A.F. 塔加尔特 主編

选矿手册

取样和试验

第四卷　第二分册

中国工业出版社

选　矿　手　册

第四卷　第二分册

取样和試驗

A·F·塔加尔特主編

苏联版学术編輯　E·H·叶利金科副教授

昆明工学院选矿教研組譯

中 国 工 业 出 版 社

选矿手册第四卷是苏联冶金出版社組織波立金等根据塔加尔特主編的英文选矿手册編訂出版的。俄譯本第四卷的学术編輯为E.И.叶利金科副教授。

中譯本系根据苏联冶金出版社1950年出版的“选矿手册”第四卷并参考1945年英文版譯出的。

全卷共分三篇，由第十八篇到第二十篇。第十八篇为仓庫业务与物料运輸；第十九篇为取样和試驗；第二十篇为选矿厂設計与建設。本卷分三分册出版。

本手册主要讀者对象为：从事选矿工作的工程技术人員；此外对于在各工业部門、科学研究及設計部門和高等、中等工业学校中从事地质、采矿、矿物、冶金、建筑、机械、化工等工作的人員亦可作为参考。

本书为第四卷第二分册，专門闡述有关取样和試驗的問題。

本书由昆明工学院选矿教研組譯校。

A. F. Taggart

СПРАВОЧНИК ПО ОБОГАЩЕНИЮ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ (ТОМ Ⅳ)

МЕТАЛЛУРГИЗДАТ

МОСКВА—1950

* * *

选 矿 手 册

取样和試驗

第四卷 第二分册

昆明工学院选矿教研組譯

*

冶金工业部图书編輯室編輯（北京灯市大街78号）

中国[illegible]业出版社出版（北京[illegible]路丙10号）

（北京[illegible]刊出版事业许可証出字第110号）

中国工业出版社第三印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 · 各地新华书店經售

*

开本850×1168 1/32 · 印张13 · 插頁1 · 字数346,000

1963年5月北京第一版 · 1963年6月北京第一次印刷

印数001—730 · 定价（10-7）2.20元

*

統一书号：15165 · 2043（冶金-300）

目　　录

第十九篇　取样和试验

第十九篇　取样和試驗

第一章　取样原理

从大量的物料中采出其某一部分——試样——的过程称为取样❶。試样在量上滿足相应的試驗要求。試样中被試驗的性质（例如比重、金属含量、可选性等）的比例和分布仍与原物料一式一样；即除量而外，試样在所有的各方面应完全代表原物料的性质。但是实际上这些严格的条件在任何时候也不会实現，尤其是对矿物混合物的取样。

取样問題的要素：1）精确的决定被試驗物料的质量（Качество）；2）这种（被研究的）质量的特点（Характер）；3）被取样物料中某部分（份）的特点；4）被試驗物料的质量和被取样物料的关系；5）为得出有关被研究性质的数据所需試样的特点；6）需要的精确度；7）原物料的来源，从該原料中采出应被取样的一份；8）試样必需的重量（数量）：a）試驗所需試样的重量；б）为了保証試样规定的精度和期望的置信程度，理論上所必需的重量；9）确定采样方法；10）适应于第9条的采样机械和工具。

取样理論提出的任务是：闡明影响取样工序的各变量，并确定它們間的相互关系。取样理論的具体目的乃是检查取样过程，并預决取样的結果。从这个角度来說，取样理論还只处于发展的初級阶段，且仅能在最理想的采样技术中应用。这时，在完善的取样技术条件下，认为試样与真实情况在特点和性质上的所有的誤差均由偶然的（或不可預知的）原因所造成。例如，混合物为閃鋅矿和石英所組成，在最完善的技术条件下取了样，則并不要求采出的試样中含鋅量（被試驗物料的质量）与原混合物中的絕对一样，但是要求在总体中的含鋅量与該試样含鋅量之差仅系偶然原因造成❷。在对取样問題

❶ 在英文本中取样（Опробование）和采样（Пробоотбирание）二名詞間并无明确的区别。按苏联采用的术語，取样是所有工序的总称；这些工序采出的試样不仅作为工艺研究用的原料，而且也为了确定原料中各种成份的含量之用。采样一詞則仅是指拿出或采出試样的过程的本身。——編者

❷ 作者的这个肯定是不正确的，因为他沒有考虑試样采取时的环境与条件。——編者

作这种假定时，則可采用或然率（概率）理論。

或然率理論的应用。放 250 顆黑豆子（此处用以表示有用的矿石顆粒）和750顆白豆子（用以表示脉石顆粒）于容器中，然后攪拌之，并从总混合物中取出100顆豆子的試样。取出25%含量的試样（即在試样的組成中有25顆黑豆子）的或然率，决定于所有这种試样的数量与从1000顆豆子的原混合物中取出100顆豆子組成的試样的总的可能方法数之比値。从 1000 个单元中每次同时取出100个的組合次数由式

$$C_{1000}^{100}=\frac{1000}{100\times900}$$

决定。与此相当，从250顆黑豆子中取出25顆黑豆的可能方法数为：

$$C_{250}^{25}=\frac{250}{25\times225}$$

但每次从250顆黑豆中逐次取25顆黑豆的同时，还存在着C_{750}^{75}个从750顆白豆中逐次取出75顆白豆子的方法。因此从原混合物中逐次取出25个黑豆和75个白豆的总的方法数决定于

$$C_{250}^{25}\times C_{750}^{75}=\frac{250}{25\times225}\times\frac{750}{75\times675}。$$

所以含量25%的偶然試样的或然率（P）由下式求得：

$$P=\frac{C_{250}^{25}\times C_{750}^{75}}{C_{1000}^{100}}=0.0968 \qquad (1)$$

这即是說，如果从总的料堆中取出10个試样（同时在每次取样之前把上次的試样仍放回混合物中去），那么10个試样中有0.968个或接近于 1 个具有总料中相同的含量；100个試样中有眞实含量的将是9.7个；1000个試样中——約97个等等。

方程式 1 可用下列通式表示之：

$$P=\frac{C_{a}^{\alpha}\times C_{b}^{\beta}}{C_{a+b}^{\alpha+\beta}} \qquad (2)$$

式中：a ——总体中矿石顆粒的数量；

b ——总体中脉石顆粒的数量；

α 和 β ——相应地表示試样中矿石顆粒和脉石顆粒的含量。

利用这个方程式就可以計算任意取出的試样，当有用成分在任意指定百分含量时的或然率。

实驗結果。表 1 第 4 栏中将观測得的数据与按上列或然率方程式預先計算出的数值进行了比較。图 1 为这些数据的曲綫图。从曲綫图中可見，在100次实驗中得到极其吻合的結果。可知，在1000次实驗中其吻合程度还要更大。

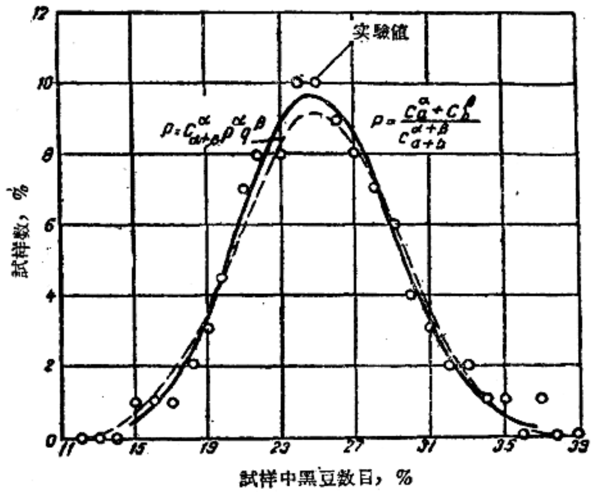

图 1　或然率理論值与实驗得出的数据的比較（見表 1）

从定量的一批物料中取出的試样的重量。取出的試样的重量愈大，则其含量与被取样的該批物料的含量精确吻合的或然率就愈小，但是彼此間（指二者的品位）的誤差或分歧变小的或然率就愈大。例如，从1000顆豆子組成的混合物中采一个200顆豆子組成的試样，则具有真实含量的任意取出的試样或然率等于0.0727。对于采出400顆豆子的試样，其或然率将相应地变为0.0594。从40顆豆的試样中拿走一顆粒子，则含量上将有 2.5% 的变化；在100顆粒子中，此变化将是 1 %，而对200顆粒子的試样，它将等于 0.5%。总之，含量的变化是 $\frac{100}{n}$ %，其中 n 是試样中粒子的数目。所以，随着从

表 1

从250颗黑豆和750颗白豆組成的混合物中取样或然率数值的比較
（根据100颗豆子組成的試样进行100次取样試驗所得的数据）

黑豆子的含量 %	含量的或然率（按方程式（2）所得）	試样数		
		按第二栏	观察得	按标准定律 $P=C_{\alpha+\beta}^{\alpha}p^{\alpha}q^{\beta}$，式中：$p=0.25$；$q=0.75$
1	2	3	4	5
15	0.00439	0.4	1	0.6
16	0.00823	0.8	1	1.0
17	0.0142	1.4	1	1.7
18	0.0230	2.3	2	2.5
19	0.0343	3.4	3	3.5
20	0.0479	4.8	5	4.8
21	0.0626	6.3	7	6.1
22	0.0766	7.7	8	7.3
23	0.0880	8.8	8	8.3
24	0.0951	9.5	10	8.9
25	0.0968	9.7	10	9.2
26	0.0929	9.3	9	8.9
27	0.0843	8.4	8	8.3
28	0.0723	7.2	7	7.3
29	0.0587	5.9	6	6.1
30	0.0451	4.5	4	4.8
31	0.0329	3.3	3	3.5
32	0.0228	2.3	2	2.5
33	0.0150	1.5	2	1.7
34	0.00937	0.9	1	1.0
35	0.00557	0.6	1	0.6
36	0.00315	0.3	0	0.2
37	0.00170	0.2	1	0.1
	—	99.5	100	98.9

物料批中取出試样量的增大，試样中或然含量❶值的数亦将增加；由此得

❶ 俄譯本中沒有或然含量中的“或然”二字。——譯者

出；任意取出試样的含量与眞实含量吻合的或然率将降低了。

从另一方面来讲，任意取出的試样具有某一范围含量的或然率，例如23.99%和26.01%之間，隨被采出試样的量的增大亦增加。譬如，对40顆粒子組成的試样，在此范围內唯一的含量将是25%；它是当試样中有10个矿石粒子时得到的。所以在該情况下，在23.99%和26.01%之間含量（等于25%）的或然率为0.153。但对100个粒子組成的試样，此含量的数值是在一系列数之間：24%、25%和26%，而相应的或然率是0.0951、0.0968和0.0929，其和为0.285。对400顆粒子組成的試样，此含量将在下面的一系列数值之間：24.00、24.25、24.50、24.75、25.00、25.25、25.50、25.75、和26.00其或然率分別等于：0.050、0.054、0.057、0.0588、0.0594、0.0587、0.0568、0.0536、0.0496；其和为0.4979。

或然率二項式。当原料含有大量的粒子时，借方程式（2）計算取样或然率就发生困难，并且当該数变为无限大时，計算就不可能进行。如該批物料是由无穷多的顆粒（或粒子）所組成，則取出一个矿石顆粒的或然率 p，不因前次取样而发生改变；与此相类似，取出一个脉石顆粒的或然率 q，也变为常数了。或然率 p 与 q 是无限量的一批物料中矿石顆粒与脉石顆粒的相对数量。为 n 个粒子組成，含 m 个矿石顆粒和 n－m 个脉石粒子的任意取出試样的或然率P决定于下式：

$$P = C_n^m \times p^m \times q^{n-m}。 \qquad (3)$$

研究这个方程式就会发現，它右边的部分是由于展开二項式$(p+q)^n$得到的。对不大的 n 值，当 $p \neq q$ 时，二項式多边形是不对称的，且不与按方程式（2）得到的不对称多边形相吻合（图1）。当 $p=q$ 时，二項式多边形对称了，但也不与按方程式（2）得到的多边形相吻合。当 n 量增大时，則不管 p 和 q 值的大小，两个多边形都变成对称，而重合起来。当取出的試样量甚大时，借方程式（3）計算取样或然率就成为不可能的了，因为在这种情况下，方程式将得到极大的阶乘，并形成非連續函数。这一点已在图2中很清楚地表示出来，图中将表1內各个或然率的值，按粒子单位含量的間隔，以纵坐标P的形式放在水平軸含量上。含量軸上的中間值❶沒有物理意义。

或然率的近似計算法。每个纵坐标上单位长度底边的矩形（例如图2中的ABCD）的面积，等于該含量值的或然率。如果略去这些矩形的垂直边，

❶ 中間值，即是水平軸上小于試样中粒子单位含量的間隔。——編者

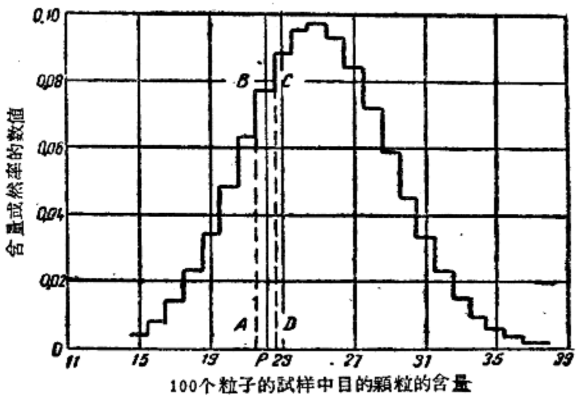

图 2　按試驗結果繪成的或然率分布多边形（見表 1）

則得到图中所表示出来的曲綫，这个曲綫有下列特性：a）曲綫各水平段下的面积等于各种含量試样的或然率；б）曲綫所包括的全部面积乃是全部被采出的試样的或然率。当逐漸增加試样的数量，每个水平段的寬度亦相应地減小，直到最后，曲綫趋于連續曲綫。此对称的多边形或曲綫，可用連續函数相当精确地表示出。这个函数的解析形式可借下列专門的討論来求得：确定或然率的最大值（图 2 中最大的纵坐标）并繪在相应的m值（最大或然含量）上。然后将所有的纵坐标 y 以最大或然率的小数表示，而横坐标 x 用与矿石粒子平均数的偏移表示之。例如，0.0968是最大的或然率，25是試样矿石顆粒的平均数，則含26个矿石顆粒試样的或然率0.0929，按下列数据确定之：

$$y=\frac{0.0929}{0.0968}=\frac{P}{P_0}\text{和}\ x=26-25=1$$

此后函数 y 的近似值按下列方程式求之：

$$y=\frac{P}{P_0}=e^{-\frac{x^2}{2npq}}=e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \qquad (4)$$

式中 σ 是均方誤差值，等于$\sqrt{npq}$，P_0是有最大可能含量試样的或然率。該曲綫下所包括的面积等于 $\sigma\sqrt{2\pi}$；所以，如要把这块面积算为一单

位❶，必需将方程式（4）除以$\sigma\sqrt{2\pi}$，由此得到函数Y的新值：

$$Y=\frac{y}{\sigma\sqrt{2\pi}}=\frac{P}{P_0\sigma\sqrt{2\pi}}=\frac{e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \qquad (5)$$

和

$$P=\int_{x_1}^{x_2}Y\,dx。 \qquad (6)$$

每一个均方誤差σ值（对任何指定的n、p和q值，它均是常数）按方程式（6）就得到一相应的曲綫。当σ值增大时，曲綫的主体部分升起，而其頂部則趋于平緩，然而此时曲綫下所包括的面积仍等于1。所有这类曲綫具有一共同的性质，即：在相同誤差值（以均方平均誤差的小数表示之）內的面积，具有相同的数值。例如在所有的这些曲綫里，50%的面积包括在$x=\pm0.6745\sigma$之間，68.27%的面积在$x=\pm\sigma$之間，95.45%的面积在$x=\pm2\sigma$之間，和99.73%的面积在$x=\pm3\sigma$之間。

从数量上無限大的一批物料中采出試样的重量。如果矿石顆粒的数目用其比例值代替，則試样中矿石顆粒相对数的均方平均誤差为：

$$\sigma_p=\sqrt{\frac{pq}{n}}。$$

如果矿石顆粒的比重δ_1与脉石顆粒的比重δ_2不同，則可根据矿石顆粒与脉石顆粒具有同一尺寸和形状的假設出发，确定其以重量单位表示的均方平均誤差σ_w。实际上，全部金属矿物部分的百分含量是

$$a=\frac{100p\delta_1}{p\delta_1+q\delta_2}=\frac{100p\delta_1}{\delta_2+p(\delta_1-\delta_2)},$$

而因为

$$\sigma_w=\frac{da}{dp}\sigma_p,$$

故

$$\sigma_w=\frac{(100-a)\delta_1+a\delta_2}{100\sqrt{\delta_1\delta_2}}\sqrt{\frac{a(100-a)}{n}} \qquad (7)$$

例。眞实含量为5%的原料，試样按下条件采取：在或然率为0.99，应保証試样的含量与它的差異不大于0.2%。需求此試样的重量。

如果混合物系由閃鋅矿和石英組成，$\delta_1=4.0$和$\delta_2=2.6$，則按方程式（7）

❶ 代表全部被取样的物料。——編者

$$\sigma_w=\frac{95\times4+5\times2.6}{100\sqrt{4\times2.6}}\times\frac{\sqrt{5\times95}}{\sqrt{n}}=\frac{26.8}{\sqrt{n}}$$

現在，为了确定σ_w必須找出以均方誤差的小数表示的誤差范围；在該范围内，曲綫❶下所包括的面积等于全部面积的99%。以1的小数編成的均方誤差表2簡化了这些計算。解这道题时，取或然率等于0.99，并按表确决x值等于2.576。因为$X=\frac{x}{\sigma}$，所以

$$\sigma_w=\frac{0.2}{2.576}=0.078$$

如将此值代入前方程式并計算之，则得n＝117650。当25毫米矿块平均重量为0.023公斤的情况下（决定矿块平均重量时的誤差应在計算誤差范围之内），試样的必須重量——該試样的含量在100次机遇中有99次是在5±0.2%范围内——将是117650×0.023＝2718公斤。如当矿石顆粒尺寸为100—105目时，保証含量在上述誤差范围内，并保証同样或然率的試样的必需重量将等于0.00032公斤。

表 2

以均方平均誤差小数表示的誤差值X与相应的或然率 P

P	X	P	X
0.90	1.645	0.97	2.170
0.91	1.705	0.98	2.326
0.92	1.750	0.99	2.576
0.93	1.812	0.999	3.291
0.94	1.881	0.9999	3.890
0.95	1.960	0.99999	4.417
0.96	2.054	0.999999	4.892

在具体的取样条件下或然率理論的应用。上述或然率理論仅能在采用最完善取样技术条件下使用，同时被取样物料的数量很大，且富的矿石粒子沒有隙溜現象，而实际上最后的这个要求是不存在的。在现实的情况下，永远都会发生物料的隙溜，而在被取样的混合物的个别地段，无論是成份上或是矿块尺寸上都可看到有很大的波动。試样通常是若干小試样或无限小的試样的混合物，从这个观点来說，逐次采集各种容量(重量)的小試样的阶段取样

❶ 指高斯分布曲綫。——譯注

法是合理的❶。在研究取样理論时，所有这些因素均应加以考慮。

試样中一些矿块在成分上的变化可用以下方式考慮之：相应于純閃鋅矿直到純石英的密度上的变化，將物料按密度分为若干比重級（例如2.6到2.8比重为一級）d_1、d_2、d_3等等。各比重級中粒子的相对量用 p_1、p_2、p_3等表示（分别等于从无限大的一批原始物料中取出的个别粒子，其比重属于該比重級的或然率 p），各比重級的含量相应用a_1、a_2、a_3等表示，而总含量用 a 表示。

则
$$a=\frac{p_1d_1a_1+p_2d_2a_2+\cdots}{p_1d_1+p_2d_2+\cdots} \tag{8}$$

如σ_1、σ_2、σ_3是相应的比重級d_1、d_2、d_3的均方誤差，則

$$\sigma_j=\sqrt{\frac{p_j(1-p_j)}{n}}, \tag{9}$$

式中符号 j 代表任意比重級。含量等于 a 的均方誤差依下式决定之：

$$\sigma^2=\sum_j\left(\frac{\partial a}{\delta p_j}\right)^2\sigma^2{}_{jl}+\sum_k\sum_L C_{kl}\left(\frac{\partial a}{\partial p_k}\right)\left(\frac{\partial a}{\partial p_l}\right)\sigma_k\sigma_l \text{ ❷}; \tag{10}$$

当 $k=l$ 时，式中双累計的項就沒有了。对于两个比重級 k 和 l 的相关系数 C_{kl} 按下式决定：

$$C_{kl}=-\frac{p_kp_l}{n\sigma_k\sigma_l}。 \tag{11}$$

方程式10用作 p 值的誤差不大时的近似計算。为了比較精确的計算，則用泰勒級数的一些高次項組成的复杂方程。p_j、d_j和 a_j的值可通过对物料各級别作化学分析来决定。利用这些給出的量，就可通过未知的 n 表示的方程式（9）和（10）分别地算出 σ_j 和 σ。如果給出含量誤差范围必须保証的或然率，則 σ 的大小亦可按式（6）决定；然后就找出 n 的大小。

例。需决定試样的重量：当或然率为0.99时，試样与5%的平均含量的誤差在0.2%范围內。物料按比重分布的特点如下：閃鋅矿比重級——产率0.15%（按重量），平均密度4.0；中間比重級——产率70.85%（按重量），平均密度2.71；石英比重級——产率29.0%，平均密度2.65。計算的各阶段

❶ 塔加尔特手册中这里讲得不清楚也不确切。被取样的一批物料或矿石，通常乃是粒度上和成分上各不相同的份或层的混合物；在这种情况下，应从各粒度級中依次采集相应比例的試样。——編者

❷ 原书用 $\left(\frac{\delta a}{\delta p}\right)$ 等来表示偏微分，此处改用 $\left(\frac{\partial a}{\partial p}\right)$ 等熟悉的形式。——譯者

例题序号 №	级别	重量 W_{ij}	含量 a_{ij}	密度 d_{ij}	平均直径 D_{ij}	第5栏数值的三次方	第6栏数与第4栏数的乘积
	1	2	3	4	5	6	7
1	11	29.00	0	2.65	1	1	2.65
	12	70.85	6.85	2.71	1	1	4.71
	13	0.15	100.00	4.00	1	1	4.00
	Σ	100.00	—	—	—	—	—

解：$n\sigma^2=25.85+3.84=29.69$；但按方程式(4)，取 $P=0.99$ 和 $x=0.2$，$\sigma=0.078$；所以 $n=\frac{29.69}{0.00608}=4.885$；

2	11	15.30	0	2.65	1.000	1.00	2.650
	12	29.70	5.49	2.70	1.000	1.00	2.700
	21	9.00	0	2.65	0.500	0.125	0.331
	22	20.49	5.49	2.70	0.500	0.125	0.338
	23	0.51	43.00	3.10	0.500	0.125	0.388
	31	3.96	0	2.65	0.250	0.0156	0.0414
	32	7.56	5.49	2.70	0.250	0.0156	0.0421
	33	0.36	43.00	3.10	0.250	0.0156	0.0484
	34	0.18	71.90	3.50	0.250	0.0156	0.0546
	41	2.10	0	2.65	0.125	0.00195	0.00517
	42	3.86	5.49	2.70	0.125	0.00195	0.00526
	43	0.30	43.00	3.10	0.125	0.00195	0.00604
	44	0.18	71.90	3.50	0.125	0.00195	0.00682
	45	0.06	95.00	3.90	0.125	0.00195	0.00761
	51	2.80	0	2.65	0.0625	0.000244	0.000647
	52	3.22	5.49	2.70	0.0625	0.000244	0.000658
	53	0.42	43.00	3.10	0.0625	0.000244	0.000756
	54	0.28	71.90	3.50	0.0625	0.000244	0.000854
	55	0.14	95.00	3.90	0.0625	0.000244	0.000952
	56	0.14	100.00	4.00	0.0625	0.000244	0.000976
	Σ	100.00	—	—	—	—	—

解： $n\sigma^2=1342.9-(-0.9)=1343.8$；但按方程式 (4)，取 $P=0.99$ 及 $x=0.2$，$\sigma=0.078$；所以 $n=\frac{1.344}{0.00608}=221.100$；

表 3

的 解 算

第2栏数被第7栏数除的商	比例值 p_{ij}	第7栏数与第9栏数的乘积	第10栏数与第3栏数的乘积	第7栏数与第3栏数的乘积	第12栏数与第10栏数的乘积
8	9	10	11	12	13
10.950	0.295	0.782	0	0	0
26.150	0.704	1.906	13.050	18.55	49.95
0.0375	0.00101	0.004	0.404	400.00	1076.00
37.1375	1.00001	2.692	13.454	—	—

試样重量＝13160×0.0189＝248.8磅，或112.8公斤。

5.78	0.000485	0.00129	0	0	0
11.0	0.000923	0.00249	0.01367	14.8	0.124
27.2	0.002280	0.000754	0	0	0
60.7	0.005090	0.00172	0.00944	1.86	0.0156
1.31	0.000110	0.0000427	0.00184	16.7	0.140
95.7	0.00803	0.000332	0	0	0
179.6	0.01507	0.000634	0.00348	0.231	0.00194
7.44	0.000624	0.0000302	0.00130	2.08	0.0175
2.2	0.000185	0.0000101	0.000726	3.93	0.0330
406.0	0.0341	0.000176	0	0	0
639.0	0.0536	0.000282	0.0155	0.0289	0.000243
49.7	0.00417	0.0000252	0.00108	0.260	0.00218
26.4	0.00222	0.0000152	0.00109	0.490	0.00412
7.88	0.000662	0.00000504	0.000479	0.723	0.00607
4330.0	0.3633	0.000235	0	0	0
4890.0	0.4105	0.000270	0.00148	0.00361	0.0000303
556.0	0.0467	0.0000353	0.00152	0.0325	0.000273
328.0	0.0275	0.0000235	0.00169	0.0614	0.000515
147.1	0.01235	0.0000118	0.00112	0.0904	0.000760
143.4	0.01203	0.0000117	0.00117	0.0976	0.000819
1914.4	0.99929	0.008394	0.04166	—	—

試样重量＝1852×0.0189＝35磅，或15.9公斤。

例题序号 №	级别	重量 W_{ij}	含量 a_{ij}	密度 d_{ij}	平均直径 D_{ij}	第5栏数值的三次方	第6栏数与第4栏数的乘积
	1	2	3	4	5	6	7
3	11	8.9	0	2.65	1	1.00	2.65
	12	91.1	5.49	2.70	1	1.00	2.70
	Σ	100.0	—	—	—	—	—

解：$n\sigma^2=2.004-(-0.398)=2.402$；但按方程式(4)，取$P=0.99$和$x=0.2$，$\sigma=0.078$；由此得： $n=\frac{2.4}{0.00608}=395$；

4	11	27.3	0	2.65	1	1.00	2.65
	12	70.0	5.49	2.70	1	1.00	2.70
	13	2.7	43.0	3.10	1	1.00	3.10
	Σ	100.0	—	—	—	—	—

解：$n\sigma^2=48.92-(-3.04)=51.96$； 但按方程式(4)，取$P=0.99$和$x=0.2$，$\sigma=0.078$； 由此得：$n=\frac{51.96}{0.00608}\doteq 8.550$；

5	11	95	0	2.65	1	1	2.65
	12	5	100	4.00	1	1	4.00
	Σ	—	—	—	—	—	—

解：$n\sigma^2=648.8+45.2=694$；但按方程式(4),取$P=0.99$和$x=0.2$,$\sigma=0.078$,由此得：$n=\frac{694}{0.00608}=114100$；

6	11	4.45	0	2.65	1	1.00	2.65
	12	45.55	5.49	2.70	1	1.00	2.70
	21	4.45	0	2.65	0.5	0.125	0.331
	22	45.55	5.49	2.70	0.5	0.125	0.338
	Σ	100.00	—	—	—	—	—

解： $n\sigma^2=5.89+0.20=6.09$； 但按方程式（4），取$P=0.99$ 和$x=0.2$，$\sigma=0.078$；由此得：$n=\frac{6.09}{0.00608}=1000$；

續表 3

第2栏数被第7栏数除的商	比例值 P(i)	第7栏数与第9栏数的乘积	第10栏数与第3栏数的乘积	第7栏数与第3栏数的乘积	第12栏数与第10栏数的乘积
8	9	10	11	12	13
3.36	0.0906	0.24	0	0	0
33.74	0.9095	2.45	13.46	14.83	39.9
37.10	1.0001	2.69	13.46	—	—

試样重量=1064.3=20.1磅，或9.1公斤。

10.31	0.278	0.737	0	0	0
25.94	0.699	1.886	10.35	14.83	39.98
0.871	0.0235	0.0728	3.13	113.30	359.20
37.121	1.0005	2.6958	13.48	—	—

試样重量=23048×0.0189=436磅，或198公斤。

35.85	0.9655	2.558	0	0	0
1.25	0.0337	0.135	13.5	400	1077.2
37.10	0.9992	2.693	13.5	—	—

試样重量=307288×0.0189=5810磅，或2635公斤。

1.68	0.0101	0.0268	0	0	0
16.87	0.1013	0.2735	1.50	14.82	8.892
13.44	0.0806	0.0267	0	0	0
134.70	0.8080	0.2730	1.50	1.86	1.116
166.69	1.0000	0 6000	3.00	—	—

試样重量=599×0.0189=11.3磅，或5.12公斤。