

小学五年级

徐彪 主编

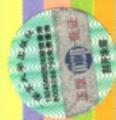
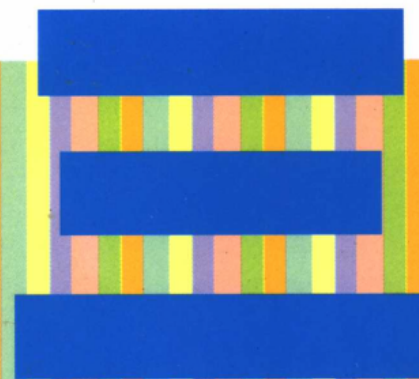
奥数训练

100类

举



反



南京大学出版社



组稿策划 高锦明 / 责任编辑 潘琳宁 / 责任校对 王 滨 / 装帧设计 熋 晓

做一题，解一类；
轻松搞定100招！

ISBN 7-305-04733-3/G · 941

定价:8.50元

ISBN 7-305-04733-3



9 787305 047336 >

小学五年级

潘小云 总主编
徐伟

奥数训练

100类

举一反三

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学五年级奥数训练 100 类举一反三./ 徐彪主编.
南京:南京大学出版社,2006.5
ISBN 7-305-04733-3

I. 小... II. 徐... III. 数学课-小学-教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 042419 号

书 名 小学五年级奥数训练 100 类举一反三
编 者 徐礼华
出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮编 210093
发行电话 025-83596923 025-83592317 传真 025-83328362
网 址 <http://press.nju.edu.cn>
电子邮件 nupress1@public1.ptt.js.cn
sales@press.nju.edu.cn(销售部)
印 刷 南京新洲印刷有限公司
开 本 787×1092 1/16 印张 7.5 字数 187 千
版 次 2006 年 5 月第 1 版 2006 年 7 月第 3 次印刷
ISBN 7-305-04733-3/G·941
定 价 8.50 元

* 版权所有,侵权必究

* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

编者的话

提高学生综合素质,发展学生的个性特长,不能靠突击速成,更不能脱离实际,拔苗助长。学生智力的发展和能力的提高是一个循序渐进、长期训练、螺旋上升的过程。

为了配合小学数学课外活动的开展,对学生进行长期、系统的奥林匹克数学内容的训练,我们组织一批有丰富经验的骨干教师编写了这套丛书,通过独特的一例三练的形式,帮助学生系统地、有效地掌握奥林匹克数学的经典内容,拓宽学生的知识视野,掌握解题方法和技巧,提高应试和参赛能力。

本丛书编写力求体现以下特点:

内容全面,螺旋上升。丛书按年级分解,每个年级设置100个专题,每个专题作为一个单元训练。100个专题基本概括了各年级奥林匹克数学的重要内容,并进行详细的归类。同时注意各个年级间的衔接,体现层次和梯度。

源于基础,着眼提高。各年级紧扣大纲,贴近教材。按照教学内容的编排顺序,从学生的知识结构和思维发展水平的实际出发设置专题,便于学生在掌握课本单元基础知识的前提下自学,进行拓展训练。

一例三练,举一反三。每个专题从浩瀚的题海中精选【典型题例】,“思路”给出分析和点拨;“详解”给出详细的或不同的解法;“诀窍”对本专题有关的知识、方法、技巧进行归纳和深化。【好题精练】配合本专题的知识点,设置三道练习题,让学生独立完成,培养学生触类旁通、举一反三的能力。

与时俱进,紧跟时代。全书编写体现了新课标精神,例题和练习题的内容吸收了近几年来各地数学竞赛出现的典型题,反映出新课标精神,体现时代性、趣味性、开放性、探索性、实践性,并注意密切联系生活实际,引导学生在生活中学数学、用数学。

本丛书在编写过程中参考了同类书籍中的精华,谨表诚挚谢意。由于时间和编者水平的限制,书中错误和不足之处在所难免,恳望批评和建议。

编者

举一反三

目 录

1 整数计算	(1)	34 追及问题	(34)
2 小数计算	(2)	35 环形行程问题	(35)
3 估算整数部分	(3)	36 火车行程问题	(36)
4 确定余数	(4)	37 火车过桥问题	(37)
5 循环周期	(5)	38 流水行程问题	(38)
6 循环小数	(6)	39 平面图形计数	(39)
7 个位数字	(7)	40 分割图形	(40)
8 添括号和运算符号	(8)	41 切拼图形	(41)
9 数字谜题	(9)	42 合理下料	(42)
10 奥妙的幻方	(10)	43 割补法求面积	(43)
11 数阵	(11)	44 等底等高三角形的面积	(44)
12 数阵中围数	(12)	45 平行四边形导出三角形	(45)
13 平方数	(13)	46 轴对称与图形的折叠	(46)
14 按规律填数	(14)	47 图形的旋转	(47)
15 估值	(15)	48 对角线平分面积	(48)
16 最小最优	(16)	49 添辅助线求面积	(49)
17 最小值和最大值	(17)	50 补充完整求面积	(50)
18 求平均数	(18)	51 动手操作	(51)
19 按平均数求个别数	(19)	52 列方程解应用题(一)	(52)
20 和差应用题	(20)	53 列方程解应用题(二)	(53)
21 和倍应用题	(21)	54 一次不定方程	(54)
22 差倍应用题	(22)	55 定义新运算	(55)
23 倍数的变化	(23)	56 正方体计数	(56)
24 置换问题	(24)	57 长方体计数	(57)
25 假设法解题	(25)	58 表面涂色	(58)
26 有盈有亏问题	(26)	59 折成正方体	(59)
27 都盈或都亏问题	(27)	60 立体图形的表面积	(60)
28 比较法解题	(28)	61 体积和容积的计算	(61)
29 牛顿问题	(29)	62 立体图形的挖和切	(62)
30 一般行程问题	(30)	63 立体图形的粘和拼	(63)
31 参数法解行程问题	(31)	64 立体图形的制作	(64)
32 相遇问题	(32)		
33 多次相遇问题	(33)		

奥数100类

65	立体图形的截面	(65)	85	最小公倍数	(85)
66	爬行路线	(66)	86	最小公倍数的应用	(86)
67	顶点或棱上标数	(67)	87	公约数与公倍数的关系	(87)
68	水面高度的变化	(68)	88	带余除法	(88)
69	等积变形	(69)	89	同余问题	(89)
70	数的整除	(70)	90	抽屉原理	(90)
71	整除特征(一)	(71)	91	容斥原理	(91)
72	整除特征(二)	(72)	92	乘法原理和加法原理	(92)
73	整除特征(三)	(73)	93	排列、组合问题	(93)
74	和、差、积的整除性质	(74)	94	图论问题	(94)
75	质数和合数	(75)	95	谋划	(95)
76	约数的个数	(76)	96	最佳方案	(96)
77	全部约数和	(77)	97	探索规律	(97)
78	积的末尾零的个数	(78)	98	分数的意义和性质	(98)
79	分组方法	(79)	99	最简分数的个数	(99)
80	奇数和偶数	(80)	100	巧填 $\frac{1}{a} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$	(100)
81	奇偶分析	(81)		参考答案	(101)
82	染色和覆盖	(82)			
83	最大公约数	(83)			
84	最大公约数的应用	(84)			

举一反三

整数计算

整数四则计算是四年级学习的内容,竞赛中出现的整数计算,常常要根据计算中的数的特点,采用凑整、重组、拆小补大等方法,运用运算定律进行速算和巧算。



典型题例

【例题】 计算: $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots - 2003 + 2005$

【思路】 这道题中的数是 $1 \sim 2005$ 中的奇数,运算符号依次是 $-、+、-、+、\dots$,如果把题中各数的顺序改变进行重组,如 $(5 - 3), (9 - 7), \dots$,这样就得到若干 2 ,再加上 1 ,计算就简便了。本题还可以把相加的数的和与相减的数的和分别求出来,再把两个和相减,就可以得到结果。

【详解】

$$\begin{aligned}\text{解法一:原式} &= 1 + (5 - 3) + (9 - 7) + \dots + (2005 - 2003) \\ &= 1 + 2 \times 501 \\ &= 1003\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法二:原式} &= \underbrace{(1 + 5 + 9 + \dots + 2005)}_{(2005-1) \div 4 + 1 = 502} - \underbrace{(3 + 7 + 11 + \dots + 2003)}_{(2003-3) \div 4 + 1 = 501} \\ &= (1 + 2005) \times 502 \div 2 - (3 + 2003) \times 501 \div 2 \\ &= 503506 - 502503 \\ &= 1003\end{aligned}$$

【诀窍】 速算和巧算的关键是要分析题中各个数的特点,采用转化的方法,用凑整、拆数、重组、找基准数等技巧,使复杂的题目巧妙地计算出结果。



好题精练

① 计算: $2003 - 2002 + 2001 - 2000 + \dots - 4 + 3 - 2 + 1$

② 计算: $9 + 99 + 999 + \dots + \overbrace{999\dots9}^{2003 \text{ 个 } 9}$

③ 计算: 3333333333^2 中有多少个数字是奇数?

奥数100类

2 小数计算

小数四则混合运算常常可以简便运算,但也要仔细分析题目中各数的特点,确定运用什么方法,再运用乘法分配律和运算性质使运算简便。



典型题例

【例题】 计算: $80.35 \times 0.25 + 4.197 \times 2.5 + 0.2903 \times 25 + 0.0865 \times 25$

【思路】 这道题是求四个积的和,如果把四个积先求出来再求和,显然计算量太大,比较繁琐。观察各数,可以发现 0.25、2.5、25 这几个因数有相同的数字 2 和 5,但小数点位置不同,把这几个因数转化成相同的因数,再运用乘法分配律,就可以使运算简便。

【详解】

$$\begin{aligned}\text{解法一:原式} &= 0.8035 \times 25 + 0.4197 \times 25 + 0.2903 \times 25 + 0.0865 \times 25 \\ &= 25 \times (0.8035 + 0.4197 + 0.2903 + 0.0865) \\ &= 25 \times 1.6 \\ &= 40\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法二:原式} &= 80.35 \times 0.25 + 41.97 \times 0.25 + 29.03 \times 0.25 + 8.65 \times 0.25 \\ &= 0.25 \times (80.35 + 41.97 + 29.03 + 8.65) \\ &= 0.25 \times 160 \\ &= 40\end{aligned}$$

【诀窍】 把某几个因数转化成相同的数要运用“一个因数扩大若干倍,另一个因数缩小相同的倍数,积不变”的性质。多积求和的计算题有相同的因数时才能运用乘法分配律进行简算。



好题精练

① 计算: $0.279 \times 468 + 0.657 \times 279 - 1.25 \times 27.9$

② 计算: $4.83 \times 0.59 + 0.41 \times 1.59 - 0.324 \times 5.9$

③ 设 $a = \underbrace{0.00 \cdots 0125}_{9\text{个}0}$, $b = \underbrace{0.00 \cdots 08}_{10\text{个}0}$, 求 $a + b$, $a - b$, $a \times b$, $a \div b$ 。

举一反三

估算整数部分

3

在我们的日常生活中常常需要估算出一道算式的整数部分,知道大概是多少就行了,求一个算式得数的整数部分,常用估算的方法,不同的题目有不同的估算方法。

典型题例

【例题】 设 $A = 16 \div (0.40 + 0.41 + 0.42 + \cdots + 0.59)$, 求 A 的整数部分是多少?

【思路】 这道题的除数是 $0.40, 0.41, \cdots, 0.59$, 共 20 个数, 运用等差数列求和公式可以求出这 20 个数的和, 用 16 除以这个和可得到整数部分; 简便的方法是用放缩法, 把除数看作是 20 个 0.40 和 20 个 0.60 , 商在两者之间, 这样就能比较容易地确定商的整数部分是多少。

【详解】

因为 $16 \div (0.60 \times 20) < \text{商} < 16 \div (0.40 \times 20)$

即 $1.3 < \text{商} < 2$

所以, A 的整数部分是 1。

【诀窍】 在小数四则运算中, 得数的整数部分往往只与这些数的整数、十分位、百分位上的数计算结果有关, 可用凑整、放缩、只求部分数等方法进行估算。

好题精练

① 设 $A = 0.4 + 0.44 + 0.444 + \cdots + \underbrace{0.444\cdots4}_{100\text{个}4}$, 求 A 的整数部分是多少?

② $20 \div (0.50 + 0.51 + 0.52 + \cdots + 0.59)$ 的商的整数部分是多少?

③ 设 $A = 1 + 1 \div 2 + 1 \div 3 + 1 \div 4 + 1 \div 5 + \cdots + 1 \div 15 + 1 \div 16$, 求 A 的整数部分是多少?

奥数100类

4 确定余数

在除法中,余数常常出现规律性的变化,有时余数会重复出现,两个数(甚至几个数)分别除以同一个数必出现相同的余数等,我们可以运用这些规律来解题。



典型题例

【例题】 $\underbrace{5555\cdots 5}_{2003\text{个}} \div 3$, 商是整数时余数是几?

【思路】 用 2003 个 5 组成的多位数除以 3, 求出商的整数部分是十分繁琐而不可取的事, 只能写出几个 5 来用竖式试除以 3, 会发现余数重复出现, 根据余数重复出现的规律就可确定这道除法算式商是整数时的余数了。

$$\begin{array}{r} 1831 \\ 3 \overline{) 55555\cdots} \\ \underline{3} \\ 25 \\ \underline{24} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

【详解】 从竖式上看出, 每 3 个 5 组成的数, 被 3 除正好整除, 每次除得的余数分别是 2、1、0, 把 2003 个 5, 每 3 个 5 一节, 还剩几个 5, 就知道这道算式商是整数时的余数了。

$2003 \div 3 = 667 \cdots 2$, $55 \div 3$ 的余数是 1, 所以这道题商是整数时余数是 1。

【诀窍】 要求一个多位数除以某数商是整数时的余数, 一般先写出这个多位数的前几位来试除某数, 找出余数重复出现的规律, 再用这个多位数的位数除以周期数, 从最后剩下的数中确定多位数除以某数商是整数时的余数。



好题精练

① 选择: $0.354 \div 0.13 = 2.7 \cdots ()$ 括号中应填

A. 3

B. 0.3

C. 0.03

D. 0.003

② $\underbrace{888 \cdots 8}_{100\text{个}8} \div 7$ 商是整数时余几?

③ 有一列数, 前两个数是 3 与 4, 从第 3 个数起每一个数都是前两个数的和, 这一列数中第 2003 个数除以 4 余几?

举一反三

循环周期 5

循环现象具有周期性,10个数的循环,周期是10,7个数的循环,周期是7。有关循环的题目,要发现周期性,确定周期是几,根据周期数,就能容易地解答要求的问题。



典型题例

【例题】 接连写100个12,得到一个自然数: $\underbrace{121212\cdots 12}_{200\text{位}}$,

这个数除以13的余数是几?

【思路】 这道题具有周期性,要发现几个12组成的数,能被13整除。可以写出几个12来试除以13,就可以知道多少个12能被13整除一次了。一共有100个12,能被13整除几次还余下几个12,再用余下的数除以13,就得到100个12组成的数除以13的余数了。

【详解】

解法一:经试除,121212能被13整除,即 $121212 \div 13 = 9324$,121212是六位数,周期是6。

$200 \div 6 = 33 \cdots 2$,余下的两位是12, $12 \div 13 = 0 \cdots 12$,所以原题除以13余12。

解法二:由于三个12组成的数能被13整除,把周期看作3, $100 \div 3 = 33 \cdots 1$,余下的1表示1个12, $12 \div 13 = 0 \cdots 12$,所以原题除以13余12。

【诀窍】 找循环周期具有探索性,通过探索发现周期数就能顺利解题。求一串数除以某数的余数,要通过试除,看前多少位能被这个数整除,还余几,把余下的数除以某数,求出的余数就是原题要求的余数。



好题精练

① 7^{2003} 的个位是几?

② 70个数排成一行,除了两头的两个数以外,其余每个数的3倍都恰好等于它两边的两个数的和,这70个最左边的几个数是:0,1,3,8,21,55,...

求:最右边一个数(第70个数)被6除余几?

③ 有一串数排成一行,其中第一个数是15,第二个数是40,从第三个数起,每一个数恰好是前两个数的和,那么这一串数中,第2003个数被3除所得的余数是几?

奥数100类

6 循环小数

小数除法计算可能除尽,商是有限小数,如果除不尽,商是循环小数。循环小数问题也是周期性问题,循环节是几位,周期就是几,利用循环小数的周期数能解决很多有趣的问题。



典型题例

【例题】 $3 \div 7$ 商的小数点后面第 2003 个数字是几? 2003 个数字和是多少?

【思路】 计算 $3 \div 7 = 0.428571$, 商是纯循环小数, 循环节是六位, 周期是 6, 用 2003 被周期 6 除, 商是表示循环节重复了多少次, 余数表示下一个循环中的第几个数字; 求 2003 个数字和, 可以先求出一个循环节的数字和, 再求出若干个循环节的和, 再加上余下的几个数字的和。

【详解】 $3 \div 7 = 0.\underbrace{428571}_{\text{六位}}$, $2003 \div 6 = 333 \cdots 5$, $3 \div 7$ 商的小数点后面第 2003 个数字是 7;

一个循环节数字和: $4 + 2 + 8 + 5 + 7 + 1 = 27$, 2003 个数字和: $27 \times 333 + (4 + 2 + 8 + 5 + 7) = 9017$ 。

【诀窍】 循环小数的有关题目, 要通过计算, 得出商, 发现循环节是几位, 周期就是几, 用位数除以周期数, 商是循环的次数, 余数是几, 就在一个周期中找出相应的数字。求一个循环小数若干位的数字和, 要先求出一个循环节的数字和, 再乘循环的次数还要加上余下的几个数, 就是总和。



好题精练

① $1 \div 14$ 商的小数点后面第 2003 个数字是几? 2003 个数字和是多少?

② $35 \div 11$ 商的小数点后面 100 个数字和是多少?

③ 有一列数: $1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 5, 6, \cdots$ 这列数中, 前 200 个数的和是多少?

举一反三

个位数字 7

如果一道计算题中的数很多,但不要求计算出它的结果,而只要求出它的个位数字是几,或十位、百位上的数字是几,这类题目的解答,只要把有关的数位上的数字进行计算,有些题目也是有周期性的。



典型题例

【例题】 $\underbrace{8 \times 8 \times 8 \times \cdots \times 8}_{2000 \text{ 个 } 8}$ 的末位数字是几?

【思路】 这道题要求 2000 个 8 的连乘积的末位数字,只要求出一个 8、两个 8、三个 8... 连乘积的个位数字分别是多少,看个位数字呈什么周期数的变化,再用 2000 除以周期数,看余数是多少,也就是最后几个 8 连乘积的末位数字就是 2000 个 8 连乘积的个位数字。

【详解】 因数都是 8 的连乘算式积的末位数字如下表:

几个 8 连乘	8	8×8	$8 \times 8 \times 8$	$8 \times 8 \times 8 \times 8$	$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$	$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$...
	∴	∴	∴	∴	∴	∴	
末位数字	8	4	2	6	8	4	...

从上表可看出因数都是 8 的连乘积的个位是 8、4、2、6 重复出现,周期是 4, $2000 \div 4 = 500$, 所以 2000 个 8 连乘积的末位是 6。

【诀窍】 求算式结果的个位数字或某一位上的数字,先要确定只与哪些数位上的计算有关,计算出有关数位上数的结果,就可确定某一位上的数字是几。个位或某位上的数字往往会重复出现,通过试算,找出周期,就可确定结果的个位或某一位上的数字是几。



好题精练

① $\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{2003 \text{ 个 } 3}$ 的末位数字是几?

② $S = 1 + 11 + 111 + 1111 + \cdots + \underbrace{11 \cdots 1}_{50 \text{ 个 } 1}$, S 的百位数字是几?

③ $2 \times 12 \times 22 \times 32 \times \cdots \times 2002$ 的个位数字是几?

奥数100类

8 添括号和运算符号

一道算式中没有括号,等号右边也给出了得数,如果按运算顺序计算,显然结果与右边的得数不相等,算式不能成立,但只要适当的位置添上括号,改变原来的运算顺序,就可以使算式成立,这样的题目如何解答呢?



典型题例

【例题】 在下式中填上最少的括号,使计算结果符合要求:

$$1 \div 2 \div 3 \div 4 \div 5 \div 6 \div 7 \div 8 \div 9 = 2.8$$

【思路】 这道题可以从右边的得数 2.8 出发,因为 $2.8 = 28 \div 10$, $28 = 4 \times 7$, $10 = 2 \times 5$,其中 1 是第一个数,做被除数,2 和 5 应做除数,被除数中一定要有 4,而 $(3 \times 6 \times 8) \div (4 \times 9) = 4$,4 和 9 必须做除数。被除数应是 1,3,6,7,8 五个数的连乘积,分母应是 2,4,5,9 这四个数的连乘积,即 $(1 \times 3 \times 6 \times 7 \times 8) \div (2 \times 4 \times 5 \times 9) = 2.8$,再回来看算式中数的顺序,运用除法的性质可知,把 $2 \div 3$ 和 $5 \div 6 \div 7 \div 8$ 两部分加上括号即可。

【详解】

$$\begin{aligned} & 1 \div (2 \div 3) \div 4 \div (5 \div 6 \div 7 \div 8) \div 9 \\ &= 1 \div 2 \times 3 \div 4 \div 5 \times 6 \times 7 \times 8 \div 9 \\ &= (1 \times 3 \times 6 \times 7 \times 8) \div (2 \times 4 \times 5 \times 9) \\ &= 2.8 \end{aligned}$$

【诀窍】 解答添括号之类的题目一般可以从得数出发,要想得到这个结果应满足什么条件,也就是写出符合结果的基本算式,算式中的两个数又该如何求,结合左边的数和运算符号来思考,从而确定在什么地方添括号。



好题精练

① 在下面的算式中添上括号,使等式成立。

(1) $6 + 36 \div 3 - 2 \times 4 - 1 = 5$

(2) $6 + 36 \div 3 - 2 \times 4 - 1 = 63$

(3) $6 + 36 \div 3 - 2 \times 4 - 1 = 45$

(4) $6 + 36 \div 3 - 2 \times 4 - 1 = 47$

② 在下面的算式中添上小括号和中括号,使等式成立。

$$0.45 - 10 - 0.2 + 6.37 \div 0.7 \times 0.5 = 0.1$$

③ 在下面的 中填上适当的数,并在算式中添上小括号和中括号,使等式成立。

$$1 \div 6 - 2.8 \times \text{□} = 0.125$$

举一反三

数字谜题 9

各种数学竞赛中大多会出现数字谜题,学了整数,有整数谜题,学了小数和分数,就有小数和分数谜题。

典型题例

【例题】 把右面乘法竖式中的“*”换成适当的数字,并确定原来第一个因数中的小数点位置。

【思路】 从积的末位是“0”出发,只有 $2 \times 5 = 10$,可知第二个因数十分位上应该是5;从竖式部分积的对位排列来看,少了一个部分积,可知第二个因数的个位是0;从积的最高位是1可知,两个因数最高位,可能是 1×1 ,或是十几的两个数,结果都是1,经过试算是可以的。积的十分位是6,可知第一个因数的中间的数只能是3。从积的小数点位置可确定因数中小数点位置。

$$\begin{array}{r} * * 2 \\ \times * * . * \\ \hline 6 * * \\ * * * \\ \hline 1 * * . 6 0 \end{array}$$

【详解】

$$\begin{array}{r} 13.2 \\ \times 10.5 \\ \hline 660 \\ 132 \\ \hline 138.60 \end{array}$$

【诀窍】 解数字谜的题目思考方法是从题中给出的已知数出发,逐步进行推导,有时有两种或三种可能,逐一试算,不能与题中的条件产生矛盾。文字形式的谜题,不同的汉字代表不同的数字,相同的汉字代表相同的数字,也要用逐步推理的方法。

好题精练

① 解下面的算式谜。

$$\begin{array}{r} * . * * \\ \times 8.9 \\ \hline * * * * \\ * * * \\ \hline * . * * * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} * 8. * 7 \\ **) * * * * . * * \\ \hline * * * \\ \hline * * \\ * * \\ \hline * * \\ * * \\ \hline 0 \end{array}$$

② 下面两个算式中,相同的汉字表示相同的数字,不同的汉字表示不同的数字,试解出这两道算式。年年 \times 岁岁=花相似 岁岁 \div 年年=人 \div 不同

③ 下面算式中的“民、富、国、强”所表示的四个数字的和是()。

$$(\text{国富} + \text{民富}) \times \text{强强} = 2002$$

奥数100类

奥妙的幻方

幻方,在我国古代称为“九宫算”、“纵横图”。在国外,有人认为它变化无穷,变幻莫测,因此取名“幻方”。

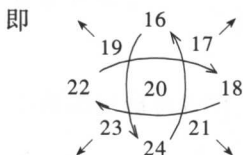


典型题例

【例题】 把 16~24 九个数填在右面空格中,使每行、每列、每条对角线上三个数的和都相等。



【思路】 早在七百多年前我国宋代著名的数学家杨辉用四句话解决了三阶幻方的填写方法:九子斜排,上下对易,左右相更,四维突出。



得

19	24	17
18	20	22
23	16	21

【详解】 见左图。

一般的思考方法是:先求总和: $(16+24) \times 9 \div 2 = 180$,再求每行、每列、斜行的和: $180 \div 3 = 60$;确定中间数为 20,四角数为四个奇数:17、19、21、23;安排另外四个偶数:16、18、22、24,使每行、每列、斜行的和都是 60。

【诀窍】 解答九宫三阶幻方可以按杨辉归纳的四句话很快填出。一般的思考方法是:先确定给出的 9 个数是否成等差数列,如果是等差数列先求总和与每行每列的和;以 9 个数中的中间数放在中格;如最小数是偶数,就把四个奇数放在四角,如最小数是奇数,就把四个偶数放在四角;最后安排另外四个数。



好题精练

① 如图(1),将 6、9、12、18、24、27、30 这七个数填入下图的空格中,使每行、每列、每条对角线上三个数的和都相等。

15		
		21

图(1)

图(2)

4.33		?
	8.80	

图(3)

② 如图(2),将 3.3、3.7、4.1、8.9、9.3、9.7、14.5、14.9、15.3 这九个数填在九宫中,使每行、每列、每条对角线上三个数的和都相等。

③ 如图(3),要使九宫中每行、每列及每条对角线的三个格中的三数之和都等于 19.95,有“?”的格内所填的数是多少?