

数学教育改革与研究

全国青年数学教师 优秀课说课与讲课大赛精粹

Maths

编

中国教育学会
中学数学教学专业委员会

新蕾出版社

全国青年数学教师优秀课 “说课”与“讲课”大赛精粹

中国教育学会中学数学教学专业委员会 编

新蕾出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国青年数学教师优秀课“说课”与“讲课”大赛精粹/中国教育学会中学数学教学专业委员会编.—天津:新蕾出版社,2005.6
ISBN 7-5307-3587-X

- I. 全…
- II. 中…
- III. 数学课—教案(教育)—中学
- IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 032747 号

出版发行:新蕾出版社

E-mail:newbuds@public.tpt.tj.cn

http://www.newbuds.cn

地 址:天津市和平区西康路 35 号(300051)

出 版 人:纪秀荣

电 话:总编办(022)23332422

发行部(022)23332676 23332677

传 真:(022)23332422

经 销:全国新华书店

印 刷:天津海顺彩色印刷技术开发有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

字 数:240 千字

印 张:18.75

版 次:2005 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

印 数:1—5 000

定 价:28.00 元

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究,如发现印、装质量问题,影响阅读,请与本社发行部联系调换。

地址:天津市和平区西康路 35 号

电话:(022)23332677 邮编:300051

序

在全国中青年数学课观摩和评比活动总结会议上的总结发言(要点)

中国教育学会中学数学教学专业委员会副理事长 特级教师 彭咏松

这次全国中青年中学数学教学观摩与评比活动,参与说课者 180 人,上课者 19 人,学术委员会的全体成员对活动的情况,进行了分析,大家认为,与往年比较今年有了明显的进步.下面,我代表专业委员会作一个概要的小结.

主要的进步:

一、教学目标更为明确、全面.随着新课改的不断推广和逐步深入,在说课和备课中,大多数老师都能按照新的课程标准,结合所教内容的特点,从知识与技能、过程与方法 and 情感态度与价值观三个方面,提出了较为明确的教学要求.与过去的大都只有知识与技能的要求相比,显然是一个很大的进步.即使是其中有的在落实上可能还有这样那样的问题,起码是有了这种意识.

二、情景创设更注重联系实际.应该说绝大多数课都创设了与其教学内容相关的教学情景,或用于导入新课,提出问题;或用于过程中的关键处,启发学生思维,突破难点;或用于教学重点处,引起学生注意;或用于激发学生的兴趣,调动学生学习积极性等等.

三、关注学生主体的意识有了明显的提高.表现在有不少老师能全面(认知、能力、心理)分析学生的学习情况,以便加强教学的针对性;注意留给学生以自主活动的时空,让学生或思考探究或实践练习或合作交流,让学生有表现自我和自主发展的机会;作业布置有不同的层次,以满足不同发展水平学生的需要等等.

四、课型和教学方法更加多样化.课型有讲练型、有学生自主探究型、有师生交流型,与之相应的教与学的方法也就多种多样了.这是老师们实践新课改理念的必然结果,将对全面落实新课标的教学要求产生良好的作用.

五、多媒体应用的必要性和有效性有了明显提高.一是应用多媒体的意识和技能明显增强,这主要表现在大家都能够较为熟练地自己操作.二是绝大多数由过去的主要是静态的文字显示(黑板作用),变为声与像、动与静相统一的演示,每一节课都生动活泼,直观形象;三是有不少课件能紧扣教学主题,为突出教学重点、突破教学难点发挥了很好的作用.

存在的主要问题:

一、教学目标的确定有待进一步明确。一是教学目标有明显的错位现象,如有的将能力方面的要求写进了情感目标;二是有明显的不到位的情况,如只有知识与技能方面的要求,对教学过程和情感方面的要求就没有提及。是意识不到位还是忽视了呢?新课程标准明确提出三个维度的教学要求是为学生的全面发展和终身发展奠定基础所必需的,因此,教师在备课和教学中必须认真对待。若是意识不到位,行为是不可能到位的,要求自然也就难以达到。

二、教学重点、难点的确定还有些泛泛或不太准确的地方。如对概念的学习,有的把有关概念的抽象、理解和应用都作为重点,这是不妥的,如果都是重点实际上就是没有重点。而难点则有的说是概念的抽象过程,有的说是对概念的理解,有的则说是概念的应用。其实重、难点的确定要从两方面去分析,一是要看概念(知识点)本身的难是在抽象过程还是在对本质的理解或是这二者都不难,而是在应用上;二是要从教学对象的实际情况出发,不能一概而论。

三、如何真正落实学生的主体地位,发挥学生在学习中的主体作用仍然是当前课堂教学中的一个突出问题。解决这个问题,一是要进一步明确其意义,二是要加大实践研究的力度,不断总结和积累经验。此问题解决了,不仅有利于提高课堂教学的质量,更重要的是有益于培养学生的主动精神,将对学生的终身发展产生深远的影响。

四、有些教育教学理论的引用不够贴切、教学情景的创设偏离、远离主题和教学环节的程式化等现象,在老师们的说课、教课中都有不同程度的反映,这些问题有待我们共同去研究解决。

由于大家的共同努力,我们这次观摩和评比活动是很成功的。全体代表所表现出的整体素质是高的。一是“重在参与,淡化评比”已形成与会者的共识,不少老师说,真是“山外青山楼外楼,开了眼界”,既看到了自己的长处,也看到了自己的不足。更多的老师是希望今后有更多的机会参加这样的活动。二是会风很好,在说课、上课期间,尽管每天早起晚睡,还要连续坐上七八个小时,会场纪律自始至终都是非常好的。三是在活动的全过程中,组织者和与会者能相互理解,相互配合,保证了这次活动的有序进行。

基础教育课程改革的任务是艰巨的、长期的,对广大教育工作者,可谓“任重道远”。对优秀中青年数学教师来说自然更不例外。我们不只是看到数学这一门课程,而要站在教育改革的整体高度来看问题,应是置数学课改于其中。数学教育应服务于学生全面发展和终身发展的需要,摆正它应有的地位。一个好的数学老师不仅要有数学专业和数学教育的功夫,还要有数学专业和数学教育外的功夫。我建议老师们能多思考一下基础教育的全局,在“三句话、四个关系”上多做点文章,即如何“保持我国基础教育的优势,发挥双基教学的多功能性。克服我国基础教育的不足,关注素质教育重点的落实。改进我国基础教育的方式,充分发挥学生的主体作用。”并在探索、实践的过程中注意处理好四个关系即:自主与他律的关系、创新与打好基础的关系、生动活泼与认真学习的关系、减轻负担与提高质量的关系,从我个人所了解到的目前高、初中教学(特别是高中教学)的情况而看,对学生的自主学习、创新意识的培养和让学生生动活泼地学习以及如何有效减轻负担的问题,仍然是我们当前要关注的重点。

目 录

教学的故事 数学的挑战——数学教学是数学活动的教学	罗增儒(1)
数学教育改革中几个问题的思考	章建跃(20)
新课程观下课堂教学的几点思考	关成志(30)
二元一次方程组的应用	郝旭岚(34)
一次函数的图象和性质	张 慧(41)
一次函数	赵 丹(46)
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象(二)	李 明(53)
解直角三角形的应用——测量高度	刘静波(63)
探索三角形全等条件	吴彬彬(68)
三角形、梯形的中位线(一)	芦 梅(74)
弦切角	郭静波(81)
和圆有关的比例线段——相交弦定理	石稀林(88)
有理数(第1课时)	柳 平(98)
一元一次方程	崔佳佳(103)
能赶上火车吗	王春梅(108)
探索规律	郭 芳(113)
平方根	林 颖(120)
因式分解(提取公因式法)	王 敏(126)
多项式与多项式相乘——整式的乘法	胡明永(131)
变量与函数	廖鸿珠(135)
一次函数的图象(二)	康 华(141)
一元二次方程	郭丽莉(147)
借助计算器探求最大值问题	穆怀茹(152)
从不同方向看(一)	佟红江(159)
认识三角形	解云静(164)
平行四边形的性质	杨雁华(170)

平行四边形的判别	尹波(178)
生活中的旋转	房文慧(188)
探索三角形相似的条件(1)	包湖鹰(193)
频数与频率	陈鲜艳(199)
对数函数的图象和性质	白雪峰(203)
数列的有关概念	张永花(212)
《分期付款中的有关计算》说课提纲	丁家顺(219)
《向量加法》说课教案	张君梅(227)
点到直线的距离	韦锋(236)
简单的线性规划(第二课时)	王英伟(243)
椭圆及其标准方程	崔淮玲(249)
抛物线及其标准方程	贾鲁津(257)
空间向量的夹角	蒋敏慧(261)
空间向量的坐标运算	吴鹏(267)
抽样方法(一)——简单抽样方法	钱君(275)
后记	(282)
附录	(285)

教学的故事 数学的挑战

——数学教学是数学活动的教学

陕西师范大学数学系 罗增儒

1 引言:数学教学的认识

1.1 从新课程改革说起

数学教学是数学活动的教学,这是数学新课程改革的一个响亮口号(见文[1]P.51, P.64, P.80).它强调观察、实验、猜测、验证、推理与交流等数学活动;强调动手实践、自主探索和合作交流;强调学习内容应当是现实的、有意义的、富于挑战性的;强调师生之间、学生之间交往互动与共同发展.从这些天的说课、讲课情况看,这些教学理念正在得到贯彻(不管是用新教材还是用老教材的地方),数学教学的活动化、生活化、个性化取向正在热情地展开,曾经被成人、被知识、被考试所扭曲的数学教学正注入一股清新的空气.这与世界各国数学教育改革的潮流是一致的.

从字面上看,“数学教学”容易误解为“数学知识”(结果)的教学,而“数学活动的教学”既包含了“数学”,又凸现了获得结果的“活动”,体现了过程与结果的统一.今天的发言想把理解“数学教学”、理解“数学活动的教学”作为起点,而把理解数学教学的生活化取向作为重点.

1.2 斯托利亚尔的看法

我们首先想起原苏联数学教育家斯托利亚尔在《数学教育学》一书中表达的观点:

(1)数学教学是数学活动的教学(文[3]P.10),而不仅是数学活动的结果——数学知识的教学.

(2)数学活动是思维活动(文[3]P.9),对数学家而言,这是一个发现活动;对于数学教学来说,“我们要教给学生的不是死记现成的材料,而是发现数学真理(自己独立地发现科学上已经发现了的东西)”(文[3]P.109),“学生发现那些在科学上早已被发现的东西的时候,他是像第一次发现者那样去推理的.”(文[3]P.10)

(3)数学活动的思维过程按照三个阶段的模式进行(文[3]P.108):

第1阶段,经验材料的数学组织化(也称为具体情况的数学化);

第2阶段,数学材料的逻辑组织化(建立合乎逻辑的理论体系);

作者简介:罗增儒(1945—),男,广东惠州人,陕西师范大学数学系教授,课程与教学论博士生导师,中国教育学会中学数学教学专业委员会学术委员,著有《数学解题学引论》、《数学竞赛导论》、《中学数学课例分析》等书300万字,发表文章300多篇.

第3阶段,数学理论的应用.

(4)数学活动的第1和第3两个阶段的重要性并不低于第2阶段.(文[3]P.109)

1.3 弗赖登塔尔的看法

我们还要提到荷兰数学家弗赖登塔尔的观点,他在《作为教育任务的数学》(1973)、《除草与播种——数学教育学的序言》(1978)等著作中认为:(见文[4]P.165,文[5]P.39)

(1)数学起源于现实,数学教育必须基于学生的“数学现实”,应该从数学与它所依附的学生亲身体验的现实之间去寻找联系.而且每个学生有各自不同的“数学现实”,数学教师的任务之一是帮助学生构造数学现实,并在此基础上发展他们的数学现实.

(2)数学教育的过程是学习“数学化”(数学地组织现实世界)和“形式化”的过程.形式化是数学的特征,数学教学不能停留在直观和操作的水平,必须发展到“形式化”阶段,在抽象的层次上思维.

(3)学生学习数学是一个“再创造”的过程.学生不是被动地接受知识,而是在创造,把前人已经创造过的数学知识重新创造一遍(数学过程再现).他在著作中强调“思辨数学”的概念.

在弗赖登塔尔的论述中,现实情景问题是数学教学的平台,数学化是数学教育的目标,学生通过自己努力得到的结论和创造是数学教育内容的一部分,“互动”是主要的学习方式,学科交织是数学教育内容的呈现方式.而数学现实、数学化、再创造是三个关键词.

新课程理念、斯托利亚尔和弗赖登塔尔的观点,将成为我们讲述“教学的故事”、分析“数学的挑战”的思想基础.

2 教学的故事

聊天、说段子、休闲化正在成为现代市民的一种时尚,作为数学教育工作者,我们想借用数学聊天、讲数学故事的方式来提出问题,来进行交流(仅供思考,而不是个人看法的灌输),权当是大家在紧张严肃的学术会议间隙中的一种放松.

故事 1:数学家庞卡莱说过这样一个故事:教室里,先生对学生说“圆周是一定点到同一平面上等距离点的轨迹.”学生们抄在笔记上,可是谁也不明白圆周是什么.于是先生拿起粉笔在黑板上画了一个圆圈,学生们立即欢呼起来:“啊,圆周就是圆圈啊,明白了.”(见文[5]P.7)

在教师一开始的教学中,只呈现抽象的命题信息,学生可以一字不差地记住,但不理解.画了一个圆圈之后,就把新知识与学生原有的生活经验(或数学现实)联系起来,就把命题信息与知觉信息结合在一起,有利于学生形成认知结构.

庞卡莱幽默地批评的数学教学虽然至今尚未绝迹,但已成为新课程改革的锋芒所向.当然,改革任重而道远.

2.1 从听课所联想到的——自编的故事

我们一面听课,一面结合数学想起了许多故事(有感而发).

故事 2:关于不等式的引进.

有这样的引进:生活中有相等关系,也有不等关系,我们已经研究过相等关系,表现为等

式,如公式、恒等变形、方程等;也接触过不等关系,如 $3 > 2$,负数小于正数等,现在我们从了解不等关系的不等式的意义开始,研究不等式的一些性质,进而类似于前面的解方程,研究如何根据某个量所满足的不等关系,来寻求这个量所在的范围.

这段话该没有什么问题吧?很自然吧?可是有学生问:正数大于负数是不是不等式?奇数 \neq 偶数是不是不等式?甲班 \neq 乙班是不是不等式?1匹马 \neq 1匹布是不是不等式?整数比奇数多是不是不等式?

是学生钻牛角尖了吗?你是回答还是不回答?是从教学上回答还是从数学上回答?

其实,这里涉及到不等式的本质.不等式不仅是对相等关系的否定,而且更是对大小关系的肯定.同时,学生的提问也涉及到集合与集合,集合与元素,元素与元素等的关系.我们认为,良好的引进既有教学问题也有数学问题,此处更多地表现为数学的挑战.

故事 3:从算术运算到代数方程的过渡.

翻开华东师大版《数学》初中一年级(七年级)(下),第1个问题是(从实际问题到方程):

例1 某校初中一年级328名师生乘车外出春游,已有2辆校车可乘坐64人,还需租用44座的客车多少辆?(文[6]P.2)

对这个现实情景直接给出方程

$$44x + 64 = 328. \quad \textcircled{1}$$

就没有体现从算术到代数的过渡了,按照书中旁白的启引(你会解决这个问题吗?有哪些方法?)能自然出现算术解法.

因为已有2辆校车可坐64人,所以还有 $328 - 64$ 人需租用客车就座.又因为每辆客车可坐44人,故应租客车 $\frac{328 - 64}{44}$ 辆,进行减法、除法运算后,可以得到一个等式

$$\frac{328 - 64}{44} = 6. \quad \textcircled{2}$$

这些是学生已有的算术知识经验,为了沟通②与①的联系,借用字母表示数的知识(进行知识的组合),若设应租客车 x 辆,则 $x = 6$ 便可以表示为(含字母 x 的等式)

$$x = \frac{328 - 64}{44}. \quad \textcircled{3}$$

这时 x 作为一个数,又可以像已知数一样(它是6的代表或记号)参与运算,再根据逆运算的道理可变为

$$44x = 328 - 64,$$

或

$$44x + 64 = 328,$$

或

$$328 - 44x = 64$$

等等.这实际上就是运用各种形式的相等关系而列出的方程,从而体现出从算术运算到代数方程的教学法加工.设了未知数以后,我们也可以直接分析题意把它们列出来,然后变形为③式

而求解.一般说来,列出这些含有未知数的等式,比列③式既逻辑关系简单又实现途径多样,方程的概念与方程的优势均呼之欲出.

可是,有学生问:③式是不是方程?

是学生钻牛角尖了吗?你是回答还是不回答?是从教学上回答还是从数学上回答?

其实,这涉及到方程概念的两个很本质的问题:

其一,关于未知数 x ,它是客观上完全确定而主观上尚未知晓的辩证统一,融已知与未知于一身,随着解题的进展,由未知转化为已知.

其二,关于方程的本质,它主要表现为由平衡关系提出的问题,平衡关系决定未知数的取值,未知数依平衡关系而取值.它反映了同一事物在两种表现形式下有相等关系,也反映了两种事物在不同形式下有相等关系.

应该说,“含有未知数”、“等式”更侧重于方程外形上的表述,学生的问题向我们的数学功底提出了挑战.

故事 4:关于加减消元法.

华东师大版《数学》初中一年级(七年级)(下)第7章的第1个问题是:

例2 “我们的小世界杯”足球赛规定:胜一场得3分,平一场得1分,负一场得0分.“勇士”队赛了9场,共得17分.已知这个队只输2场,那么胜了几场?又平了几场呢?(文[6] P.24)

解 设勇士队胜了 x 场,平了 y 场.根据得分的总场次所提供的等量关系有方程

$$x + y = 7. \quad ①$$

根据得分的总数所提供的等量关系有方程

$$3x + y = 17. \quad ②$$

由② - ①得

$$2x = 10,$$

$$x = 5.$$

代入①得

$$y = 2.$$

答:勇士队胜了5场,平了2场.

这个解法步骤完整、计算准确、书写规范,该没有什么问题吧?可是学生问:为什么①式的赛场数与②式的得分能够相减?

是学生在“单位”问题上钻牛角尖了吗?你是回答还是不回答?是从教学上回答还是从数学上回答?

其实,这里涉及生活原型与数学模式的关系.一方面式①、②来源于比赛场次与得分总数(有单位问题).另一方面,列成方程后又完全舍弃了原型的物理性质,成为抽象的模式(已经没有单位了,文[7]认为单位问题根本就不是数学问题), $x + y = 7$ 可以去刻画任何“两者和为7”的生活现象而不专属于任一生活现象.方程的加减,是根据方程的理论与方法进行的(消元化归),这是数学内部的事情(与单位无关).最后,得出 $x = 5, y = 2$ 后,才又回到生活中去,给出

解释(有单位了).也就是说,足球赛的现实原型经过代数运作之后(设未知数,进行四则运算等),已经凝聚为对象(方程),经过“建模”之后的运作已经是数学对象的形式运算了,当中的消元求解过程是化归思想的应用,与现实原型的具体含义无关.

因此,学生的提问就主要表现为数学的挑战.

故事 5:关于数学归纳法的引进.

有这样的引进.

教师:老师参加一个关于高考工作的会议,还未回来就急着要把有关精神当夜传达给毕业班的每一个学生,他电话通知班上学号为 1 号的学生:“晚上 7:30 集中开个会”,并叮嘱他,“每个人都向下一学号的同学电话转达.”请问,老师只通知了 1 个同学,能保证全班同学都通知到吗?

学生:能.

教师:为什么?

学生:1 号通知 2 号,2 号通知 3 号,如此传递下去,全班都应能通知到.

教师:如果老师不通知第 1 个同学呢?(强调数学归纳法的第 1 步)

学生:(笑)那就没有 1 个人知道.

教师:所以,第 1 步是绝对不能少的.如果中间有某个同学不向后传,能保证都通知到吗?(强调数学归纳法的第 2 步)

学生:不能.这个学生后面的同学就不知道要集中开会了.

教师:现在我们把第 k 个学生知道“晚上 7:30 集中开个会”称为命题 $p(k)$ 真,而把不知道开会称为命题 $p(k)$ 假,为了保证 $p(1), p(2), \dots, p(k), \dots$ 均真,你们能总结出一个办法来吗?

下面是通过讨论,感悟出: $p(1)$ 真且 $p(k) \Rightarrow p(k+1)$. (略)

应该说,教师的情境设计抓住了数学归纳法的两步,也体现了递推模式.但是有学生发言了:最后一个同学怎么办?他不往下传是不听老师的话,而往后传又后面没有人了.另一个同学打趣说:可以给老师回个电话,既完成了传递的个人任务,又汇报了通知全部完成的信息,老师也放心了.(笑)

是学生调皮捣蛋吗?你是回答还是不回答?是从教学上回答还是从数学上回答?

其实,教师设计的情境存在一个先天缺陷,只有有限递推,少了无穷递推的必要因素与必要形式.但是,现实情景中怎样找出无穷来呢?

这还是数学的挑战.

听了这些故事,我们是否感到数学教学中确实有故事?再回过头来看看引言的论述,我们会进行哪些思考呢?

让我们继续讲教学的故事.

2.2 从资料上所看到的——教学的故事

我们将从小学说到中学。

故事 6:跳下去多少只青蛙?

新世纪(版)小学数学教科书(一年级下册)第 25 页有一道“看图列式题”(图略):左图有 38 只青蛙,右图有 5 只青蛙,要解答的问题是跳下去多少只青蛙?

$$\square \bigcirc \square = \square (\text{只}).$$

下面是与此题有关的一个教学案例:

这原本是一节很平常的数学练习课,短短几分钟,我们就完成了第一个习题.接下来是看图列式题,我照例先让学生观察并描述一下图意.

一名学生说:“荷叶上有 38 只青蛙,忽然一个石子落入水中,‘啪’的一声,小青蛙们害怕了,纷纷跳入水中.最后只剩下 5 只青蛙妈妈.”我表扬了他,说他语言流畅,想像力丰富,并鼓励大家向他学习.我又叫了一名同学,他说:“38 只青蛙正在荷叶上晒太阳.一个顽皮的男孩路过,向水中打了几个水漂,胆小的青蛙都钻到荷叶下面了,只剩下 5 只勇敢的.”“嗯,你的想像真棒!”

两名同学描述过后,我正打算让同学们看问题列式.可耳畔又响起了几个急不可耐的童音:“老师,我有不同的想法.”一个男孩没有得到我允许就说:“我认为,是轰隆隆的雷声响了,要下雨了,所以它们都急着游回家.”“你的想像也很奇特.”我说.此时,仍有几只小手高高举着,不肯放下,似乎在抗议——为什么不让我说?望着那一双双渴求的眼睛,我真的不忍打消他们此刻的激情,我也无权锁住他们想像的翅膀,我做出了“让他们畅所欲言吧!”的决定.

于是,孩子们一个接一个不停地说出了:青蛙们正在进行游戏比赛,正在学本领,正在寻找蝌蚪孩子……整间教室成了一个想像的国度.不知不觉中,下课的铃声响起来了.我这才意识到数学练习课怎么演变成了看图想像说话课,虽然气氛之热烈是空前的,可课的性质却变了.

数学课不是语文课,但也需要口语表达的训练,这体现了新课程综合性的理念,放手让学生畅所欲言也是新课程所倡导的.可这节练习课学生们只完成了一道习题,却不能不让人反思:如果再有类似现象发生,我们是任其驰骋还是及时收住缰绳?我想,很多教师在实践中定会与我有同样的困惑,如何看待这类情况,如何才能处理好这类问题呢?希望得到大家的指教.(文[8])

这个案例可从观念层面、技术层面等多个角度去作出分析,我们想着重提出 4 点与大家交流.

(1)这个案例表明教师已经有了“数学教学是数学活动的教学”的理念,教学方式的转变和课堂气氛的热烈都值得肯定.应该明白,活动不仅仅是获得结果的手段,活动本身也是一个成果、一个目标(尤其有助于获得更多的过程知识).教学可以从总体上去作出动态的安排,而不拘泥于一节课的快慢.

(2)随着课程改革的深入,应该从强调理念的转变逐步转移到数学教学的实质性进展上来,数学教学中的非数学活动要适当控制,过程与结果要并重,数学课首先要关注数学,关注学

生在数学上的进步.俗话说,不仅要有温度,还要有浓度,更要有深度和速度.就活动与参与而言,既会有非数学化的活动,缺少数学思维;也会有含数学内容的行为活动,缺少学生的心理参与;我们追求的是数学、行为、心理共同参与的活动的.

(3)对学生的评价不仅要发挥激励功能(以纠正单纯的甄别与选拔功能),而且也要发挥导向功能,应多重功能同时发挥.

(4)“跳下去多少只青蛙?”填空的回答,与标准型的封闭题稍有不同,除了

$$\boxed{38} \ominus \boxed{5} = \boxed{33}$$

外,很可能出现

$$\boxed{38} \ominus \boxed{?} = \boxed{5}$$

或

$$\boxed{?} \oplus \boxed{5} = \boxed{38}$$

$$\boxed{5} \oplus \boxed{?} = \boxed{38}$$

等多种情况,对此,教师应有充分的思想准备,并在数学观、教学观、学生观上接受考验.

故事 7:能用 $\frac{5}{6}$ 表示吗?

浙教版小学数学第十册“真分数,假分数和带分数”一节的公开课教学中(2004.4),曾经有过这样一个教学案例:

在引导学生初步建立了真分数、假分数和带分数的概念后,教师组织学生进行应用练习:用分数表示图中的涂色部分(书中“练一练”第1题)

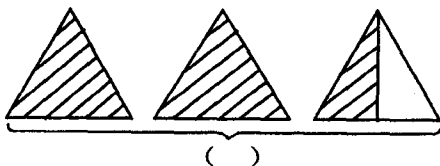


图 1

教学过程	听课教师反应
<p>师(投影呈现图 1):涂色部分可以用哪个分数表示?</p> <p>生 1: $2\frac{1}{2}$.</p> <p>学生都没有异议,但还有不少学生举着手.</p> <p>生 2: $\frac{5}{2}$.</p> <p>学生同样没有异议,教师也肯定了生 2 的答案,在教师刚想转入下一个图的讨论时,发现还有几个学生高举着手.</p>	

生3:我认为还可以用 $\frac{5}{6}$ 表示.

教室里顿时安静了下来,不少学生的脸上露出了疑惑不解的神情.

师(惊讶地):还可以用 $\frac{5}{6}$,能说说你的想法吗?

生3:我是把3个三角形看作一个整体,平均分成6份,阴影部分表示其中的5份.

在学生表述过程中,教师把3个三角形圈了起来(如图2),并表示赞同生3的意见.



图2

生3的发言刚结束,有学生不等教师同意就开始发表自己的意见.

生4:我认为还可以用 $\frac{5}{4}$ 表示.

这下,教师也愣住了,教室更加安静了,学生们再一次睁大了眼睛.

生4:我是把其中的2个三角形看作单位“1”,平均分成4份,阴影部分表示这样的5份.

这时,教师脑海中闪现的是“2的 $\frac{5}{4}$ 就是 $\frac{5}{2}$ ”,于是马上肯定了这位学生的意见.

课后,许多外校的老师主动留下来参与了讨论.不少教师对上述教学提出了异议,认为图中的涂色部分“不能用 $\frac{5}{6}$ 表示”,“用 $\frac{5}{4}$ 表示毫无道理”,这样教会把学生“越教越糊涂”.(见文[9])

听课教师的脸上同样露出了疑惑的神情.

这时,听课教师开始躁动起来.“能用 $\frac{5}{6}$ 表示吗?”老师们在小声议论着.

老师们也再次安静了下来.

老师们再次躁动起来,议论的声音更大了……

学生表示为 $\frac{5}{6}$ 或 $\frac{5}{4}$ 是不是毫无道理?这样教会不会把学生越教越糊涂?导致这些情况的原因是什么?

我们认为,学生的主动建构活动全都有道理;教师的教学开放与民主态度也值得肯定.而

听课教师不仅观念落后了,并且不能以数学的眼光去分析数学课堂.说4点看法.

(1)教师的“惊讶”、“愣住”、“疑惑”、“躁动”、“安静”、“再躁动”等,表明所有的教师都把一道开放题当作封闭题来处理了.教师把1个三角形抽象为单位1,但只在心里作了这样的潜在假设,而在题目中没有明确交代(歪打正着,这一疏忽引出了一堂开放课).学生3把所给的3个三角形整体地抽象为单位1,学生4又把2个涂色的三角形整体地抽象为单位1,由此展开,题目是开放的,答案并不唯一(分别用市斤称和公斤称去称同一物体,得出的数值当然不一样).学生的主动建构活动反映了思维的活跃,也印证了学生学习的建构主义认识观.

(2)教师对学生的内心世界缺乏了解,具体表现在对单位1的认识上.日常生活中常把1看得最简单不过了,其实不然,请看下面两个例子.其一:夏日来客,主人把西瓜切成8块,总是拿起一小块请客人“来一块西瓜解解渴”,从来说“来 $\frac{1}{8}$ 个西瓜解解渴”(故事11).其二:在一次小学分数的公开课上,教师演示切西瓜,把半个西瓜叫做 $\frac{1}{2}$,学生都明白之后,教师随口问,“两半西瓜合在一起, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 应该等于几?”学生异口同声回答 $\frac{2}{4}$.教师问理由,学生答:“你两半西瓜取一半,我两半西瓜取一半,合起来就是四半西瓜取两半.”教师耐心解释之后,还有学生问:“如果两半西瓜来自大小不同的两个瓜,那合起来还是得不出一个瓜?”这些例子说明,把整体看成1并不是那么简单的,它的数学化过程既有抽象性,又有相对性,还应该是丰富多彩的.当教师用自己的潜在假设去设想学生时,实际上是对学生的内心世界缺乏了解.

(3)这堂课上得开放而民主,但主动的开放组织与被动的开放补救有区别,前者对数学抽象有深刻的认识,对问题的开放性有心理准备,即使学生的活动失于封闭,也能主动启引学生作开放性的思考;后者则是对突(偶)发事件的艺术处理.因此,只有开放的理念并不够,还要有过硬的数学功底来作保证.

(4)顺便提起,在开放性的教学中,在学生的多种解法面前,教师应有恰当的评价,启发学生的较优取向.

在这堂课中,更多的还是数学的挑战.

故事8: $(-3) \times (-4) = ?$

这个案例的原型取自《中小学教学》2004年第5期(见文[10]),之后连续发表多篇文章,展开了热烈的讨论.

在一次公开课上,教师讲完“负负得正”的法则后,有一道题

$$(-3) \times (-4) = ?$$

学生除得出12外,还有得出-15,9,-12的.

教师请这些学生解释答案的由来.

学生1:在数轴上,从-3出发,向负方向移动4次,每次移动3格,恰好到-15的地方,故得

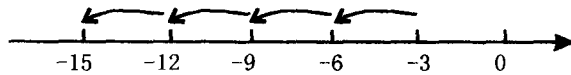


图 3

$$(-3) \times (-4) = -15.$$

学生 2: 在数轴上, 从 -3 出发, 正方向移动 4 次, 每次移动 3 格, 恰好到 9 的地方, 故得

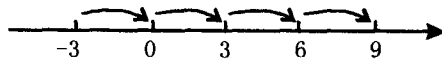


图 4

$$(-3) \times (-4) = 9.$$

(两个学生说法一样, 但图示不同, 结果也就不同)

学生 3: 在数轴上, 从原点出发, 正方向移动 4 次, 每次移动 3 格, 恰好到 -12 的地方, 故得

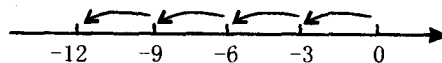


图 5

$$(-3) \times (-4) = -12.$$

张孝达前辈听到 $(-3) \times (-4) = 9$ 的说法之后, 认为首先应该对学生“这种敢于独立思考给予肯定和鼓励, 然后思考如何解决”, “正是这样一想, 竟使我夜醒后再难以入睡, 并觉得这是一个很值得大家来研讨的问题”。

这个案例以“在数轴上如何自然地说明‘负负得正’规定的合理性”的方式, 又一次把传统的教学难点提到了议事日程上来(参见文[10]~[23])。我们认为, 恐怕首先要在数学上搞透彻, 然后才能在教学设计上说清楚、讲明白(数学的挑战!)

我们曾经思考, 有理数的乘法包含两个层面三个维度上相反意义的量, 第一层面是两个乘数各有相反意义的量, 涉及两个维度上的符号; 第二层面是相乘积又有相反意义的量, 涉及第三个维度上的符号。有理数乘法的符号法则是要由第一层面上两个维度的符号去确定(第二层面上)第三个维度的符号, 这里面的关系比有理数的加减法复杂了。套用有理数加减法的数轴表示, 会不会使认知基础异化为认知障碍?

一个显而易见的问题是: 在数轴上如何显示 $(-3) \times (-4) = 12$ 与 $3 \times 4 = 12$ 的区别?

这个案例所提出的问题如何解决是我们要思考的一个方面, 而案例本身隐含着什么积极因素又是应该思考的另一方面。我们认为:

- (1) 教学的开放、民主值得肯定;
- (2) 学生的积极思考、自主探索、主动建构值得肯定;
- (3) 学生的错误认识中含有合理成分值得肯定;
- (4) 教学中经常出现优质的课程资源, 需要我们随时随地用发现的眼光去捕捉和开发。

故事 9: 此“证法”合乎逻辑吗?