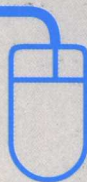


可下载教学资料

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



高等学校教材  
计算机科学与技术

# 离散数学

李俊锋 冯刚 编著

清华大学出版社



中国大学计算机教育  
计算机科学与技术专业

# 离散数学

王传平 王明 编著

清华大学出版社



高等学校教材  
计算机科学与技术

# 离散数学

李俊锋 冯刚 编著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书较系统地介绍了计算机科学与技术专业的核心课程——离散数学的基本知识。全书分为经典数理逻辑、非经典数理逻辑、集合论、离散概率、抽象代数和图论 6 部分。经典数理逻辑包括命题逻辑和一阶逻辑；非经典数理逻辑包括模态命题逻辑和模态一阶逻辑；集合论包括集合的基本关系与运算、函数和关系；离散概率介绍离散概率的基本内容；抽象代数包括代数系统、群、环和域、格；图论包括图的基本问题、树和特殊图。

本书内容丰富、概念清晰，叙述简洁而严谨，力求语言生动、深入浅出，诠释严格而灵活，避免纯粹公式化、抽象化，易于读者理解和接受。书中配有相当数量的例题和习题。

本书可作为高等院校计算机科学与技术专业的离散数学教材，也可供考研以及相关专业科研工作者参考。

版权所有，翻印必究。举报电话：010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术，用户可通过在图案表面涂抹清水，图案消失，水干后图案复现；或将表面膜揭下，放在白纸上用彩笔涂抹，图案在白纸上再现的方法识别真伪。

### 图书在版编目(CIP)数据

离散数学/李俊峰,冯刚编著. —北京:清华大学出版社,2006.9

(高等学校教材·计算机科学与技术)

ISBN 7-302-13066-3

I. 离… II. ①李… ②冯… III. 离散数学—高等学校—教材 IV. O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 050457 号

出 版 者: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 客户服务: 010-62776969

责任编辑: 魏江江

印 刷 者: 北京市昌平环球印刷厂

装 订 者: 三河市化甲屯小学装订二厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×260 印张: 25.75 字数: 635 千字

版 次: 2006 年 9 月第 1 版 2006 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-13066-3/TP·8279

印 数: 1~3000

定 价: 33.00 元

## 读者意见反馈

亲爱的读者：

感谢您一直以来对清华版计算机教材的支持和爱护。为了今后为您提供更优秀的教材，请您抽出宝贵的时间来填写下面的意见反馈表，以便我们更好地对本教材做进一步改进。同时如果您在使用本教材的过程中遇到了什么问题，或者有什么好的建议，也请您来信告诉我们。

地址：北京市海淀区双清路学研大厦 A 座 602 室 计算机与信息分社营销室 收  
邮编：100084 电子邮箱：jsjic@tup.tsinghua.edu.cn  
电话：010-62770175-4608/4409 邮购电话：010-62786544

教材名称：离散数学

ISBN：7-302-13066-3/TP·8279

### 个人资料

姓名：\_\_\_\_\_ 年龄：\_\_\_\_\_ 所在院校/专业：\_\_\_\_\_

文化程度：\_\_\_\_\_ 通信地址：\_\_\_\_\_

联系电话：\_\_\_\_\_ 电子信箱：\_\_\_\_\_

您使用本书是作为：☐指定教材 ☐选用教材 ☐辅导教材 ☐自学教材

您对本书封面设计的满意度：

☐很满意 ☐满意 ☐一般 ☐不满意 改进建议\_\_\_\_\_

您对本书印刷质量的满意度：

☐很满意 ☐满意 ☐一般 ☐不满意 改进建议\_\_\_\_\_

您对本书的总体满意度：

从语言质量角度看 ☐很满意 ☐满意 ☐一般 ☐不满意

从科技含量角度看 ☐很满意 ☐满意 ☐一般 ☐不满意

本书最令您满意的是：

☐指导明确 ☐内容充实 ☐讲解详尽 ☐实例丰富

您认为本书在哪些地方应进行修改？（可附页）

\_\_\_\_\_

您希望本书在哪些方面进行改进？（可附页）

\_\_\_\_\_

## 电子教案支持

敬爱的教师：

为了配合本课程的教学需要，本教材配有配套的电子教案，有需求的教师可以与我们的联系，我们将向使用本教材进行教学的教师免费赠送电子教案，希望有助于教学活动的开展。相关信息请拨打电话 010-62776969 或发送电子邮件至 jsjic@tup.tsinghua.edu.cn 咨询，也可以到清华大学出版社主页（<http://www.tup.com.cn> 或 <http://www.tup.tsinghua.edu.cn>）上查询。

# 编审委员会成员

(按地区排序)

|          |     |     |
|----------|-----|-----|
| 清华大学     | 周立柱 | 教授  |
|          | 覃 征 | 教授  |
|          | 王建民 | 教授  |
|          | 刘 强 | 副教授 |
|          | 冯建华 | 副教授 |
| 北京大学     | 杨冬青 | 教授  |
|          | 陈 钟 | 教授  |
|          | 陈立军 | 副教授 |
| 北京航空航天大学 | 马殿富 | 教授  |
|          | 吴超英 | 副教授 |
|          | 姚淑珍 | 教授  |
| 中国人民大学   | 王 珊 | 教授  |
|          | 孟小峰 | 教授  |
|          | 陈 红 | 教授  |
| 北京师范大学   | 周明全 | 教授  |
| 北京交通大学   | 阮秋琦 | 教授  |
| 北京信息工程学院 | 孟庆昌 | 教授  |
| 北京科技大学   | 杨炳儒 | 教授  |
| 石油大学     | 陈 明 | 教授  |
| 天津大学     | 艾德才 | 教授  |
| 复旦大学     | 吴立德 | 教授  |
|          | 吴百锋 | 教授  |
|          | 杨卫东 | 副教授 |
| 华东理工大学   | 邵志清 | 教授  |
| 华东师范大学   | 杨宗源 | 教授  |
|          | 应吉康 | 教授  |
| 东华大学     | 乐嘉锦 | 教授  |
| 上海第二工业大学 | 蒋川群 | 教授  |
| 浙江大学     | 吴朝晖 | 教授  |
|          | 李善平 | 教授  |
| 南京大学     | 骆 斌 | 教授  |
| 南京航空航天大学 | 秦小麟 | 教授  |
| 南京理工大学   | 张功萱 | 教授  |

|          |     |     |
|----------|-----|-----|
| 南京邮电学院   | 朱秀昌 | 教授  |
| 苏州大学     | 龚声蓉 | 教授  |
| 江苏大学     | 宋余庆 | 教授  |
| 武汉大学     | 何炎祥 | 教授  |
| 华中科技大学   | 刘乐善 | 教授  |
| 中南财经政法大学 | 刘腾红 | 教授  |
| 华中师范大学   | 王林平 | 副教授 |
|          | 魏开平 | 副教授 |
|          | 叶俊民 | 副教授 |
| 国防科技大学   | 赵克佳 | 教授  |
|          | 肖 侬 | 副教授 |
| 中南大学     | 陈松乔 | 教授  |
|          | 刘卫国 | 教授  |
| 湖南大学     | 林亚平 | 教授  |
|          | 邹北骥 | 教授  |
| 西安交通大学   | 沈钧毅 | 教授  |
|          | 齐 勇 | 教授  |
| 长安大学     | 巨永峰 | 教授  |
| 西安石油学院   | 方 明 | 教授  |
| 西安邮电学院   | 陈莉君 | 副教授 |
| 哈尔滨工业大学  | 郭茂祖 | 教授  |
| 吉林大学     | 徐一平 | 教授  |
|          | 毕 强 | 教授  |
| 长春工程学院   | 沙胜贤 | 教授  |
| 山东大学     | 孟祥旭 | 教授  |
|          | 郝兴伟 | 教授  |
| 山东科技大学   | 郑永果 | 教授  |
| 中山大学     | 潘小轰 | 教授  |
| 厦门大学     | 冯少荣 | 教授  |
| 福州大学     | 林世平 | 副教授 |
| 云南大学     | 刘惟一 | 教授  |
| 重庆邮电学院   | 王国胤 | 教授  |
| 西南交通大学   | 杨 燕 | 副教授 |

**改**革开放以来,特别是党的十五大以来,我国教育事业取得了举世瞩目的辉煌成就,高等教育实现了历史性的跨越,已由精英教育阶段进入国际公认的大众化教育阶段。在质量不断提高的基础上,高等教育规模取得如此快速的发展,创造了世界教育发展史上的奇迹。当前,教育工作既面临着千载难逢的良好机遇,同时也面临着前所未有的严峻挑战。社会不断增长的高等教育需求同教育供给特别是优质教育供给不足的矛盾,是现阶段教育发展面临的基本矛盾。

教育部一直十分重视高等教育质量工作。2001年8月,教育部下发了《关于加强高等学校本科教学工作,提高教学质量的若干意见》,提出了十二条加强本科教学工作提高教学质量的措施和意见。2003年6月和2004年2月,教育部分别下发了《关于启动高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作的通知》和《教育部实施精品课程建设提高高校教学质量和人才培养质量》文件,指出“高等学校教学质量和教学改革工程”是教育部正在制定的《2003—2007年教育振兴行动计划》的重要组成部分,精品课程建设是“质量工程”的重要内容之一。教育部计划用五年时间(2003—2007年)建设1500门国家级精品课程,利用现代化的教育信息技术手段将精品课程的相关内容上网并免费开放,以实现优质教学资源共享,提高高等学校教学质量和人才培养质量。

为了深入贯彻落实教育部《关于加强高等学校本科教学工作,提高教学质量的若干意见》精神,紧密配合教育部已经启动的“高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作”,在有关专家、教授的倡议和有关部门的大力支持下,我们组织并成立了“清华大学出版社教材编审委员会”(以下简称“编委会”),旨在配合教育部制定精品课程教材的出版规划,讨论并实施精品课程教材的编写与出版工作。“编委会”成员皆来自全国各类高等学校教学与科研第一线的骨干教师,其中许多教师为各校相关院、系主管教学的院长或系主任。

按照教育部的要求,“编委会”一致认为,精品课程的建设工作从开始就要坚持高标准、严要求,处于一个比较高的起点上;精品课程教材应该能够反映各高校教学改革与课程建设的需要,要有特色风格、有创新性(新体系、新内容、新手段、新思路,教材的内容体系有较高的科学创新、技术创新和理念创新的含量)、先进性(对原有的学科体系有实质性的改革和发展、顺应并符合新世纪教学发展的规律、代表并引领课程发展的趋势和方向)、示范性(教材所体现的课程体系具有较广泛的辐射性和示范性)和一定的前瞻

性。教材由个人申报或各校推荐(通过所在高校的“编委会”成员推荐),经“编委会”认真评审,最后由清华大学出版社审定出版。

目前,针对计算机类和电子信息类相关专业成立了两个“编委会”,即“清华大学出版社计算机教材编审委员会”和“清华大学出版社电子信息教材编审委员会”。首批推出的特色精品教材包括:

(1) 高等学校教材·计算机应用——高等学校各类专业,特别是非计算机专业的计算机应用类教材。

(2) 高等学校教材·计算机科学与技术——高等学校计算机相关专业的教材。

(3) 高等学校教材·电子信息——高等学校电子信息相关专业的教材。

(4) 高等学校教材·软件工程——高等学校软件工程相关专业的教材。

(5) 高等学校教材·信息管理与信息系统。

(6) 高等学校教材·财经管理与计算机应用。

清华大学出版社经过 20 年的努力,在教材尤其是计算机和电子信息类专业教材出版方面树立了权威品牌,为我国的高等教育事业做出了重要贡献。清华版教材形成了技术准确、内容严谨的独特风格,这种风格将延续并反映在特色精品教材的建设中。

**清华大学出版社教材编审委员会**  
**E-mail: dingl@tup.tsinghua.edu.cn**

读者看到这本书的第一个反应可能就会问：什么是离散数学？离散数学有什么用途？

离散数学属于数学的范畴，是数学的一个分支。离散数学能够独立成为一门学科，是源于计算机的发展。可以说，计算机的发展促使离散数学的兴盛。

一般来说，离散数学主要包括如下几个方面的内容：

(1) 数理逻辑。即用数学的方法研究逻辑。数理逻辑是 2000 多年以前到现在一直在延续和发展的普通形式逻辑的数学化、精密化。

(2) 集合论。研究集合的运算与性质，定义在集合上的关系等。

(3) 抽象代数。即算术的抽象化和概括化，简单地说，就是研究符号的运算。

(4) 图论。研究图，并用它解决实际问题。

除了这四部分的内容以外，有些学者将组合数学、数论、离散概率论也归为离散数学的范畴。

数理逻辑、集合论、抽象代数、图论、组合数学、数论、离散概率都是数学的分支学科，都有悠久的发展历史。那么，它们为什么会被归纳在一起形成一个新的学科呢？这是为了计算机科学发展的需要。计算机的出现与发展极大地改变了世界，并且深刻影响了所有科学的发展，尤其是数学的发展。实际上，计算机科学和数学是密不可分的。从某种意义上说，计算机科学就是数学。计算机科学的进步，需要坚实的数学理论支撑，同时反过来促使数学的创新。离散数学便应运而生。

如果将离散数学的内容与经典的微积分进行比较，它们有一个显著的差别——研究对象不同。微积分研究的变量是连续变量，而离散数学研究的则是离散变量。当然，这种区分并非很严格。但这种区别有助于我们理解离散数学与计算机科学的特殊关系。计算机所处理的变量都是离散变量，而且现实世界中的量从本质上来说都是离散的。很多学者则干脆将离散数学称为“计算机数学”。

离散数学是计算机科学的核心基础课程。如果说数学分析(高等数学)和线性代数的开设是为了培养计算机专业学生的数学素养，那么，离散数学则是为了训练计算机专业学生的思维和推理能力而开设的重要课程，也是直接为从事计算机科学的学习和研究者而开设的。离散数学的理论、方法直接为诸如数据结构、操作系统、编译原理、人工智能、程序设计等计算机专业课程服务。这些课程有的是与离散数学并行开设，多数则是离散数学的后继课程。毫不夸张地说，学好离散数学是学好计算机科学其他专业课

程的核心环节。而且,离散数学也是信息科学各专业的重要基础课程。

学习离散数学要达到什么目的?

首先,培养严谨的逻辑推理能力。逻辑推理能力是计算机专业学生必备的基本能力。试想,一个连逻辑推理都不清楚的人,编写出来的程序怎么不会漏洞百出,更谈不上其实用性?逻辑推理能力的训练贯穿于离散数学的学习。数理逻辑则是有的放矢地为培养计算机专业学生的逻辑推理能力而专门设立的。

其次,培养抽象思维能力。没有很强的抽象思维能力,就无法攀登科学的高峰。一个抽象思维能力欠缺的人,不可能设计出高水平的软件。

再者,培养解决实际问题的能力。解决实际问题逻辑推理能力和抽象思维能力的综合应用。计算机科学最重要的应用是服务于生活。离散数学中有一些运用所学理论、方法解决实际问题的例子,而更重要的是这些理论和方法在更广泛领域的运用。

离散数学的书籍很多,本书在以下几个方面作了一些探索。

(1)力求深入浅出。本书努力用活泼生动的语言将读者逐步带入离散数学的殿堂,让其尽快入门,激发学习兴趣。即使是自学者,也可以从中受益匪浅。

(2)注重于问题的分析、结论的理解。作者将多年的教学经验和研究融合在问题的分析之中,让读者能够很快掌握分析问题的技巧。尤其是对一些概念、公式的诠释,能够让读者很快抓住问题的实质,理解其精髓。

(3)努力将启发式教学、自主性学习融入到教材中,避免纯粹抽象的理论证明。作者努力吸取国外和国内离散数学教材的优点,兼取二者之长而避其短。

(4)兼顾学生、自学者和教师的不同需求。作者努力让学生从中获得足够的知识与信息,使其能力得到提高;让教师取材方便,课时安排省心;指引自学者逐步上手,不会望而生畏。

本书的第1章、第5章~第15章以及符号表、索引、附录由李俊锋编写,第2章~第4章由冯刚编写,全书由李俊锋统稿。

本书可作为普通高等院校计算机专业的本科生的教材、从事计算机科学教学研究的教师 and 科技工作者的参考书,也可作为信息科学相关专业的离散数学教材和考研参考书。

由于编著者水平所限,书中疏漏和不当之处在所难免,恳请读者批评指正。

编者

2006年8月

# 图灵、图灵奖和数学

我们认为,在正式学习之前,了解数学在计算机中最成功的应用典范,以及数学家对计算机科学与技术所做的重要贡献是十分有益的。读者应该从中得到信息——数学是计算机的灵魂。

**图灵** 英国著名数学家,是计算机逻辑的奠基者,计算技术的先驱。他在 1936 年提出一种描述计算过程的数学模型(后人称之为图灵机),实际上也是现代计算机的数学模型。图灵机的概念是图灵对计算机科学的最重要贡献。对于人工智能,他提出了重要的衡量标准——“图灵测试”,如果有机器能够通过图灵测试,那它就是一个完全意义上的智能机,和人没有区别了。图灵杰出的贡献使他成为计算机界的第一人,现在人们为了纪念这位伟大的科学家,将计算机界的最高奖定名为“图灵奖”,被认为计算机界的诺贝尔奖。

图灵机被公认为现代计算机的原型,这台机器可以读入一系列的 0 和 1,这些数字代表了解决某一问题所需要的步骤,按这个步骤走下去,就可以解决某一特定的问题。这种观念在当时是具有革命性意义的,因为即使在 20 世纪 50 年代,大部分的计算机还只能解决某一特定的而不是通用的问题,图灵机从理论上讲却是通用机。图灵认为,一台计算机只需保留一些最简单的指令,任何一项复杂的工作只要把它分解为几个最简单的指令的组合就可以完成。图灵相信总会有一个算法可以解决大部分问题,而难点之一是如何确定最简单的指令集,什么样的指令集是最小的,而且又能解决问题;难点之二是如何将复杂问题分解为这些指令。

图灵相信机器可以模拟人的智力,图灵经常和其他科学家发生争论,争论的核心问题就是机器实现人类智能的问题。在今天看来这种争论是没有意义的。图灵相信,如果模拟人类大脑的思维就可以做出一台可以思考的机器。他于 1950 提出著名的“图灵测试”,该测试是让人类考官通过键盘向一个人和一个机器发问,这个考官不知道他现在问的是人还是机器。如果在经过一定时间的提问以后,这位人类考官不能确定谁是人谁是机器,那么这个机器就有智能了。这个测试现在看起来十分简单,可是伟大的思想就源于这种简单的事物。

**图灵奖** 1946 年,世界上第一台电子计算机 ENIAC 诞生后,美国一些有远见的科学家意识到它对于社会进步与人类文明的巨大意义,在第二年就发起成立了美国计算机协会(ACM),以推动计算机科学技术的发展。到 20 世纪 60 年代,计算机技术趋向成熟,信息产业初步形成,计算机科学与技术已成为一个独立的、有深远影响的学科,一些计算机科学家为此做出了卓越的贡献。但是由于它是一个新兴的、变化的学科,在著名的诺贝尔奖等评选时都轮不到计算机学者,这显然是不公正的,也是不利于计算机科学技术的发展。1966 年,ACM 决定设立“图灵奖”,专门奖励那些在计算机科学研究中做出创造性贡献、推动计算机技术发展的杰出科学家。图灵奖对获奖者的条件要求极高,评奖程序极严,一般每年只有一名获奖者。

很多图灵奖得主都是学数学的或者就是数学家。例如:

Marvin Minsky,1969 年获奖,数学硕士,数学和计算机教授。

Edsger W. Dijkstra, 1972 年获奖, 数学和物理学学士, 理论物理博士, 数学和计算机教授, 发明以他的名字命名的最短路径算法。

Donald E. Knuth, 1974 年获奖, 数学博士, 发明数学排版软件 Tex。

Dennis M. Ritchie, 1983 年获奖, 应用数学博士。

Richard M. Karp, 1985 年获奖, 应用数学博士, 在并行算法、组合优化问题的概率分析方面成果显著。

Robert E. Tarjan, 1986 年获奖, 数学和计算机博士。

John Cocke, 1987 年获奖, 数学博士。

William V. Kahan, 1989 年获奖, 数学教授。

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 第 1 章 命题逻辑                      | 1  |
| 1.1 数理逻辑简介                      | 1  |
| 1.1.1 从形式逻辑谈起                   | 1  |
| 1.1.2 数理逻辑                      | 1  |
| 1.1.3 数理逻辑与计算机科学的关系             | 2  |
| 1.1.4 命题逻辑                      | 2  |
| 1.2 命题及命题符号化                    | 3  |
| 1.2.1 命题的概念                     | 3  |
| 1.2.2 逻辑联结词                     | 4  |
| 1.3 命题公式及命题符号化                  | 6  |
| 1.3.1 命题公式的定义                   | 6  |
| 1.3.2 公式的解释                     | 7  |
| 1.3.3 命题符号化                     | 9  |
| 1.4 公式的等价                       | 11 |
| 1.4.1 公式等价的基本概念                 | 11 |
| 1.4.2 基本等价公式                    | 13 |
| 1.4.3 等价演算                      | 13 |
| 1.4.4 公式的类型                     | 15 |
| 1.5 公式的蕴涵                       | 17 |
| 1.5.1 公式蕴涵的基本概念                 | 17 |
| 1.5.2 基本蕴涵式                     | 18 |
| 1.5.3 蕴涵式 $A \Rightarrow B$ 的证明 | 19 |
| 1.6 联结词完备集                      | 20 |
| 1.6.1 其他联结词                     | 20 |
| 1.6.2 联结词的数目                    | 21 |
| 1.6.3 联结词完备集                    | 22 |
| 1.7 公式的对偶                       | 23 |

|            |                                      |           |
|------------|--------------------------------------|-----------|
| 1.7.1      | 公式对偶的基本概念 .....                      | 23        |
| 1.7.2      | 对偶原理 .....                           | 24        |
| 1.8        | 公式的范式 .....                          | 25        |
| 1.8.1      | 简单合取式与简单析取式 .....                    | 25        |
| 1.8.2      | 公式的范式 .....                          | 26        |
| 1.9        | 公式的主范式 .....                         | 28        |
| 1.9.1      | 主析取范式 .....                          | 28        |
| 1.9.2      | 主合取范式 .....                          | 33        |
| 1.10       | 命题逻辑推理理论 .....                       | 36        |
| 1.10.1     | 有效结论和推理规则 .....                      | 36        |
| 1.10.2     | 由前提推导出结论的证明方法 .....                  | 37        |
| 习题         | .....                                | 43        |
| <b>第2章</b> | <b>一阶逻辑 .....</b>                    | <b>48</b> |
| 2.1        | 一阶逻辑简介 .....                         | 48        |
| 2.2        | 一阶逻辑的基本概念 .....                      | 49        |
| 2.2.1      | 个体词和个体域 .....                        | 49        |
| 2.2.2      | 谓词和函词 .....                          | 49        |
| 2.2.3      | 变元和常元 .....                          | 51        |
| 2.2.4      | 量词 .....                             | 52        |
| 2.3        | 一阶逻辑中命题的符号化 .....                    | 55        |
| 2.4        | 一阶逻辑公式及其解释 .....                     | 58        |
| 2.4.1      | 合式公式 .....                           | 58        |
| 2.4.2      | 合式公式的语义 .....                        | 62        |
| 2.5        | 一阶逻辑公式的等价与蕴含 .....                   | 66        |
| 2.5.1      | 逻辑等价 .....                           | 66        |
| 2.5.2      | 逻辑蕴含 .....                           | 70        |
| 2.6        | 自由变元与约束变元 .....                      | 71        |
| 2.6.1      | 量词的辖域 .....                          | 71        |
| 2.6.2      | 自由变元与约束变元 .....                      | 71        |
| 2.7        | 前束范式与 Skolem 标准形 .....               | 72        |
| 2.7.1      | 前束范式 .....                           | 73        |
| 2.7.2      | $\exists$ -前束范式和 Skolem 标准形 .....    | 76        |
| 2.7.3      | Skolem 函词、Skolem 常元和 Skolem 范式 ..... | 78        |
| 2.8        | 一阶逻辑的推理理论 .....                      | 79        |
| 2.8.1      | 全称量词消去规则(UI 规则) .....                | 79        |
| 2.8.2      | 全称量词引入规则(UG 规则) .....                | 79        |
| 2.8.3      | 存在量词引入规则(EG 规则) .....                | 80        |
| 2.8.4      | 存在量词消去规则(EI 规则) .....                | 80        |

|                             |            |
|-----------------------------|------------|
| 2.8.5 一阶逻辑推理举例 .....        | 80         |
| 习题 .....                    | 83         |
| <b>第3章 模态命题逻辑</b> .....     | <b>87</b>  |
| 3.1 模态命题逻辑简介 .....          | 87         |
| 3.2 模态命题语言 .....            | 88         |
| 3.3 模态命题逻辑推理 .....          | 89         |
| 3.4 模态命题逻辑公式 .....          | 91         |
| 习题 .....                    | 94         |
| <b>第4章 模态一阶逻辑</b> .....     | <b>96</b>  |
| 4.1 模态一阶逻辑简介 .....          | 96         |
| 4.2 模态一阶语言 .....            | 97         |
| 4.2.1 MPTL 的语言 .....        | 97         |
| 4.2.2 MPTL 的语义 .....        | 98         |
| 4.3 模态一阶逻辑推理 .....          | 100        |
| 4.3.1 时序命题演算 .....          | 100        |
| 4.3.2 带等词的一阶时序逻辑 .....      | 100        |
| 4.4 模态一阶逻辑公式 .....          | 103        |
| 习题 .....                    | 104        |
| <b>第5章 集合的基本关系与运算</b> ..... | <b>105</b> |
| 5.1 集合论简介 .....             | 105        |
| 5.2 集合的基本概念 .....           | 105        |
| 5.2.1 集合的描述性定义 .....        | 105        |
| 5.2.2 集合的表示法 .....          | 106        |
| 5.2.3 空集 .....              | 107        |
| 5.2.4 集合论的公理化简介 .....       | 107        |
| 5.2.5 韦恩图 .....             | 109        |
| 5.3 集合的运算 .....             | 109        |
| 5.3.1 集合的交与并 .....          | 109        |
| 5.3.2 集合的差与对称差 .....        | 110        |
| 5.3.3 集合等式的证明 .....         | 111        |
| 5.4 集合的覆盖与划分 .....          | 113        |
| 5.4.1 集合的覆盖 .....           | 113        |
| 5.4.2 集合的划分 .....           | 113        |
| 习题 .....                    | 114        |

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 第 6 章 函数                          | 117 |
| 6.1 函数简介                          | 117 |
| 6.2 函数的基本概念                       | 117 |
| 6.2.1 函数的定义                       | 117 |
| 6.2.2 特殊函数                        | 119 |
| 6.2.3 函数的构造                       | 121 |
| 6.3 函数的复合及逆函数                     | 121 |
| 6.3.1 函数的复合                       | 121 |
| 6.3.2 逆函数                         | 124 |
| 6.4 特征函数和模糊集简介                    | 125 |
| 6.4.1 特征函数                        | 125 |
| 6.4.2 模糊集的概念及表示                   | 127 |
| 6.4.3 模糊集的运算                      | 128 |
| 6.4.4 $\lambda$ 截集和分解定理           | 129 |
| 6.5 集合的基数                         | 131 |
| 6.5.1 集合的基数                       | 131 |
| 6.5.2 基数的比较                       | 131 |
| 6.5.3 集合运算后的基数                    | 132 |
| 6.6 无限集合的性质                       | 134 |
| 6.6.1 无限集合的性质                     | 134 |
| 6.6.2 无限集合的基本运算                   | 135 |
| 6.7 可数集合与不可数集合                    | 135 |
| 6.7.1 可数集合与不可数集合的基本概念             | 135 |
| 6.7.2 连续统假设                       | 137 |
| 6.8 函数的增长性                        | 138 |
| 6.8.1 大 $O$ 记号                    | 138 |
| 6.8.2 大 $\Omega$ 记号和大 $\theta$ 记号 | 139 |
| 6.8.3 函数运算后的增长性                   | 140 |
| 习题                                | 140 |
| 第 7 章 关系                          | 144 |
| 7.1 关系简介                          | 144 |
| 7.2 关系的概念及表示法                     | 144 |
| 7.2.1 序偶                          | 144 |
| 7.2.2 笛卡儿积                        | 145 |
| 7.2.3 关系的概念                       | 147 |
| 7.2.4 关系的表示法                      | 147 |
| 7.2.5 几种特殊关系                      | 149 |