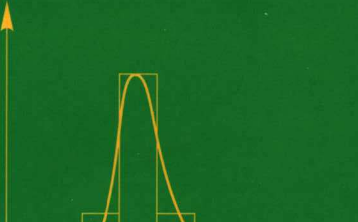
高等学校教学用书

线性代数与数理统计

（第三版）

盛骤　谢式千　编



浙江大學出版社

线性代数与数理统计

（第二版）

高等学校教学用书

线性代数与数理统计

（第三版）

盛　骤　谢式千　编

浙江大學出版社

图书在版编目（CIP）数据

线性代数与数理统计／盛骤编．—3版．—杭州：浙江大学出版社，2001.6
ISBN 7-308-00050-8

Ⅰ．线…　Ⅱ．盛…　Ⅲ．①线性代数②数理统计
Ⅳ．①O151.2②O212

中国版本图书馆CIP数据核字（2001）第040829号

责任编辑　李玲如
封面设计　宋纪浔
出版发行　浙江大学出版社
（杭州浙大路38号　邮政编码310027）
（网址：http://www.zjupress.com）
（E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn）
排　　版　浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷　浙江大学印刷厂
开　　本　850mm×1168mm　1/32
印　　张　12.5
字　　数　314千
版　　次　2001年6月第3版
印　　次　2006年6月第9次印刷
印　　数　37001—40000
书　　号　ISBN 7-308-00050-8/O・011
定　　价　15.00元

内容简介

本书是高等数学后继的数学课程教材。

本书分两编，共 11 章。第一编为线性代数，有 5 章：矩阵，行列式，线性方程组，向量空间，矩阵的特征值与特征向量、实二次型。第二编为数理统计，有 6 章：概率论的基本知识，随机变量的分布，随机变量的数字特征，参数估计，假设检验，线性回归分析和方差分析。

每章配有一定数量的习题，书末附有习题答案。

本书可作为高等学校的教材，也可作为工程技术人员的参考书。

第三版前言

在这一版中，我们对于第二版中的一些疏漏和不尽妥当之处作了修订，在内容叙述和定理证明的易懂性上作出了努力。其中：线性代数部分作了较多的改写，将原来的附录“行列式”写成了一章，对行列式的性质增加了证明，并选配了习题；简化阶梯形矩阵的内容有所增添，使在求解线性方程组时较为方便；数理统计部分增添了“随机变量函数的分布”一节。

这一版的插图、排版和印刷质量有了较大的提高。

浙江大学范大茵教授详读了这一版的全部书稿，提出了宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

诚恳希望读者提出意见。

盛　骤　谢式千

2001 年 5 月

第一版前言

本书分两部分:线性代数部分内容有矩阵及其运算、分块矩阵、线性方程组、矩阵的特征值及二次型;数理统计部分内容有概率论的基本知识、随机变量的分布与数字特征、参数估计、假设检验、线性回归分析及单因素方差分析。本书取材适当,便于教学。每章配有习题,书末附有答案。

本书可作为高等学校的线性代数与(或)数理统计课程的教材。使用者也可视学时及教学要求的不同删去其中的某些内容。例如,线性回归分析、方差分析两者内容相对独立,使用者可按要求选用。

本书也可作为工程技术人员的参考书。

书中插图由张礼明同志绘制。

本书承蒙国家教委高等学校工科数学课程教学指导委员会委员周茂清教授审阅,对此,我们表示衷心的感谢。

对于书中的不足之处,恳切地希望读者提出宝贵的意见。

盛　骤　谢式千

1988 年 2 月

目　　录

第一编　线性代数

第1章　矩阵 …………………………………………………………（3）

1.1　矩阵及其运算 ……………………………………………（3）

1.2　分块矩阵 …………………………………………………（19）

1.3　矩阵的初等变换和初等矩阵 ……………………………（26）

习题 ……………………………………………………………（37）

第2章　行列式 ……………………………………………………（42）

2.1　行列式的定义 ……………………………………………（42）

2.2　行列式的性质 ……………………………………………（46）

2.3　行列式的展开 ……………………………………………（53）

2.4　逆阵的表达式和克莱姆法则 ……………………………（60）

2.5　矩阵的秩 …………………………………………………（68）

习题 ……………………………………………………………（73）

第3章　线性方程组 ………………………………………………（79）

3.1　向量的线性相关与线性无关 ……………………………（81）

3.2　极大线性无关向量组 ……………………………………（87）

3.3　线性方程组 ………………………………………………（94）

习题 ……………………………………………………………（110）

第 4 章　向量空间 ………………………………………… (115)

4.1　向量空间 ………………………………………… (115)

4.2　向量空间的基、维数和坐标 ………………………… (117)

4.3　欧氏空间 ………………………………………… (126)

4.4　正交矩阵 ………………………………………… (134)

习题 ………………………………………………… (136)

第 5 章　矩阵的特征值与特征向量、实二次型 ……………… (141)

5.1　矩阵的特征值与特征向量 ………………………… (142)

5.2　特征值与特征向量的基本性质 ……………………… (147)

5.3　矩阵的对角化 ……………………………………… (151)

5.4　实对称矩阵的对角化 ……………………………… (154)

5.5　实二次型及其简化 ………………………………… (160)

5.6　正定二次型 ………………………………………… (171)

*5.7　线性变换 ………………………………………… (174)

习题 ………………………………………………… (186)

第二编　数理统计

第 1 章　概率论的基本知识 ……………………………… (191)

1.1　随机事件 ………………………………………… (191)

1.2　频率与概率 ……………………………………… (196)

1.3　等可能概型(古典概型) …………………………… (200)

1.4　条件概率 ………………………………………… (204)

1.5　事件的独立性 …………………………………… (209)

习题 ………………………………………………… (211)

第 2 章　随机变量的分布…………………………………………………（215）
2.1　随机变量 ……………………………………………………（215）
2.2　离散型随机变量 ………………………………………………（217）
2.3　随机变量的分布函数 …………………………………………（222）
2.4　连续型随机变量 ………………………………………………（225）
2.5　二维随机变量 …………………………………………………（234）
2.6　随机变量的独立性……………………………………………（240）
2.7　随机变量函数的分布 …………………………………………（243）
习题 ……………………………………………………………（250）
第 3 章　随机变量的数字特征………………………………………（256）
3.1　数学期望 ……………………………………………………（256）
3.2　方差 …………………………………………………………（263）
3.3　贝努利大数定理和中心极限定理 ……………………………（268）
习题 ……………………………………………………………（274）
第 4 章　参数估计…………………………………………………（277）
4.1　总体和样本 ……………………………………………………（277）
4.2　统计量及其分布 ………………………………………………（279）
4.3　参数的点估计 …………………………………………………（286）
4.4　参数的区间估计 ………………………………………………（295）
4.5　正态总体均值与方差的区间估计 ……………………………（298）
4.6　单侧置信限 ……………………………………………………（304）
习题 ……………………………………………………………（306）
第 5 章　假设检验…………………………………………………（313）
5.1　假设检验 ……………………………………………………（313）

5.2 正态总体均值和方差的假设检验 …………………… (320)
5.3 分布拟合检验 …………………………………… (326)
习题 …………………………………………………… (334)

第6章 线性回归分析和方差分析 …………………… (338)

6.1 线性回归分析 …………………………………… (338)
6.2 线性假设的显著性检验和系数 b 的置信区间 ………… (346)
6.3 预测 ……………………………………………… (348)
6.4 方差分析 ………………………………………… (350)
6.5 正交试验设计 …………………………………… (360)
习题 …………………………………………………… (366)
附表 1 标准正态分布表 …………………………… (368)
附表 2 t 分布表 …………………………………… (369)
附表 3 χ^2 分布表 ………………………………… (370)
附表 4 F 分布表 …………………………………… (371)
附表 5 正交表 ……………………………………… (376)
习题答案(第一编) ………………………………… (380)
(第二编) ……………………………………………… (387)

第一编 线性代数

第1章　矩　　阵

矩阵是线性代数的主要研究对象,在自然科学和工程技术中,它是一个常用的重要数学工具.它的应用十分广泛.

本章讲述矩阵的概念及运算、分块矩阵以及矩阵的初等变换和初等矩阵.

1.1　矩阵及其运算

1.1.1　矩阵的定义

矩阵产生于线性方程组的求解问题.我们知道二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

当$\dfrac{a_{11}}{a_{21}} \neq \dfrac{a_{12}}{a_{22}}$时,方程组有惟一的一组解;

当$\dfrac{a_{11}}{a_{21}} = \dfrac{a_{12}}{a_{22}} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$时,方程组是矛盾方程组,无解;

当$\dfrac{a_{11}}{a_{21}} = \dfrac{a_{12}}{a_{22}} = \dfrac{b_1}{b_2}$时,方程组有无数多组解

讨论表明,上述方程组解的情况与系数a_{ij}及常数项$b_i(i,j=1,2)$有关,即与数表

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \end{bmatrix}$$

的结构有关.这就启发我们,对于一般的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \quad\cdots \qquad \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{1.1.1}$$

其中方程个数 m 不必等于未知数个数 n,它的解的情况可归结于对下列数表结构的研究:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix} \tag{1.1.2}$$

于是产生了一个新的数学工具:矩阵.

矩阵的定义如下:

定义 由 mn 个数 $a_{ij}, i=1,2,\cdots,m, j=1,2,\cdots,n$ 排成的具有 m 个行、n 个列的长方表

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{1.1.3}$$

称为 **m 行、n 列矩阵**或 **$m \times n$ 矩阵**,简称为**矩阵**.横排叫矩阵的**行**,竖排叫矩阵的**列**.矩阵中的数,称为它的**元素**.

元素 a_{ij} 的两个足标 i,j 表示它处于矩阵的第 i 行与第 j 列交叉点处[①].例如 a_{12} 是处于第一行与第二列交叉点处的数.

---

① 以后简称 (i,j) 处的元素为 a_{ij}.

$m \times n$ 矩阵(1.1.3) 常写成$[a_{ij}]_{m\times n}$，也常用圆括弧写成$(a_{ij})_{m\times n}$. 在无需指出矩阵的行数和列数时，可简写成$[a_{ij}]$ 或(a_{ij}). 也可用一个大写字母表示一个矩阵，如将矩阵(1.1.3) 写成 $\boldsymbol{A}_{m\times n}$ 或 $\boldsymbol{A}$ 等. $n \times n$ 矩阵

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{1.1.4}$$

称为**方阵**，也称为 **n 阶矩阵**或 **n 阶方阵**. 方阵既可用$[a_{ij}]_{n\times n}$ 或$(a_{ij})_{n\times n}$ 或 $\boldsymbol{A}_{n\times n}$ 来表示，也可用 $\boldsymbol{A}_n$ 或 $\boldsymbol{A}$ 来表示.

在 n 阶矩阵(1.1.4) 中从左上角到右下角的连线称为**主对角线**，元素 $a_{ii}(i = 1,2,\cdots,n)$ 叫做**对角线元素**.

例如$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 8 \\ 7 & 4 & 9 \end{bmatrix}$，$[2,3,1]$，$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$分别是 2×3，3×3，1×3，2×1 矩阵.

只有一个行与一个列的矩阵$[a]_{1\times 1}$ 约定它就是数 a，即

$$[a]_{1\times 1} = a$$

若$[a_{ij}]$ 与$[b_{ij}]$ 都是 $m \times n$ 矩阵，则称它们是**同型的**. 例如$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$与$\begin{bmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{bmatrix}$是同型的矩阵.

定义　两同型矩阵$[a_{ij}]_{m\times n}$ 与$[b_{ij}]_{m\times n}$，当且仅当它们所有相同位置的元素分别相等时，即当且仅当 mn 个等式

$$a_{ij} = b_{ij}, \quad i = 1,2,\cdots,m, j = 1,2,\cdots,n$$

成立时，称这两个矩阵是**相等的**，并记作

$$[a_{ij}] = [b_{ij}]$$

例如，当且仅当 $a = 2, b = 1, c = 5, a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = 3$ 时有

$$\begin{bmatrix}2 & 1 & 5\\3 & 2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b & c\\a_1 & b_1 & c_1\end{bmatrix}$$

定义 将 $m\times n$ 矩阵 $A=[a_{ij}]$ 的行与列依次互换，得到的 $n\times m$ 矩阵称为 A 的**转置矩阵**，记作 A^T 或 A' 或 A^τ，即若 A 具有 (1.1.3) 的形式，则

$$A^T=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1}\\a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2}\\\vdots & \vdots & & \vdots\\a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix} \tag{1.1.5}$$

显然

$$(A^T)^T=A$$

例如，设 $A=\begin{bmatrix}2 & 3 & 1\\5 & 6 & 8\end{bmatrix}$，则 $A^T=\begin{bmatrix}2 & 5\\3 & 6\\1 & 8\end{bmatrix}$.

1.1.2 一些常见的矩阵

零矩阵 若 $m\times n$ 矩阵中的元素都等于零，则称它为 $m\times n$ 零矩阵，记作 $\mathbf{0}_{m\times n}$. 特别地，在行数、列数能自明时，简记为 $\mathbf{0}$，并简称为零矩阵.

实对称矩阵 设 n 阶矩阵 $A=[a_{ij}]_{n\times n}$ 中元素都是实数，并且

$$A^T=A,\text{即}\begin{bmatrix}a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1}\\a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2}\\\vdots & \vdots & & \vdots\\a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\\vdots & \vdots & & \vdots\\a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{bmatrix}$$

则称 A 为实对称矩阵.

因为 A 中的元素 a_{ij} 就是 A^T 中的 (j,i) 元素，现在 $A^T=A$，故有 $a_{ij}=a_{ji}$，$(i,j=1,2,\cdots,n)$. 这就是说，在实对称矩阵中主对角线对称位置上的元素两两相等.