ 的曲线过点 $(1, 0)$ 的条件是_____.

三、解答题

10. 已知点 $P(a, b)$ 在直线 $2x - y = 5$ 上, 且 a 是 b 的 3 倍, 求点 P 的坐标.

11. 方程 $ax^2 + by^2 = 4$ 的曲线通过点 $A(0, -2)$ 和点 $B\left(\frac{1}{2}, \sqrt{3}\right)$, 确定 a, b 的值.

12. 用曲线方程的定义说明, 第二、四象限的角平分线方程是 $y = -x$.

提高题

13. 若 $a + b + c = 0$, 则曲线 $y = ax^2 + bx + c$ 必通过定点.

14. 若 $4a - 2b + c = -1$, 则曲线 $y = ax^2 + bx + c$ 必通过定点.

8.2 求曲线的方程和曲线的交点

8.2.1 求曲线的方程

【知识要点】

1. 求曲线方程的主要步骤

- (1) 建系设点: 建立适当的平面直角坐标系, 设曲线上任一点 P 的坐标为 (x, y) ;
- (2) 特征性质: 根据给出的几何条件写出曲线上点集的特征性质;
- (3) 列出方程: 用 x, y 的关系式表示这个特征性质, 列出方程;
- (4) 化简方程: 通过同解变形化简方程;
- (5) 查漏补缺: 证明化简后的方程是所求曲线的方程.

2. 对称方程

- (1) 曲线 $f(x, y) = 0$ 关于原点对称的曲线方程 $f(-x, -y) = 0$;
- (2) 曲线 $f(x, y) = 0$ 关于 x 轴对称的曲线方程 $f(x, -y) = 0$;
- (3) 曲线 $f(x, y) = 0$ 关于 y 轴对称的曲线方程 $f(-x, y) = 0$;
- (4) 曲线 $f(x, y) = 0$ 关于直线 $y = x$ 对称的曲线方程 $f(y, x) = 0$;
- (5) 曲线 $f(x, y) = 0$ 关于直线 $y = -x$ 对称的曲线方程 $f(-y, -x) = 0$.

【例题解析】

【例1】 等腰 $\triangle ABC$, 若底边两端点坐标分别是 $B(4,2)$ 、 $C(-2,0)$, 求顶点 A 的轨迹方程?

【分析】 等腰三角形两腰相等, 即顶点 A 到两底边端点的距离相等.

【解】 设等腰 $\triangle ABC$ 的顶点 A 坐标为 (x,y) ,

则 $AB = AC$,

由两点的距离公式, 得

$$\sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-0)^2},$$

两边平方整理, 得

$$3x + y - 4 = 0 (x \neq 1).$$

【点评】 本题所求轨迹实质上就是线段 BC 的垂直平分线, 但 A 、 B 、 C 三点构成三角形, 三点必不能成一线, 因此, 顶点 A 需排除 BC 的中点.

【例2】 若 $\triangle ABC$ 的两个顶点 B 、 C 的坐标分别是 $(-1,0)$ 和 $(2,0)$, 而顶点 A 在直线 $y = x$ 上移动, 求 $\triangle ABC$ 的重心 G 的轨迹方程?

【分析】 三角形的重心坐标与三角形的三个顶点的坐标存在一定的关系, 此题中存在两个动点, 而顶点决定了重心的位置, 在这种情况下, 一般设所求的点为 (x,y) , 另一与它相关的点为 (x_0, y_0) .

【解】 设顶点 A 的坐标为 $A(x_0, y_0)$, 重心 G 的坐标为 $G(x, y)$, 则

$$x = \frac{-1+2+x_0}{3}, y = \frac{0+0+y_0}{3} \text{ (重心坐标公式)}$$

$$\text{得 } x_0 = 3x - 1, y_0 = 3y,$$

$$\because \text{顶点 } A \text{ 在直线 } y = x \text{ 上}, \therefore y_0 = x_0$$

$$\therefore 3x - 1 = 3y,$$

$$\text{即 } \triangle ABC \text{ 的重心 } G \text{ 的轨迹方程是 } y = x - \frac{1}{3}.$$

【点评】 本题运用了坐标代换法, 适用于当一个动点 P 在已知曲线上移动时, 求与它相关的另一动点 M 的轨迹, 解题时, 找出点 P 、 M 的坐标之间的关系, 然后用点 M 的坐标表示点 P 的坐标, 代入已知曲线方程, 化简即得所求轨迹方程.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 若点 M 到 x 轴的距离和它到直线 $y = 8$ 的距离相等, 则点 M 的轨迹方程是 ()
A. $x = -4$ B. $x = 4$ C. $y = -4$ D. $y = 4$
2. 到点 $(2,3)$ 的距离等于 $\sqrt{5}$ 的点的轨迹方程是 ()
A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$ B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 5$
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$ D. $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$
3. 下列各组方程中表示相同曲线的是 ()
A. $y = x, \frac{y}{x} = 1$ B. $y = x, y = \sqrt{x^2}$
C. $|y| = |x|, \sqrt{x} = \sqrt{y}$ D. $|y| = |x|, x^2 = y^2$

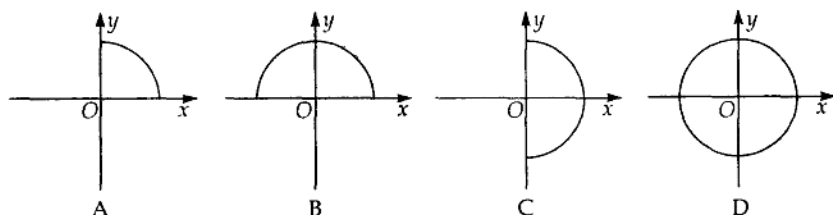
4. 方程 $\sqrt{1-|x|} = \sqrt{1-y}$ 表示的曲线是 ()

- A. 两条直线 B. 两条线段 C. 一条直线 D. 两条射线

5. 曲线 $f(x, y) = 0$ 关于点 $(0, 0)$ 对称的曲线方程是 ()

- A. $f(x, y) = 0$ B. $f(-x, y) = 0$
C. $f(x, -y) = 0$ D. $f(-x, -y) = 0$

6. 方程 $y = \sqrt{25-x^2}$ 对应的曲线是 ()



二、填空题

7. 曲线方程 $x^2 - y^2 = 0$ 所表示的图形是_____.

8. 曲线 $f(x, y) = 0$ 关于点 y 轴对称的曲线方程是_____.

9. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $A(0, -3)$ 、 $B(0, 5)$, 那么直角顶点 C 的轨迹方程是_____.

三、解答题

10. 求到点 $A(3, 0)$ 和 $B(-3, 0)$ 的距离的平方和为 26 的点的轨迹方程.

11. 点 P 与一定点 $F(4, 0)$ 的距离和它到定直线 $x = -4$ 的距离相等, 求 P 点的轨迹.

12. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 及圆外一点 $A(4, 0)$, 点 P 是圆 C 上的动点, 求线段 PA 的中点 M 的轨迹方程.

提高题

13. 到两坐标轴距离之差的绝对值等于 2 的点的轨迹是 ()

- A. 两条直线 B. 四条直线 C. 四条射线 D. 八条射线

14. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = r^2$ 及圆外一点 $A(a, b)$, 点 P 是圆 C 上的动点, 线段 PA 上一点 Q , 使 $PQ : QA = \lambda$, 求点 Q 的轨迹方程.

8.2.2 求曲线的交点的坐标

【知识要点】

由曲线方程的定义可知, 两条曲线有交点的充要条件是它们的方程所组成的方程组有实数解. 因此我们可以通过解曲线的方程所组成的方程组来求出曲线的交点, 或是通过方程组解的个数来判断曲线的位置关系.

【例题解析】

【例 1】 已知曲线 C 的方程为 $x^2 + y^2 = 4$, 当 k 为何值时, 直线 $y = x + k$ 与曲线有 (1) 两个交点; (2) 有一个交点; (3) 无交点.

【分析】 曲线的交点个数与方程组的实数解个数是相等的, 因此只要求出方程组实数解的个数即可得到交点个数.

【解】 由 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 & ① \\ y = x + k & ② \end{cases}$

② 式代入 ① 式得

$$x^2 + (x + k)^2 = 4, \text{ 即 } 2x^2 + 2kx + k^2 - 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (k^2 - 4) = -4k^2 + 32 = -4(k^2 - 8)$$

当 $\Delta > 0$ 时, $-2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$, 直线与曲线有两个交点;

当 $\Delta = 0$ 时, $k = \pm 2\sqrt{2}$, 直线与曲线有一个交点;

当 $\Delta < 0$ 时, $k < -2\sqrt{2}$ 或 $k > 2\sqrt{2}$, 直线与曲线没有交点.

【点评】 两曲线的交点是从几何角度去研究问题, 而两方程的实数解是从代数方面去分析问题, 这就是用数形结合的方法去解决问题.

【例 2】 求直线 $y = x + 3$ 被抛物线 $y = 2x^2$ 截得的线段的长.

【解】 解方程组 $\begin{cases} y = x + 3 & ① \\ y = 2x^2 & ② \end{cases}$

① 式代入 ② 式, 整理得 $2x^2 - x - 3 = 0$

解此二次方程,得 $x_1 = -1$ 或 $x_2 = \frac{3}{2}$,代入①式,得

$$y_1 = 2 \text{ 或 } y_2 = \frac{9}{2}$$

∴ 直线和抛物线的交点坐标 $(-1, 2), (\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$;

∴ 截得的线段长为 $\sqrt{(\frac{3}{2} + 1)^2 + (\frac{9}{2} - 2)^2} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$.

【点评】 两曲线相交所截得的线段长也可称为弦长.

【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 直线 $x + y = 5$ 和曲线 $xy = 6$ 的交点坐标是 ()
A. (2, 3) B. (2, 3) 或 (3, 2)
C. (3, 2) D. (2, 2) 或 (3, 3)
2. 两曲线 $xy = 1$ 与 $x^2 + y^2 = 2$ 的交点的个数是 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
3. 两条曲线有交点是它们的方程所组成的方程组有实数解的 ()
A. 充要条件 B. 充分非必要条件
C. 必要非充分条件 D. 既非充分也非必要条件
4. 如果直线 $ax + y + 9 = 0$ 经过直线 $5x - 6y - 17 = 0$ 和直线 $4x + 3y + 2 = 0$ 的交点, 则 $a =$ ()
A. 7 B. -7 C. 6 D. -6
5. 若圆 $x^2 + y^2 = b$ 与直线 $x + y = b$ 相切, 则 b 的值等于 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\sqrt{2}$
6. 方程 $(2x + y)(x + y - 3) = 0$ 与 $(4x + 2y + 1)(2x - y + 1) = 0$ 所表示的两曲线的公共点的个数是 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题

7. 当 $k =$ _____ 时, 直线 $3x + 4y = k$ 与 $2x + 3y = 10$ 的交点落在 x 轴上.
8. 若直线 $2x - y + k = 0$ 与曲线 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 没有公共点, 则实数 k 的取值范围是 _____.

9. 曲线 $y = |x|$ 与曲线 $y = \sqrt{4 - x^2}$ 所围成的图形的面积是 _____.

三、解答题

10. 设 $k \in \mathbf{R}$, 试讨论直线 $y = x + k$ 与曲线 $4x^2 + 9y^2 = 36$ 的交点个数.

11. 求抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 在 x 轴上截得的线段之长.

12. 求直线 $x - 4y + 6 = 0$ 与曲线 $(3x + 2y - 10)(2x - y + 5) = 0$ 的交点.

提高题

13. 直线 $y = x + b$ 与曲线 $x = \sqrt{1 - y^2}$ 恰有一个公共点, 则 b 的取值范围是 ()

A. $k = \pm\sqrt{2}$

B. $k \leq -\sqrt{2}$ 或 $k \geq \sqrt{2}$

C. $-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$

D. $k = -\sqrt{2}$ 或 $-1 < k \leq 1$

14. 求关于 x 的方程 $\sin x = \frac{x}{10}$ 的实数解的个数.

二、直线方程

8.3 直线的点向式与点斜式方程

8.3.1 直线的点向式方程

【知识要点】

1. 点向式方程

已知点 $P_0(x_0, y_0)$ 和非零向量 $\vec{v} = (v_1, v_2)$, 过点 P_0 平行于向量 $\vec{v}$ 的直线点向式方程是

$$v_2(x - x_0) - v_1(y - y_0) = 0 \quad ①$$

当 $v_1 = 0, v_2 \neq 0$ 时, 直线 l 平行于 y 轴, 方程变为 $x = x_0$;

当 $v_1 \neq 0, v_2 = 0$ 时, 直线 l 平行于 x 轴, 方程变为 $y = y_0$;

当 $v_1 \neq 0, v_2 \neq 0$ 时, ① 式可化为

$$\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} \quad ②$$

① 和 ② 式都叫做直线的点向式方程.

2. 方向向量

与直线平行的向量叫做直线的方向向量, 直线最终可化为 $Ax + By + C = 0$ 的一般形式, 其方向向量为 $\lambda(B, -A)$, 其中 λ 为非零实数.

3. 两点式方程

已知点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 过 A, B 两点的直线的两点式方程是

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad (x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2).$$

【例题解析】

【例 1】 求过点 $P_0(1, -3)$, 且平行于向量 $\vec{v} = (-2, 1)$ 的直线方程.

【解】 根据直线的点向式方程, 得 $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-(-3)}{1}$,

即 $x + 2y + 5 = 0$.

【点评】 公式运用时注意点的坐标和向量的位置.

【例 2】 求过点 $A(2, 1)$ 和点 $B(5, 3)$ 的直线方程.

【分析】 过两点 A, B 的直线, 可以认为是过 A (或 B) 平行于向量 $\overrightarrow{AB}$ 的直线.

【解法一】 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (5, 3) - (2, 1) = (3, 2)$

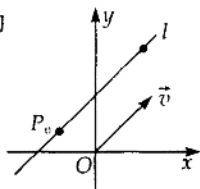
根据直线的点向式方程, 得

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2}, \text{ 即 } 2x - 3y - 1 = 0.$$

【解法二】 根据直线的两点式方程, 得

$$\frac{x-2}{5-2} = \frac{y-1}{3-1}, \text{ 即 } 2x - 3y - 1 = 0.$$

【点评】 两点式方程在运用时, A, B 的位置可以调换.



【同步精练】

基础题

一、选择题

1. 过点 $P(-2, 1)$, 且平行于向量 $\vec{v} = (5, -2)$ 的直线方程 ()
A. $2x - 5y - 1 = 0$ B. $2x - 5y + 1 = 0$
C. $2x + 5y - 1 = 0$ D. $2x + 5y + 1 = 0$
2. 过两点 $A(3, -4)$ 、 $B(5, -4)$ 的直线方程是 ()
A. $x - 3 = 0$ B. $y + 4 = 0$ C. $x + 3 = 0$ D. $y - 4 = 0$
3. 直线 $3x - 4y + 5 = 0$ 的一个方向向量是 ()
A. $(3, -4)$ B. $(3, 4)$ C. $(4, -3)$ D. $(4, 3)$
4. 过点 $(-2, 1)$ 与 y 轴平行的直线方程是 ()
A. $x + 2 = 0$ B. $y - 1 = 0$ C. $x - 2 = 0$ D. $y + 1 = 0$
5. 过两点 $A(-1, 2)$ 、 $B(2, 4)$ 的直线方程是 ()
A. $3x - 2y + 8 = 0$ B. $3x - 2y - 8 = 0$
C. $2x - 3y - 8 = 0$ D. $2x - 3y + 8 = 0$
6. 下列向量中, 不能作为直线 $2x - y + 1 = 0$ 的方向向量的是 ()
A. $(1, 2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(2, -1)$ D. $(a, 2a), a \neq 0$

二、填空题

7. 直线 $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{2}$ 的一个方向向量是_____.
8. 经过点 $P(2, -5)$, 与 x 轴平行的直线方程是_____.
9. 经过两点 $A(3, 6)$ 、 $B(3, -6)$ 的直线方程是_____.

三、解答题

10. 经过点 $P(1, -2)$ 且直线的一个方向向量为 $\vec{v} = (-1, 3)$, 求直线方程.
11. 已知三角形的顶点是 $A(-5, 0)$ 、 $B(3, -4)$ 、 $C(0, 2)$ 求过点 C 且平行于 AB 的直线方程.