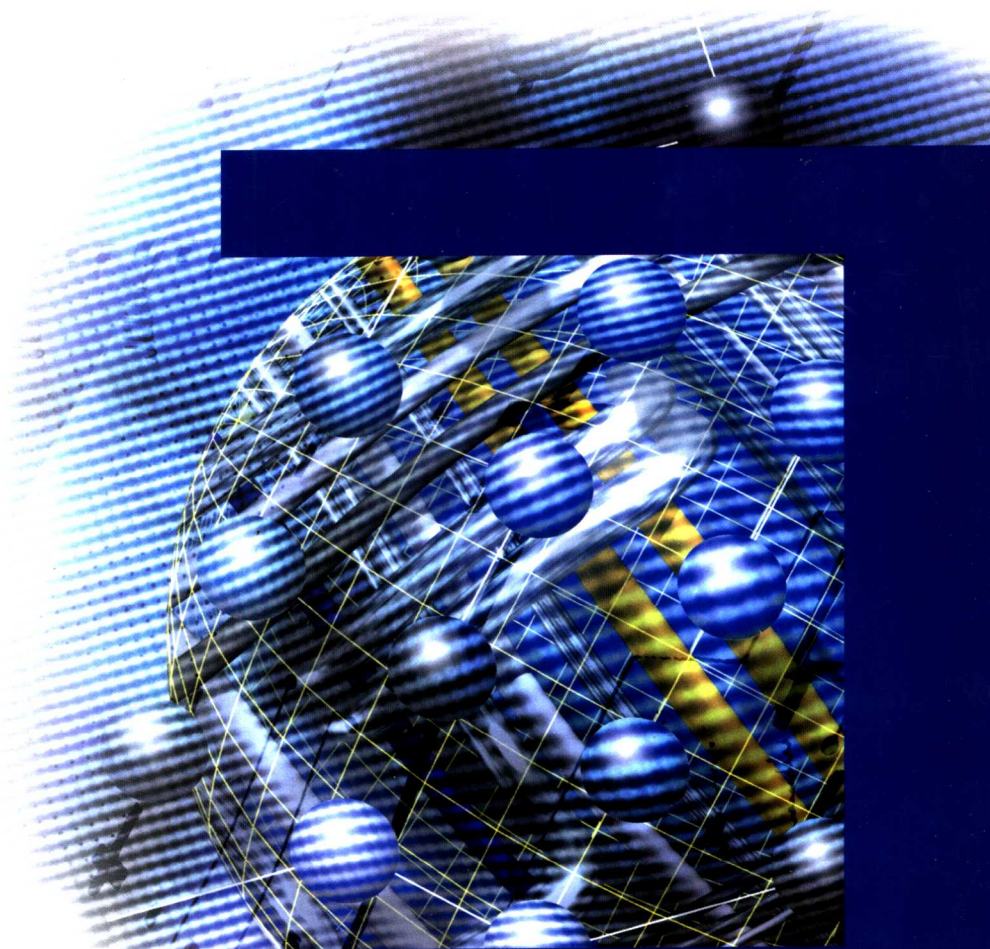


高等学校规划教材

现代工程控制理论

陆一心 主编



化学工业出版社

高等学校规划教材

现代工程控制理论

陆一心 主编



化学工业出版社

· 北京 ·

本书将控制理论中“经典控制理论”与“现代控制理论”两部分内容以科学方法论的观点有机地融合起来。强调用准确的物理概念来分析问题、解决问题。全书共分9章：绪论、数学模型、时域分析、频域分析、系统校正、反馈设计、数字控制、卡尔曼滤波与随机控制、最优控制等。

本书可作为高等学校工程类相关专业本科生、研究生、工程硕士生教材，也可供其他专业高年级学生自学，供科技工作者和高校教师从事控制理论时参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

现代工程控制理论/陆一心主编. —北京：化学工业出版社，2006.6

高等学校规划教材

ISBN 7-5025-8758-6

I. 现… II. 陆… III. 工程控制论-高等学校-教材 IV. TB114.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 072687 号

高等学校规划教材
现代工程控制理论

陆一心 主编

责任编辑：唐旭华

文字编辑：廉 静

责任校对：陈 静

封面设计：关 飞

*

化学工业出版社出版发行

(北京市朝阳区惠新里3号 邮政编码 100029)

购书咨询：(010)64982530

(010)64918013

购书传真：(010)64982630

<http://www.cip.com.cn>

*

新华书店北京发行所经销

大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷

三河市万龙印装有限公司装订

开本 787mm×1092mm 1/16 印张 19 $\frac{3}{4}$ 字数 530 千字

2006年8月第1版 2006年8月北京第1次印刷

ISBN 7-5025-8758-6

定 价：29.80 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者，本社发行部负责退换

前 言

在快速发展的科学技术中，控制论科学正处在数学、计算机科学和工程学交叉学科的发展前沿。控制理论已把强有力的理论成果带到现代技术中；作为控制系统的理论基础，它正处在以自动化、计算机和机器人为代表的新技术革命的核心。科学技术是第一生产力，而控制理论正是许多工程技术学科领域的理论基础。

随着科学技术的进步，特别是计算机技术的发展，使得控制理论在各个领域的应用越来越广泛，越来越深入。

近年来，高等院校许多专业的本科生、研究生都将控制理论作为重要的技术基础课，编写一本适合当前工程类专业使用的控制理论教学用书已显得尤为重要。

根据作者多年的教学实践和指导研究生的经验，本书编写考虑了以下几点。

① 保持控制理论的完整性，注重基本结构（基本概念、基本理论和基本方法），突出工程意识和工程实用性。

② 从科学方法论着眼，突出控制理论的基本方法，淡化数学推证，用直观而准确的物理概念来分析问题，解决问题。

③ 从科学方法论出发将控制理论的两部分基础内容——经典控制理论（传递函数和频率法）与现代控制理论（状态空间法）有机地融合起来，建立“现代工程控制理论”新体系。

④ 取材新颖，方法先进。采用 MATLAB 软件分析、计算和设计系统，使控制理论在工程应用中得到落实。

⑤ 书中编有相当数量的例题和习题，并附有习题参考答案。

本书分 9 章：第 1 章、第 6 章、第 8 章、附录由陆一心编写；第 2 章由华同曙编写；第 3 章由蔡廷文、邵福编写；第 4 章、第 5 章由凌智勇编写；第 7 章、第 9 章由王存堂编写。全书由陆一心统校，由张弼教授主审。

编写中参阅了许多相关著作和论文，在此表示感谢。由于编者水平有限，书中的不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

编者

2006 年 5 月

目 录

1 绪论	1	3.1.2 二阶系统的时间响应	47
1.1 控制系统的工作原理及其组成	1	3.1.3 高阶系统的时间响应	50
1.1.1 工作原理	1	3.1.4 时间响应性能指标	51
1.1.2 开环控制和闭环控制	2	3.2 状态转移矩阵和多变量系统的 时间响应	54
1.1.3 闭环控制系统的组成	3	3.2.1 状态转移矩阵	54
1.2 控制系统的基本类型	4	3.2.2 线性定常连续系统的时间响应	60
1.2.1 按输入量的特征分类	4	3.2.3 线性时变连续系统的时间响应	62
1.2.2 按系统中传递信号的性质分类	4	3.3 系统的稳定性	65
1.3 对控制系统的基本要求	5	3.3.1 单输入-单输出线性定常系统 稳定性分析	65
1.4 控制理论的发展	5	3.3.2 李雅普诺夫稳定性分析	67
2 控制系统的数学模型	8	3.3.3 李雅普诺夫第一法	68
2.1 动态系统数学模型的建立	8	3.3.4 李雅普诺夫第二法	69
2.1.1 系统的运动微分方程	8	3.4 稳态性能	73
2.1.2 线性与非线性系统	10	3.4.1 稳态误差的基本概念	73
2.1.3 非线性系统的线性化	10	3.4.2 稳态误差的计算	73
2.2 传递函数	12	3.4.3 稳态误差系数	74
2.2.1 传递函数的定义	13	3.4.4 扰动引起的稳态误差和系统 总误差	78
2.2.2 系统的开环与闭环传递函数	14	3.5 根轨迹分析	78
2.2.3 典型环节的传递函数	15	3.5.1 根轨迹	79
2.2.4 传递函数方框图	17	3.5.2 闭环系统根轨迹分析	81
2.3 信号流图	21	习题	82
2.3.1 信号流图中使用的符号及术语	21	4 控制系统的频域分析	86
2.3.2 信号流图的性质	22	4.1 频率特性	86
2.3.3 运算法则	23	4.1.1 频率特性的基本概念	86
2.3.4 线性系统信号流图的绘制	24	4.1.2 频率特性的求取	88
2.3.5 信号流图的梅森增益公式	24	4.2 频率特性图示法	88
2.4 系统的状态空间模型	27	4.2.1 频率特性的图示方法	88
2.4.1 状态空间描述	27	4.2.2 典型环节的频率特性	90
2.4.2 状态空间方程	27	4.2.3 系统开环频率特性	97
2.5 数学模型的转换	30	4.3 频域稳定性	101
2.5.1 传递函数与状态空间方程	30	4.3.1 映射定理	101
2.5.2 传递矩阵	31	4.3.2 奈奎斯特稳定判据	101
2.5.3 系统的状态空间表达式	32	4.3.3 对数稳定判据	106
2.6 用 MATLAB 求数学模型及数 学模型的转换	37	4.4 稳定性裕量	107
2.6.1 用 MATLAB 求数学模型	37	4.5 系统闭环频率特性	110
2.6.2 用 MATLAB 求数学模型 的转换	38	4.5.1 闭环频率特性的求取	110
习题	40	4.5.2 闭环系统频域指标	111
3 系统时域分析	45	4.6 由频域特性分析系统性能	112
3.1 单输入-单输出系统时间响应	45	4.6.1 典型二阶系统	112
3.1.1 一阶系统时间响应	45		

4.6.2	高阶系统	115	7 数字控制系统	189	
4.6.3	用开环对数频率特性分析系统的性能	115	7.1	概述	189
4.6.4	传递函数的实验法确定	117	7.2	信号采样	190
4.7	用 MATLAB 进行频域分析	117	7.2.1	采样过程	190
4.7.1	用 MATLAB 绘制系统的奈奎斯特图	118	7.2.2	采样信号的频谱	191
4.7.2	用 MATLAB 绘制系统的伯德图	119	7.3	Z 变换	194
习题		120	7.3.1	Z 变换定义	194
5 控制系统的校正与设计		124	7.3.2	Z 变换的求法	195
5.1	设计与校正方法	124	7.3.3	Z 变换的性质	197
5.1.1	控制系统的性能指标	124	7.3.4	Z 反变换	199
5.1.2	校正装置	124	7.4	离散系统的数学模型	201
5.2	频域校正	129	7.4.1	差分方程	202
5.2.1	串联校正	129	7.4.2	用 Z 变换解差分方程	202
5.2.2	反馈校正	135	7.4.3	脉冲传递函数	203
5.2.3	复合校正	136	7.5	离散控制系统性能分析	209
5.3	根轨迹法校正	138	7.5.1	离散控制系统的稳定性分析	209
5.3.1	控制系统的根轨迹校正	138	7.5.2	离散控制系统的稳态误差分析	212
5.3.2	系统希望极点的位置	139	7.5.3	离散控制系统的动态性能分析	214
5.3.3	根轨迹校正	140	7.6	数字控制器的设计	216
5.4	用 MATLAB 进行校正设计	148	7.6.1	数字控制器的脉冲传递函数	216
习题		153	7.6.2	最少拍系统的设计	216
6 控制系统反馈设计		155	7.6.3	离散 PID 控制器	217
6.1	系统的能控性与能观测性	155	7.7	离散控制系统的状态空间描述	220
6.1.1	能控性定义及其判据	155	7.7.1	将标量差分方程化为状态空间描述	220
6.1.2	能观测性定义及其判据	159	7.7.2	将脉冲传递函数化为状态空间描述	221
6.1.3	能控性及能观测性标准型状态模型	162	7.7.3	离散时间系统状态方程的求解	222
6.2	状态反馈和线性系统的综合	163	7.7.4	线性连续系统状态空间表达式的离散化	223
6.2.1	状态反馈和线性系统综合的概念	163	7.7.5	线性离散定常系统的能控能观测判据	226
6.2.2	状态反馈和系统特征值的配置	165	7.8	用 MATLAB 进行数字系统分析	227
6.3	系统的镇定问题	170	习题		231
6.4	状态观测器	171	8 卡尔曼滤波与随机控制	234	
6.4.1	状态观测器的基本思想	171	8.1	线性估计	234
6.4.2	全维状态观测器	172	8.2	随机变量与随机过程	235
6.4.3	降维状态观测器	175	8.2.1	概率与随机变量	235
6.5	带状态观测器的状态反馈控制系统的特性	178	8.2.2	随机过程与相关函数	239
6.5.1	分离原理	178	8.3	线性最小方差估计	240
6.5.2	设计带观测器的状态反馈系统	179	8.3.1	估计的准则	240
6.5.3	用 MATLAB 设计状态观测器	180	8.3.2	采用配方法确定估计 X_L	241
6.6	渐近跟踪鲁棒调节器	184	8.3.3	线性最小方差估计的特点	241
习题		185	8.4	随机线性系统的数学描述	242
			8.4.1	随机连续系统的状态空间描述	242
			8.4.2	随机离散系统的状态空间描述	244
			8.4.3	由离散系统的极限情况求连续	

系统的状态空间描述	245	8.10 随机线性系统的最优控制	266
8.5 卡尔曼滤波的基本思想	246	习题	268
8.5.1 对简单例子的分析	246	9 最优控制	270
8.5.2 实际情况的分析	246	9.1 最优控制的描述	270
8.5.3 增益矩阵 K_k 的确定	247	9.2 最优控制的变分法	272
8.6 离散系统的卡尔曼滤波	248	9.2.1 泛函与变分	272
8.6.1 卡尔曼滤波原理——递推公式	248	9.2.2 欧拉方程	273
8.6.2 卡尔曼滤波公式的证明	249	9.2.3 横截条件	274
8.6.3 对卡尔曼滤波公式的讨论	251	9.2.4 变分法解最优控制问题	276
8.7 离散卡尔曼滤波的推广	254	9.3 极小值原理	279
8.7.1 动态噪声和量测噪声相关且考虑 随机控制信号时的离散卡尔 曼滤波	254	9.4 动态规划	281
8.7.2 对线性定常系统的状态 进行估计	256	9.5 线性二次型最优控制	286
8.8 有色噪声情况下线性系统的滤波	257	9.5.1 有限时间状态调节器问题	286
8.8.1 已知情况的处理	257	9.5.2 无限时间状态调节器问题	287
8.8.2 求滤波递推公式	259	9.5.3 输出调节器问题	289
8.9 连续时间系统的卡尔曼滤波	260	9.5.4 线性跟踪器问题	291
8.9.1 不考虑确定性控制信号 U 、动态 噪声 $W(t)$ 与量测噪声 $V(t)$ 不 相关的情况	260	习题	294
8.9.2 考虑有确定控制信号 U 、动态 噪声 W_k 与观测噪声 V_k 相关 的情况	262	附录	296
		附录 A 常用函数拉普拉斯变换对照表	296
		附录 B 拉普拉斯变换基本定理	297
		附录 C Z 变换表	297
		附录 D MATLAB 函数	299
		部分习题参考答案	301
		参考文献	308

1 绪 论

20 世纪 40 年代形成和发展起来的系统论、控制论和信息论，即所谓的 SCI 三论，具有许多共同点和结合点，对许多学科都具有方法性的指导作用，又称为现代科学方法论。控制理论是一门技术学科，它研究被控对象和环境特性，通过能动采集和适用信息，施加控制作用而使系统在变化或不确定的条件下保持或达到预定的功能。

1.1 控制系统的工作原理及其组成

1.1.1 工作原理

以恒温控制系统为例，分析其控制过程，见图 1.1。

控制的任务是克服外界干扰（如电源电压波动、环境温度变化、炉门开启时间长短等），保持箱内温度恒定，以满足物体对温度的要求。操作者可以通过调压器改变加热电阻丝的电流，以达到控制温度的目的。箱内温度由温度计测量。调节过程为：观测由测量元件（温度计）测出的恒温箱内的温度（被控制量）；与要求的温度值（给定值）进行比较，得出偏差的大小和方向；根据偏差的大小和方向进行控制。

当恒温箱内温度高于所要求的给定温度值时，调整调压器使电流减小，降低温度。若温度低于给定的值，则调整调压器，使电流增加，使温度升到正常范围。

控制过程就是测量、求偏差、控制以纠正偏差的过程，简单地说就是“检测偏差，纠正偏差”。

图 1.2 是恒温箱的自动控制系统。

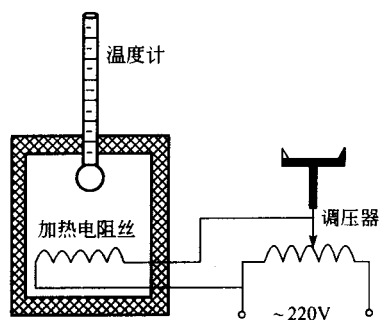


图 1.1 恒温控制系统

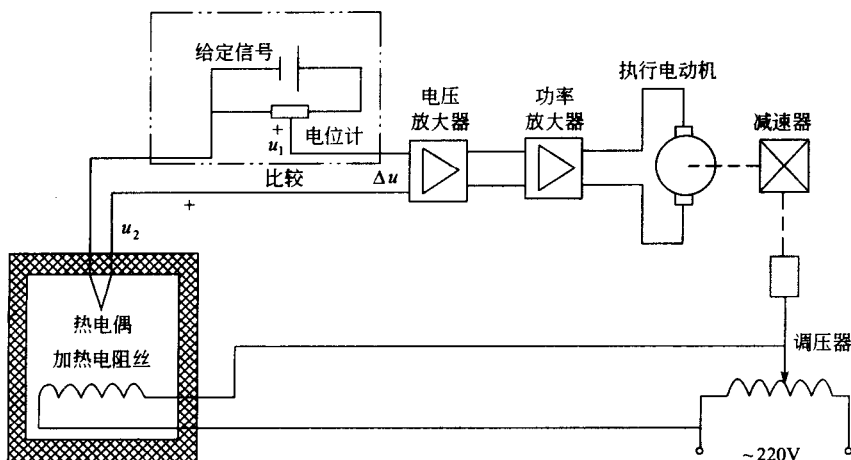


图 1.2 恒温箱的自动控制系统

恒温箱的所需温度由电压信号 u_1 给定。当外界因素引起箱内温度变化时，作为测量元件的热电偶，把温度转换成对应的电压信号 u_2 ，并反馈回去与给定信号 u_1 相比较。所得结果即为温度的偏差信号 $\Delta u = u_1 - u_2$ 。经过电压放大、功率放大后，用以改变伺服电动机的转速和转向，并通过传动装置拖动调压器动触头。

所需温度的电压信号 u_1 ，称为系统的输入量，被控的恒温箱温度为系统的输出量，温度又经热电偶检测转换成电压信号 u_2 ，与 u_1 比较，这个过程称为反馈，由于比较是抵消输入量，得出的是偏差，称为负反馈。控制理论中最基本的概念是反馈。从输出端的输出信号反馈回来与输入控制信号进行比较，这种负反馈是最基本的反馈形式，又称为输出反馈。也有输出信号反馈到系统中间与某一信号比较的，还有中间变量的信号与输入的控制信号比较的。通过这些反馈控制都会对系统的品质、性质发生变化。人工恒温控制系统（图 1.1）和恒温箱的自动控制系统，都是基于“检测偏差，纠正偏差”这个反馈控制原理。

图 1.3 所示为恒温箱温度自动控制系统职能框图。⊗代表比较元件，箭头代表作用方向，每个职能框代表一个环节，各环节的作用是单向的，其输出受输入控制。

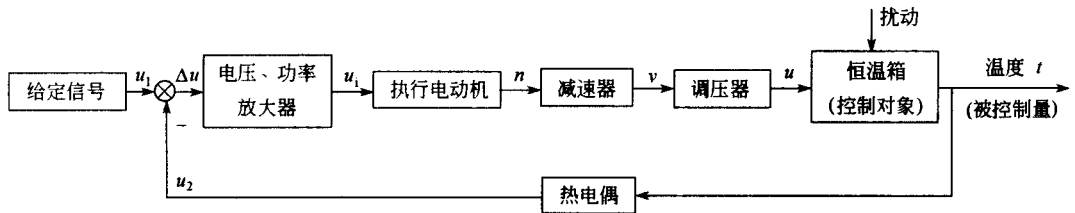


图 1.3 恒温箱温度自动控制系统职能框图

1.1.2 开环控制和闭环控制

控制系统根据有无反馈作用可以分为开环控制系统、闭环控制系统和半闭环控制系统。

(1) 开环控制系统

如果系统只是根据输入量和干扰量进行控制，而输出端和输入端之间不存在反馈回路，输出量在整个控制系统中对系统的控制不产生任何影响，这样的系统称为开环控制系统，如图 1.4 所示。

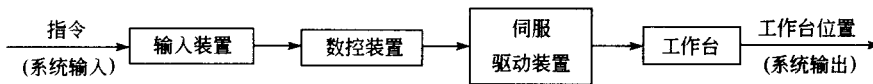


图 1.4 数控机床的开环控制系统

开环控制系统用一定输入量产生一定的输出量，如果由于某种干扰作用使输出量偏离原始值，它没有自动纠偏能力，所以开环系统的控制精度较低。但是如果组成系统的元件特性和参数比较稳定，而且外界的干扰也比较小，则这种控制系统也可以保证一定的精度。开环控制系统的最大优点是系统简单，一般都能稳定可靠地工作，因此对于要求不高的系统可以采用。

(2) 闭环控制系统

如果系统的输出端和输入端之间存在反馈回路，输出量对控制过程产生直接影响，这种系统称为闭环控制系统。这里，闭环的作用就是应用反馈来减少偏差。前述的恒温箱温度自动控制系统就是闭环控制系统。

闭环控制系统的突出优点是控制精度高，不管遇到什么干扰，只要被控制量的实际值偏离给定值，闭环控制系统就会产生控制作用来减少这一偏差。

闭环控制系统也有它的缺点，系统是靠偏差进行控制的，因此，在整个控制过程中始终存在着偏差；由于元件的惯性、迟滞，若参数配置不当，容易引起振荡，使系统不稳定，无法工作。所以闭环控制系统中精度和稳定性之间存在着矛盾，必须合理解决。

(3) 半闭环控制系统

如果控制系统的反馈信号不是直接从系统的输出端引出，而是取自中间的测量元件，反馈到输入端与控制信号比较，例如在数控机床的进给伺服系统中，若将位置检测装置安装在传动丝杠的端部，间接测量工作台的实际位移；或者输出端引出的信号反馈到系统中间部分；系统中间部分信号反馈到系统前端的中间部分进行比较等。这些均称为半闭环控制系统。

半闭环控制系统可以获得比开环系统更高的控制精度，但一般比闭环系统的控制精度要低；与闭环系统相比，易于实现，也易于得到系统稳定。特别说明的是中间的信号，反馈到输入端与控制信号比较，反馈回路参数配置的得当，可以得到较好的效果，使系统的性能得到很好的提高，这就是第6章讲的状态反馈设计。

1.1.3 闭环控制系统的组成

图 1.5 所示为一个较完整的闭环控制系统。

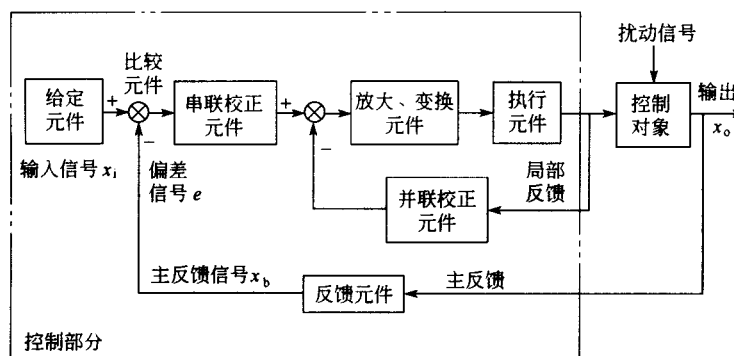


图 1.5 闭环控制系统的组成

由图可见，闭环控制系统一般应该包括给定元件、反馈元件、比较元件、放大元件、执行元件及校正元件等。

① 给定元件 主要用于产生给定信号或输入信号。

② 反馈元件 它测量被控制量或输出量，产生反馈信号。通常是用一些电量来测量非电量的元件。例如用电位器或旋转变压器，将机械转角变换为电压信号；用测速发电机将转速变换为电压信号；用热电偶将温度变换为电压信号；用光栅测量装置将直线位移变换为数字电信号等。

③ 比较元件 用来接收输入信号和反馈信号并进行比较，产生反映两者差值的偏差信号。

④ 放大元件 对于偏差信号进行放大的元件，例如电压放大器、功率放大器、电液伺服阀、电液比例阀等。放大元件的输出一定要有足够的能量，才能驱动执行元件，实现控制功能。

⑤ 执行元件 直接对控制对象进行操纵的元件，例如伺服电动机、液压马达、伺服液压缸等。

⑥ 校正元件 为保证控制质量，使系统获得良好的静、动态性能而加入系统的元件。校正元件又称补偿元件。串接在系统前向通路上的称为串联校正装置，并接在反馈回路上的

称为并联校正装置。

任何系统均由控制部分和控制对象两部分组成。图 1.5 双点划线所包含的内容就是控制部分。扰动信号是由系统的外部环境或内部因素造成的，它造成控制量与被控制量的偏差。而闭环控制系统就能按偏差进行自动调节。

1.2 控制系统的基本类型

控制系统的种类很多，在实际工程中，可以从不同的方法对控制系统进行分类。

1.2.1 按输入量的特征分类

(1) 恒值控制系统

这种控制系统的输入量是一个恒定值，在运行过程中就不再改变（但可以定期校准或更改输入量）。恒值控制系统的任务是保证在任何扰动作用下系统的输出量为恒值。

工业生产中的温度、压力、流量、液面等参数的控制，有些原动机的速度控制，刀具的位置控制，电力系统的电网电压、频率控制等，均属此类。

(2) 程序控制系统

这种系统的输入量不为常值，但其变化规律是预先知道和确定的。可以预先将输入量的变化规律编成程序，由该程序发出控制指令，在输入装置中再将控制指令转化为控制信号，经过系统的作用，使控制对象按指令的要求而运动。计算机绘图仪就是典型的程序控制系统。

(3) 随动系统

随动系统又称伺服系统。这种系统的输入量的变化规律不一定预先确定。在输入量发生变化时，则要求输出量迅速而平稳地跟随着变化，且能排除各种干扰因素的影响，准确地复现控制信号的变化规律。控制指令可以由操作者根据需要随时发出，也可以由目标物或相应的测量装置发出。

机械加工中的仿形机床，武器装备中的火炮自动瞄准系统，导弹目标自动跟踪系统，船舶的伺服舵机等，均属此种系统。

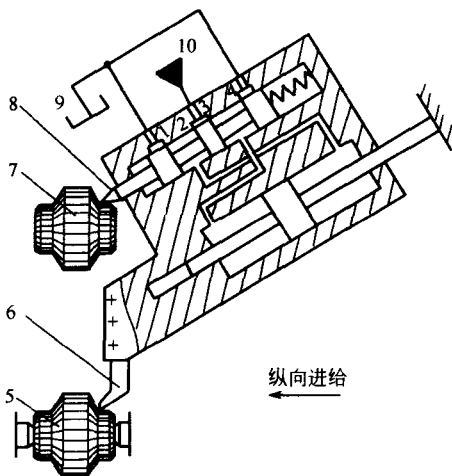


图 1.6 液压仿形车床工作原理图
1,2,3,4—节流口；5—工件；6—车刀；
7—样件；8—阀芯；9—油箱；10—油源

图 1.6 所示为液压仿形车床工作原理图。当阀芯 8 处于图示中间位置时，没有压力油进入液压缸前后两腔，液压缸不动。当阀芯偏离中位，例如向前伸出时，节流口 2、4 保持关闭，节流口 1、3 打开，压力油经节流口 3 进入液压缸前腔，而其前腔的油液经节流口 1 流回油箱 9，缸体带动刀具向前运动；同样，当阀芯偏离中位向后收缩时，节流口 1、3 关闭，2、4 打开，压力油经节流口 2 进入液压缸后腔，而缸前腔的油液则经节流口 4 流回油箱，缸体带动刀具向后运动。图中，液压缸缸体和控制阀阀体连成一体，形成液压缸运动的负反馈，使液压缸缸体与阀芯的运动距离和方向始终保持一致，所以液压缸缸体（带刀具）完全跟随阀芯（触销）8 运动。

1.2.2 按系统中传递信号的性质分类

(1) 连续控制系统

系统中各部分传递的信号都是连续时间变量

的系统称为连续控制系统。连续控制系统又有线性系统和非线性系统之分。用线性微分方程描述的系统称为线性系统，不能用线性微分方程描述，存在着非线性部件的系统称为非线性系统。

(2) 离散控制系统

系统中某一处或数处的信号是脉冲序列或数字量传递的系统称为离散控制系统（也称数字控制系统）。在离散系统中，数字测量、放大、比较、给定等部件一般均由数字计算机实现，计算机的输出经数模转换，加给伺服放大器，然后再去驱动执行元件，或由计算机直接输出数字信号，经数字放大器后驱动数字式执行元件。

由于连续控制系统和离散控制系统的信号形式有较大差异，因此在分析方法上也有明显的不同。本书有专门的章节来分析离散系统。

此外，还可按系统部件的物理属性分为机械、电气、机电、液压、气动、热力等控制系统。

1.3 对控制系统的基本要求

控制系统应用于不同场合，对它有不同性能要求。但从控制的角度来看，对控制系统有一些共同的要求，一般可归结为稳定、精确和快速。

(1) 稳定性

稳定性是控制系统最基本的性质。所谓稳定性是指控制系统偏离平衡状态后，自动回复到平衡状态的能力。

当系统受到扰动后，其状态偏离了平衡状态，在随后所有时间内，如果系统的输出响应能够最终回到原先的平衡状态，则系统是稳定的，如果系统的输出响应逐渐增加趋于无穷，或者进入振荡状态，则系统是不稳定的。

(2) 精确性

控制系统的精确性，一般以稳态误差来衡量。所谓稳态误差是指以一定的变化规律的输入信号作用于系统后，当调整过程结束而趋于稳定时，输出量的实际值与期望值之间的误差值，它反映了动态过程后期的性能。

(3) 快速性

快速性是指系统的输出量与输入量之间产生偏差时，消除这种偏差的快慢程度。快速性好的系统，它消除偏差的过渡时间就短，就能复现快速变化的输入信号，因而具有较好的动态性能。

由于控制对象的具体情况不同，各种系统对稳定、精确、快速这三方面的要求各有侧重。例如，调速系统对稳定性要求较严格，而随动系统则对快速性提出了较高的要求。

对于实际的控制系统，还有其他方面的要求，如鲁棒性。

系统鲁棒性 (Robustness)：如果系统的参数或者结构在一定范围内变化时，系统仍然保持某个性能，则称系统的这个性能是鲁棒的；系统的参数或者结构在一定范围内变化时，系统仍然保持稳定，则称系统是鲁棒稳定的。

1.4 控制理论的发展

控制理论的最基本的概念是反馈。最早应用反馈概念的可追溯到 1788 年英国人瓦特在蒸汽机上用飞球离心调速器解决在负载变化条件下保持蒸汽机基本恒速的问题。1868 年马克思·威尔解释离心调速器有时产生剧烈振荡的这种不稳定现象，并提出低阶系统稳定性的

代数判据，劳斯（1875年）和霍尔维茨（1895年）进一步提出了两种判断高阶线性定常系统的稳定性代数判据。

19世纪末，电气技术的发展，电气控制系统得到了迅速的推广。1932年奈奎斯特提出了在频率域内研究系统的频率响应法，1945年博德对频率响应法理论进一步完善，1948年埃文斯提出根轨迹法。

第二次世界大战以后，自动控制技术的应用已经相当广泛，并取得了显著效果。值得特别一提的是，1948年维纳首创了控制论的术语，指出了信息和反馈的普遍意义。他认为控制理论能够推广到工程领域和物理系统以外的广大领域，例如生物领域和社会、经济领域。这一设想引起了激烈的争论，也暴露已有的控制理论研究还存在局限性，促进了控制理论的新发展。

一般将主要适用于线性定常系统，通常只用于单输入、单输出系统，采用外部描述，只讨论系统外部输入量与输出量之间关系等，这种理论称为经典控制理论。

为了克服经典控制理论的局限性，1956年贝尔曼，特别是1960年卡尔曼引入状态空间法分析系统，提出能控性、能观测性、最佳调节器和滤波等概念，从而奠定了称之为现代控制理论的基础。

现代控制理论是采用系统内部各种状态变量信息的状态空间法描述系统，通用性强，无论对于线性或非线性系统，定常或时变系统，单变量或多变量系统，都有效。这种方法控制特性远为优越，反映系统内部的状态变量信息，有可能是状态反馈，实现对于某些指标的最优控制，甚至可以考虑系统参数随环境或时间的变化，进行自寻优或自适应控制。这种方法更便于应用计算机运算，对于复杂的系统，需要进行繁复、费时的运算，这一优点尤其重要。

一些科学家综合应用控制理论和运筹学的成果，发展并形成了一门新的学科——系统论。

控制论、信息论和系统论（称为现代科学方法论——三论）的相互渗透、互相吸收的发展，它们都具有一般方法论的特点，并从不同的角度研究系统的信息和反馈。

控制理论被广泛地应用在空间技术、飞行控制、军事、工业生产、生物医学、环境生态、社会经济及人类生活的众多领域，极大地促进生产和科技的发展，而新技术的发展又不断地向控制理论提出更新更高的要求，从而再次推动控制理论不断发展。

控制理论深入研究的问题有以下几种。

(1) 最优控制规律的寻求

如何根据给定的目标函数和限制条件，寻求最优的控制规律的问题，即最优控制问题。在解决最优控制问题的方法中，庞德李亚金的最大值（或称最小值）原理和别尔曼的动态规划法得到了较为广泛的应用。

(2) 系统数学模型的确定

如何根据系统的输入和输出确定系统的数学模型，即系统辨识问题。若系统的结构已经确定，需要根据输入和输出确定其参数，即称为参数估计。如果需要同时确定系统的结构和参数，即称为系统辨识。

(3) 状态向量的求得

在系统数学模型已经建立的基础上，如何根据受随机干扰的输出来求状态向量，即最优估计问题。早期有维纳滤波器，其局限性是只适用于平稳过程，并需要较多的统计资料。1961年卡尔曼提出的最优估计理论克服了上述局限性，计算比较简便，所用迭代法适用于电子计算机上运算。

(4) 自适应控制的实现

如何用辨识系统动态特性的方法随时调整控制规律以实现最优控制，即自适应控制的问题。自适应控制包括几种类型，如自寻最优控制、模型参考自适应控制以及具有可参考模型的自适应控制等。

(5) 智能控制理论的发展

智能控制理论的研究方向有：人工智能的理论基础，与人类认识和决策过程的生理、心理研究之间的关系；知识工程；智能控制多种途径的理论与应用；逻辑、符号、模糊量处理的理论框架和方法；视觉和其他感觉信息的处理、识别和理解，以及基于传感器的控制方法；智能机器人研制中的人工智能问题；更加接近人类信息处理并行模式和人工神经网络技术在识别、学习、记忆、推理等方面的应用等。

(6) 控制系统好的鲁棒性

由于受控系统数学模型存在建模误差，同时环境变化、元件老化和受控系统非线性等诸多原因，使得实际受控系统与控制器设计所依赖的模型（标称模型）之间存在较大的差异。这种差异归纳为受控系统数学模型中的不确定性。这种不确定性，有可能给闭环系统的控制品质带来十分严重的后果。如何适当设计控制系统，使得即使实际受控对象与它的标称模型之间有较大差异时，闭环系统仍能有较好的控制品质，使控制系统具有较好的鲁棒性。

控制理论正在不断发展，已经形成了好几个分支学科，如线性系统理论、最优控制理论、系统辨识、自适应控制、大系统理论、模糊控制等。

2 控制系统的数学模型

系统的数学模型是描述系统运动特性的数学表达式，常用的数学模型有微分方程、传递函数及状态空间表达式。此外，系统中各元件之间的连接和因果关系也可用方框图与信号流程图来表示，由它们可方便地求出系统的传递函数。

2.1 动态系统数学模型的建立

建立系统的动态数学模型是分析和研究控制系统动态特性的首要工作，是对系统进行定量计算和定性分析的基础。数学模型可以描述系统输入量、输出量以及内部各变量之间的动态性能，从而揭示出系统的结构及其参数与性能之间的内在关系。

系统的数学模型有多种形式，这主要取决于变量和参考系的选择。建立合理的数学模型，对于系统的正确分析和研究十分重要。由于不可能将系统实际的错综复杂的物理现象完全表达出来，因而要对数学模型的简洁性和精确性进行折中的考虑。一般是根据系统的实际结构参数和系统分析所要求的精度，忽略一些次要因素，建立既能反映系统内在本质特性，又能便于分析计算工作的模型。

一般来说，建立系统数学模型有两种方法，即解析法和实验法。解析法是从系统所遵循的有关定律出发，理论推导出变量之间的数学表达式，建立相应的数学模型。实验法是根据系统对某些典型信号的响应等实验数据建立其数学模型。

许多控制系统，不管它们是机械的、电气的、热力的，还是经济学的、生物学的，其动态特性的数学模型都可以用微分方程来描述。因此，用解析法建立控制系统的数学模型就是从列写它们的运动微分方程开始。对这些微分方程求解，就可以得到系统在一定的输入作用下的输出响应。

2.1.1 系统的运动微分方程

通常，用解析法建立系统微分方程主要有三步，首先，从分析系统的工作原理出发，确定出系统或元件的输入量和输出量；其次，根据系统或元件所遵循的有关定律列出其运动微分方程；最后，消去中间变量，写成标准化形式，从而得到只包含输入量和输出量的微分方程式，即系统的输入、输出的运动微分方程式。下面举例说明。

【例 2.1】 图 2.1 所示为一单自由度的质量-弹簧-阻尼系统，图中所表示的质量 m 、弹簧刚度 K 和黏性阻尼系数 C 都为常数。设系统的输入量为外作用力 $f_i(t)$ ，输出量为质量块的位移 $x_o(t)$ 。试建立系统的运动微分方程。

解 在输入力 $f_i(t)$ 的作用下，质量块 m 将有加速度，从而产生速度和位移。质量块的速度和位移使阻尼器和弹簧产生黏性阻尼力 $f_c(t)$ 和弹性力 $f_K(t)$ 。这两个力反馈作用于质量块上，影响输入力 $f_i(t)$ 的作用效果，从而使质量块的速度和位移随时间发生变化。

根据牛顿第二定律，列出动态微分方程

$$f_i(t) - f_c(t) - f_K(t) = m \frac{d^2}{dt^2} x_o(t) \quad (2.1)$$

其中 $f_c(t) = C \frac{d}{dt} x_o(t) \quad (2.2)$

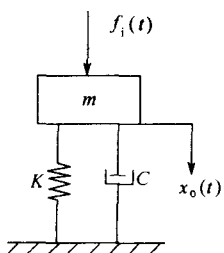


图 2.1 质量-弹簧-阻尼系统

$$f_K(t) = Kx_o(t) \quad (2.3)$$

将式(2.2)、式(2.3)代入式(2.1), 消去中间变量 $f_c(t)$ 和 $f_K(t)$, 并整理得

$$m \frac{d^2}{dt^2} x_o(t) + C \frac{d}{dt} x_o(t) + Kx_o(t) = f_i(t) \quad (2.4)$$

式(2.4)就是系统的运动微分方程式, 它描述了输入 $f_i(t)$ 和输出 $x_o(t)$ 之间的动态关系。

【例 2.2】 图 2.2 所示为 R-L-C 无源网络, 其中的 R 、 L 、 C 均为常值, $u_i(t)$ 为输入电压, $u_o(t)$ 为输出电压。试列出其运动微分方程。

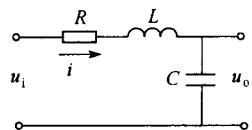


图 2.2 R-L-C 无源网络

解 假设通过电阻 R 的电流强度为 i , 那么, 根据克希荷夫定律有

$$Ri + L \frac{di}{dt} + u_o = u_i \quad (2.5a)$$

电容 C 两端的输出电压为

$$u_o = \frac{1}{C} \int i dt \quad (2.5b)$$

对式(2.5b)求一阶和二阶导数, 经整理得

$$i = C \frac{du_o}{dt} \quad (2.6)$$

和

$$\frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_o}{dt^2} \quad (2.7)$$

把式(2.6)、式(2.7)代入式(2.5a), 整理后得到该无源网络运动微分方程式

$$LC \frac{d^2 u_o}{dt^2} + RC \frac{du_o}{dt} + u_o = u_i \quad (2.8)$$

式(2.8)描述了该系统及其输入 $u_i(t)$ 和输出 $u_o(t)$ 之间的动态关系。

【例 2.3】 图 2.3 所示为一齿轮传动链, 输入量为轴 I 的输入转矩 M , 输出量为轴 I 的转角 θ_1 。试列写其运动微分方程。

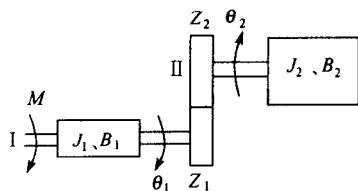


图 2.3 齿轮传动链

解 设齿轮 2 对齿轮 1 的阻力转矩为 M_1 , 齿轮 1 对齿轮 2 的驱动转矩为 M_2 , 它们之间存在着如下关系

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1}{i} \quad (2.9)$$

式中, Z_1 、 Z_2 分别为齿轮 1 和 2 的齿数; i 为传动比。

轴 I 转角 θ_1 与轴 II 转角 θ_2 之间有如下关系

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = i \quad (2.10)$$

分别列出各轴转矩平衡方程

$$J_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + B_1 \frac{d\theta_1}{dt} + M_1 = M \quad (2.11)$$

$$J_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + B_2 \frac{d\theta_2}{dt} = M_2 \quad (2.12)$$

式中, J_1 、 J_2 分别为轴 I、轴 II 上总转动惯量; B_1 、 B_2 分别为轴 I、轴 II 上黏性摩擦系数。

由式(2.9)~式(2.12), 消去中间变量 M_1 、 M_2 和 θ_2 , 并整理得该齿轮传动链的运动方程

$$\left(J_1 + J_2 \frac{1}{i^2}\right) \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + \left(B_1 + B_2 \frac{1}{i^2}\right) \frac{d\theta_1}{dt} = M$$

若令： $J = J_1 + J_2 \frac{1}{i^2}$ ， $B = B_1 + B_2 \frac{1}{i^2}$ ，则系统的运动微分方程为

$$J \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + B \frac{d\theta_1}{dt} = M \quad (2.13)$$

式中， J 和 B 为折算到轴 I 上的总等效转动惯量和总等效黏性摩擦系数。

以上通过对几个机械、电气的简单物理系统建立数学模型的过程，阐述了解析法建模的基本思想和一般方法。

2.1.2 线性与非线性系统

在控制系统中，存在两类系统，一类是线性系统，另一类是非线性系统。变量及变量对时间的各阶导数均为一次幂的微分方程所表达的系統，称为线性系统。线性系统最显著的特点是满足线性叠加原理，而非线性系统就不满足线性叠加原理。因此，满足线性叠加原理是线性系统的基本特性。

(1) 线性系统

线性系统的数学模型能用线性微分方程描述。如果微分方程的系数为常数，称该系统为线性定常系统。

线性叠加原理表明，两个作用函数同时作用于系统的响应，等于它们单独作用的响应之和。因此，若对同一个线性系统同时作用几个输入量，其响应可以逐个地处理，然后进行叠加，其结果不变。根据这一原理，可以由一些简单解构造出线性微分方程的复杂解。

在控制工程中，可实现的线性定常系统，均能用 n 阶常系数微分方程来描述其运动特性。设系统的输入量为 $x_i(t)$ ，系统的输出量为 $x_o(t)$ ，则单输入、单输出的 n 阶系统常系数线性微分方程有如下的一般形式

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n x_o(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_o(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx_o(t)}{dt} + a_0 x_o(t) \\ & = b_m \frac{d^m x_i(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_i(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx_i(t)}{dt} + b_0 x_i(t) \quad (n \geq m) \end{aligned} \quad (2.14)$$

式中， a_0, a_1, \dots, a_n 和 b_0, b_1, \dots, b_m 均是由系统结构参数决定的实常数。

(2) 非线性系统

对于非线性系统来说，由于其不满足线性叠加原理，所以不能够对两个输入量的响应单独地进行计算，然后将计算结果相加。以下都是一些非线性微分方程。

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + x = A \sin \omega t$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + (x^2 - 1) \frac{dx}{dt} + x = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + x + x^3 = 0$$

当系统中包含有非线性问题时，其求解过程在数学上通常是非常困难的。所以常常需要引入“等效”线性系统来代替非线性系统，也就是非线性系统的线性化。一旦用线性数学模型来近似表示非线性系统，就可以采用线性的方法来分析和设计系统，从而使问题的求解过程大为简化。当然，这种等效线性系统仅在有限的工作范围内是正确的。

2.1.3 非线性系统的线性化

在控制工程中，系统通常都有一个预定工作状态，与系统预定工作状态相对应的点，称为预定工作平衡点。非线性微分方程能够线性化的一个基本假定是变量偏离该平衡点的偏差