

数学



黄冈
北京
南通

名师压轴卷

主 编 陈伟志
副主编 孙富新

名校名师
全真原创
实用权威

2006
高考

上海科学普及出版社

数学

黄冈
北京
南通

名师压轴卷

本册主编

- 黄冈中学 潘际栋
- 上海新纪元教考研究院 杨积广
- 北师大附中平谷中学 贾海荣
- 南通市海安南莫中学 崔益根
- 黄冈市武穴实验高中 阮剑文

上海科学普及出版社

图书在版编目(CIP)数据

名师压轴卷. 数学/陈伟志主编. —上海: 科学普及出版社, 2006. 4

ISBN 7-5427-3467-9

I. 名… II. 陈… III. 数学课—高中—习题—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 027825 号

策 划: 胡宏桥

责任编辑: 吕 岷 安春杰

封面设计: 许弘凌

名 师 压 轴 卷
数 学

丛书主 编 陈伟志

丛书副主编 孙富新

本册主 编 潘际栋

上海科学普及出版社出版发行

(上海中山北路 832 号 邮政编码 200070)

<http://www.pspsh.com>

各地新华书店经销 安徽新华印刷股份有限公司印刷

开本 880 × 1230 1/16 印张 3.25 字数 95680

2006 年 4 月第 1 版

2006 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 7-5427-3467-9/O · 194

定价: 30.20 元 (全五册)

立足上海 放眼全国

新纪元教辅，开创教辅新纪元

得信息之先，纳百川之秀，汇大家之言。上海是中国基础教育改革的前沿和风向标。新纪元教育集团总部立于上海，学校横贯东西（浙江省平阳新纪元学校、浙江省瑞安市新纪元实验学校、四川省广元市外国语学校、重庆市云阳外国语实验学校，新近又接管了上海市教科院附属中学），办学10年，师生12000余人，外聘专家有顾泠沅、应俊峰、郭景扬、于漪等。

集团在上海注册的上海伟志文化传播有限公司致力于教辅图书策划编辑、教辅软件开发设计及教育文化学术成果推广，为适应集团教育稳步、快速发展的需要，本公司组建了上海新纪元教考研究院，荟萃了众多全国各地的特高级教师、国家级和省市级骨干教师或学科带头人、市县教研室优秀教研员，其中学科专业硕士研究生毕业的占53%。凭借上海先进的教改经验和集团丰富的教学实践，教考研究院以“让学子读到最好的书”为宗旨，以“求新、求特、求变”和“公司与员工共发展”“产品与读者共成长”“品牌与作者同提升”为研发理念，依托高校基础教育教考专家，重锤打造中小学教辅图书，一方面为集团学校师生提供可放心使用的、能切实提高教学质量的教辅图书，另一方面立志为开创教辅图书编写的新局面作出重大贡献。

本院策划、编辑的“新纪元教考”系列丛书《考前100天有效预测及高效训练》《高考作文十大方略》《课本习题最佳解法与变式训练》《小学新课程轻松100分》已受到广大读者的普遍赞许，2005年12月22日、27日《中国教育报》署名重笔推介。本院全体策编人员将再接再厉，立足课堂，站在学生的角度、站在父母的角度、站在教师的角度，以专家的视角努力打造质量一流的教学辅导书，实现“让学子读到最好的书”的夙愿！

目录

名师压轴卷（一）	1
名师压轴卷（二）	7
名师压轴卷（三）	13
名师压轴卷（四）	19
名师压轴卷（五）	25
参考答案	33

数 学

1. 本试题分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分.
2. 本试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟.

得分	评卷人

第 I 卷

注意事项:

1. 答第 I 卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上.
2. 每小题选出答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如有改动, 用橡皮擦干净后, 再涂其它答案.
3. 本试卷共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

参考公式:

如果事件互斥, 那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件独立, 那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p, 那么
n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

一、选择题

1. (理) 复数 $\frac{\sqrt{2}-ai}{a+2i}$ 的模为 $\sqrt{2}$, 则实数 a 的值为 ()

A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $\pm\sqrt{3}$ D. ± 3

(文) 已知向量 $\vec{OA} = (a, a-1)$ 的模为 $\sqrt{5}$, 则实数 a 的值是 ()

A. -1 B. 2 C. -1 或 2 D. 1 或 -2

2. 已知 $p: \tan(\alpha+\beta) = 0$, $q: \tan\alpha + \tan\beta = 0$, 则 p 是 q 成立的 ()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 非充分非必要条件

3. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, a_2, a_3, a_7 恰好构成一个等比数列的连续三项, 则这个等比数列的公比是 ()

A. -4

B. $\frac{1}{4}$

C. 4

D. 1 或 4

4. 函数 $y = \log_2(1 + \frac{1}{x})$ 的值域是 ()

A. $(-\infty, +\infty)$

B. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

C. $(-\infty, 0)$

D. $(0, +\infty)$

5. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线的倾角为 $\theta (0^\circ < \theta < 90^\circ)$, 则其离心率为 ()

A. $\sin\theta$

B. $\cos\theta$

C. $\frac{1}{\cos\theta}$

D. $\tan 2\theta$

6. 设圆 $(x-3)^2 + (y+5)^2 = r^2$ 上有且仅有两个点到直线 $4x-3y=2$ 的距离等于 1, 则圆半径 r 的取值范围是 ()

A. $4 < r < 6$

B. $4 \leq r < 6$

C. $4 < r \leq 6$

D. $4 \leq r \leq 6$

7. 已知 $\Phi(1.98) = 0.9762$, 则标准正态总体在区间 $(-1.98, 1.98)$ 内取值的概率为 ()

A. 0.9762

B. 0.9706

C. 0.9412

D. 0.9524

8. 某班主任邀请了 6 位同学的父母共 12 人, 请这 12 位家长中的 4 位介绍对子女的教育情况, 如果这 4 位中恰有一对是夫妻, 那么不同选择方法的种数是 ()

A. 60

B. 120

C. 240

D. 480

9. 已知 α, β 是锐角, $\sin\alpha = x$, $\cos\beta = y$, $\cos(\alpha+\beta) = -\frac{3}{5}$, 则 y 与 x 的函数关系式为 ()

A. $y = -\frac{3}{5}\sqrt{1-x^2} + \frac{4}{5}x \quad (\frac{3}{5} < x < 1)$

B. $y = -\frac{3}{5}\sqrt{1-x^2} + \frac{4}{5}x \quad (0 < x < 1)$

C. $y = -\frac{3}{5}\sqrt{1-x^2} + \frac{4}{5}x \quad (0 < x < \frac{3}{5})$

D. $y = -\frac{3}{5}\sqrt{1-x^2} - \frac{4}{5}x \quad (0 < x < 1)$

10. 设 $y = (x+2)^4 - 4(x+2)^3 + 6(x+2)^2 - 4(x+2) + 1$, 已知 $y = 16$, 则 x 的值为 ()

A. -3

B. 1 或 -3

C. 1 或 3

D. 1

11. 过正方形 $ABCD$ 的顶点 A 作线段 $PA \perp$ 面 $ABCD$, 如果 $PA = AB$, 则平面 PAB 与平面 PCD 所成角的度数为 ()

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

12. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上恒不为零的函数, 对任意 $x, y \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x)f(y) = f(x+y)$, 若 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_n = f(n) (n \in \mathbb{N}^+)$ 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和的取值范围是 ()

A. $[\frac{1}{2}, 2)$

B. $[\frac{1}{2}, 2]$

C. $[\frac{1}{2}, 1]$

D. $[\frac{1}{2}, 1)$

第 II 卷

注意事项:

1. 用钢笔或圆珠笔直接答在试卷中.
 2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚.
- 本卷共 10 小题, 共 90 分.

题号	二	三						总分
		17	18	19	20	21	22	
分数								

得分	评卷人

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 请将答案填在题中横线上)

13. 以一个三棱柱的顶点为顶点的棱锥共有_____个.

14. 不等式组 $\begin{cases} x \leq 3 \\ x + y \geq 0 \\ x - y + 5 \geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域的面积等于_____.

15. 由动点 P 向圆 $x^2 + y^2 = 1$ 引两条切线 PA 、 PB , 切点分别为 A 、 B , $\angle APB = 60^\circ$, 则动点 P 的轨迹方程为_____.

16. 给出四个命题:

① 抛物线 $x = 2y^2$ 的焦点坐标为 $(\frac{1}{8}, 0)$;

② “ $ab < 0$ ” 是 “方程 $ax^2 + by^2 = 1$ 表示双曲线” 的充要条件;

③ 设 m 、 n 是直线, α 、 β 是平面, 若 $m \parallel n$, $n \perp \beta$ 则 $\alpha \perp \beta$;

④ 若 $(x + y)^n$ 展开式的第 4 项与第 10 项二项式系数相等, 则展开式中间一项是第 8 项.

其中正确命题的序号是_____ (正确的都填上).

得分	评卷人

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本题满分 12 分)

设函数 $f(x) = a \cdot b$, 其中向量 $a = (2\cos x, 1)$, $b = (\cos x, \sqrt{3}\sin 2x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x) = 1 - \sqrt{3}$, 且 $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$, 求 x .

(2) 若函数 $y = 2\sin 2x$ 的图象按向量 $c = (m, n)$ ($|m| < \frac{\pi}{2}$) 平移后得到函数 $y = f(x)$ 的图象, 求实数 m, n 的值.

得分	评卷人

18. (本题满分 12 分)

某夜, 一出租车发生一起交通事故. 该市有红色和绿色的出租车共计 2000 辆, 其中红色出租车占 15%, 绿色出租车占 85%. 一目击证人说事故现场的出租车是红色的, 而此证人的辨别能力 (辨认的正确率) 是 80%, 于是警察就认定红色出租车具有较大肇事嫌疑.

(1) 根据目击证人的说法, 填写下表:

		证人所说的颜色 (正确率 80%)		
		绿色 (辆)	红色 (辆)	合计 (辆)
真实颜色	绿色 (85%)	1360	340	1700
	红色 (15%)			300
	合计 (辆)			2000

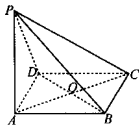
(2) 根据所学知识分析, 你认为警察的认定对红色出租车公平吗? 请说明理由.

得分	评卷人

19. (本题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是边长为 $2a$ 的菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, 侧棱 $PA \perp$ 面 $ABCD$, 且 $PA = \sqrt{3}a$, 试求:

- (1) 平面 PBD 与底面 $ABCD$ 所成的角.
- (2) 点 A 到平面 PBD 的距离.



得分	评卷人

20. (本题满分 12 分)

(理) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, 对任意 $n \in \mathbf{N}^+$, 都有 $a_n \neq 0$.

- (1) 求证: 对任意 $n \in \mathbf{N}^+$, 所有方程 $a_n x^2 + 2a_{n+1}x + a_{n+2} = 0$ 均有一个相同的实根.
- (2) 若 $a_1 = d$, 方程 $a_n x^2 + 2a_{n+1}x + a_{n+2} = 0$ 的另一不同根为 $a_n, b_n = \frac{1}{1+a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.
- (3) 在 (2) 的条件下, 设 $S_n = \frac{1}{b_1 b_2} + \frac{1}{b_2 b_3} + \cdots + \frac{1}{b_n b_{n+1}}$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

(文) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, a_n = 2S_{n-1} (n \in \mathbf{N}^+, \text{ 且 } n \geq 2)$

- (1) 求证: 数列 $\{S_n\}$ 是等比数列;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

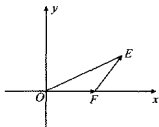
得分	评卷人

21. (本题满分 12 分)

如图, 点 E 在直角坐标系的第一象限, 三角形 OEF 的面积为 S , 且 $\overrightarrow{OF} \cdot \overrightarrow{FE} = 1$

(1) 若 $S = \frac{1}{2}$, $|\overrightarrow{OF}| = 2$, 求 $\overrightarrow{OF}$ 与 $\overrightarrow{FE}$ 所成角的大小.

(2) 设 $|\overrightarrow{OF}| = c (c \geq 2)$, $S = \frac{3}{4}c$, 若以 O 为中点, F 为焦点的椭圆经过点 E , 求当 $|\overrightarrow{OE}|$ 取最小值时的椭圆方程.



得分	评卷人

22. (本题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax+b}{x} (a, b \in \mathbb{R})$, 它的图象在点 $x = 1$ 处的切线方程为 $x + y - 4 = 0$,

(1) 求 $f(x)$ 表达式;

(2) 如果数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{f(a_n) + 2^n - 2} (n \in \mathbb{N}^*)$ 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(3^n + 4^n)a_n}$.

数 学

1. 本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分.
2. 本试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟.

得分	评卷人

第 I 卷

注意事项:

1. 答第 I 卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上.
2. 每小题选出答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 不能答在试题卷上.
3. 本卷共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

参考公式:

如果事件互斥, 那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件独立, 那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p, 那么
n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

一、选择题

1. 若 $a, b, t \in \mathbf{R}$, 则 $a > b$ 是 $a(t^2 + 1) > b(t^2 + 1)$ 的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. 函数 $y = \log_2(2x - 1)$ 的反函数为 ()
A. $y = 2^{x+1} + \frac{1}{2}$
B. $y = 2^{x-1} + \frac{1}{2}$
C. $y = 2^{x-1} + \frac{1}{2} (x > \frac{1}{2})$
D. $y = 2^{x+1} + \frac{1}{2} (x > \frac{1}{2})$

3. 已知两条异面直线 a 和 b 所成的角为 50° , P 为空间一点, 则过 P 点且与 a, b 所成的角都是 30° 的直线有且仅有 ()

- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

4. 不等式 $|x-1|(3-2x) > 0$ 的解集是 ()

- A. $x > \frac{3}{2}$ 且 $x \neq 1$ B. $1 < x < \frac{3}{2}$ C. $x < \frac{3}{2}$ 且 $x \neq 1$ D. 以上都不对

5. 要使 $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \frac{2a+1}{3a-2}$ 有意义, 那么 a 应满足的条件为 ()

- A. $\frac{3}{2} < a < 3$ B. $\frac{5}{4} < a < \frac{3}{2}$ C. $a < \frac{1}{5}$ 或 $a > \frac{3}{2}$ D. $a < -\frac{1}{2}$ 或 $a > \frac{3}{2}$

6. 设集合 A, B 是两个非空集合, 定义集合 $A \odot B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B, \text{ 或 } x \in B \text{ 且 } x \notin A\}$, 如果 $A = \{1, 3, 6\}, B = \{2, 3, 5\}$, 那么符合条件的 $A \odot B$ 的个数为 ()

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

7. 关于数列 $2, 6, \dots, 1458, \dots$, 以下叙述正确的是 ()

- A. 此数列不是等差数列, 也不是等比数列
B. 此数列是等差数列, 但不是等比数列
C. 此数列不是等差数列, 但可能是等比数列
D. 此数列可能是等差数列, 也可能是等比数列

8. 一个正三棱柱的每一条棱长都是 a , 则经过底面一边和相对侧棱的一个端点的截面面积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^2$ D. $\sqrt{3}a^2$

9. 已知 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的图像如图所示, 则实数 b 的取值范围是 ()

- A. $b \in (-\infty, 0)$ B. $b \in (0, 1)$
C. $b \in (1, 2)$ D. $b \in (2, +\infty)$



10. 已知 $|a| = 3, |b| = \sqrt{3}$, 且 $|a-b| = \sqrt{3}$, 则 $|a+b|$ 等于 ()

- A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. 21 D. $\sqrt{21}$

11. (文) 在 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + (1+x)^5 + \dots + (1+x)^{10}$ 的展开式中, 含 x^3 的系数是 ()

- A. 330 B. 165 C. 145 D. 135

(理) 若 $n \in \mathbb{N}^*, (\sqrt{2}+1)^n = \sqrt{2}a_n + b_n (a_n, b_n \in \mathbb{Z})$, 则 b_n 的值 ()

- A. 一定是奇数 B. 一定是偶数
C. n 与 b_n 的奇偶性相反 D. 与 n 的奇偶性相同

12. 已知两定点 $A(-a, 0)$ 与 $B(a, 0) (a \neq 0)$, 动点 P 与这两点连线斜率之积等于常数 $m (m \neq 0)$, 那么 P 点的轨迹不可能是 ()

- A. 圆 (除去 A, B 两点) B. 椭圆 (除去 A, B 两点)
C. 双曲线 (除去 A, B 两点) D. 抛物线 (除去 A, B 两点)

第 II 卷

注意事项:

1. 用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷上.
2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚.
3. 本卷共 10 小题, 共 90 分.

题号	二	三						总分
		17	18	19	20	21	22	
分数								

得分	评卷人

二、本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把得案填在题中横线上.

13. 4 个人坐在一排 10 个座位上, 要求每个人的左右两边都要有空位, 则不同的坐法有_____.
14. 以函数 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 为倒数的函数 $f(x)$ 图象过点 $(9, 1)$, 则函数 $f(x) =$ _____.
15. 若函数 $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 在 $[1, 2]$ 中最大值比最小值大 $\frac{a}{2}$, 则 a 的值为_____.
16. (文) 已知双曲线的两个焦点恰为正 $\triangle ABC$ 的两个顶点 B, C , 且 $\triangle ABC$ 的 AB 边中点 D 在双曲线上, 则双曲线的离心率为_____.
- (理) 以直线 $x \cos \theta + y \sin \theta - 2 = 0$ 为准线作抛物线, 使它经过 $A(-1, 0), B(1, 0)$, 当 θ 在 $(0, 2\pi)$ 内变化时, 抛物线焦点的轨迹方程为_____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

得分	评卷人

17. (本题满分 12 分)

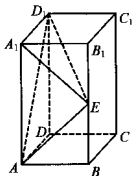
若不等式 $8x^4 + 8(a-2)x^2 - a + 5 > 0$ 对于任意实数 x 都成立, 求实数 a 的取值范围.

得分	评卷人

18. (本题满分 12 分)

长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 1, AA_1 = 2$, E 是侧棱 BB_1 的中点.

- (1) 求证: 直线 $AE \perp$ 平面 A_1D_1E ;
 (2) 求三棱锥 $A - A_1D_1E$ 的体积;
 (文) (3) 求二面角 $E - A_1D_1 - A_1$ 平面角的正切值.
 (理) (3) 求二面角 $E - A_1D_1 - A_1$ 的平面角.



得分	评卷人

19. (本题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S = 50n - n^2 (n \in \mathbf{N}^+)$

- (1) 求证: $\{a_n\}$ 是等差数列.
 (2) 设 $b = |a_n|$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

密
封
线

得分	评卷人

20. (本题满分 12 分)

在去年下半年台风肆虐期间,如果在同一时段内,中国沿海甲、乙两个气象台预报台风达到时间准确的概率分别为 $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{3}{4}$,求在同一时段内:(1) 甲、乙同时预报准确的概率;(2) 至少有一气象台预报准确的概率;(3) 若只用甲独立预报 4 次,恰有 2 次预报准确的概率.(取精确值)

得分	评卷人

21. (本题满分 14 分)

(文) 已知函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象上有两点 $A_1(m_1, y_1), A_2(m_2, y_2)$ 满足 $a^2 + (y_1 + y_2)a + y_1 \cdot y_2 = 0$,

求证:(1) 存在 $i \in \{1, 2\}$, 使 $y_i = -a$;

(2) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴总有两个不同的交点;

(3) 若值该图象与 x 轴交点为 $(x_1, 0)$ ($x_2, 0$), ($x_1 < x_2$), 则存在 $i \in \{1, 2\}$, 使 $x_1 < m_i < x_2$.

(理) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $[-2, 2]$ 上的奇函数, 当 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) = tx - \frac{1}{2}x^3$ (t 为常数).

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 当 $t \in [2, 6]$ 时, 求 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上的最小值, 及取得最小值时的 x , 并猜想 $f(x)$ 在 $[2, 0]$ 上的单调递增区间 (不必证明);

(3) 当 $t \geq 9$ 时, 证明: 函数 $y = f(x)$ 的图象上至少有一个点落在直线 $y = 14$ 上.

得分	评卷人

22. (本题满分 12 分)

已知, $a^2 \sin \theta + a \cos \theta - 2 = 0$, $b^2 \sin \theta + b \cos \theta - 2 = 0$ ($a \neq b$), 抛物线 M 的方程为 $y^2 = 4(x - 2)$

(1) 求抛物线 M 的准线 l 的方程;

(2) 求证: 对任意 $a, b \in \mathbf{R}$, 经过两点 $(a, a^2), (b, b^2)$ 的直线与一定圆 C 相切, 并求出圆 C 的方程;

(3) 设 AB 为定圆 C 的任意一条被直线 l 平分的弦, 求证: 所有这些弦所在的直线都与某一条抛物线有且仅有一个公共点.