大学物理实验

大学物理实验编写组

東北大學出版社
Northeastern University Press

大学物理实验

大学物理实验编写组

东 北 大 学 出 版 社
·沈 阳·

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验 / 大学物理实验编写组 .— 沈阳 ：东北大学出版社，2006.7
ISBN 7-81102-283-4

Ⅰ.大… Ⅱ.大… Ⅲ.物理学—实验—高等学校—教材 Ⅳ.O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 076549 号

出 版 者：东北大学出版社
地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号
邮编：110004
电话：024—83687331（市场部） 83680267（社务室）
传真：024—83680180（市场部） 83680265（社务室）
E-mail：neuph @ neupress.com
http：//www.neupress.com
印 刷 者：东北印刷厂
发 行 者：新华书店总店北京发行所
幅面尺寸：184mm × 260mm
印 张：15.125
字 数：378 千字
出版时间：2006 年 7 月第 1 版
印刷时间：2006 年 7 月第 1 次印刷
责任编辑：刘 莹
责任校对：辛 思
封面设计：唐敏智
责任出版：秦 力

定 价：25.00 元

前　言

本书是根据“高等院校工科本科大学物理实验教学基本要求”，结合东北大学物理实验课教学改革的经验，为工科专业编写的物理实验教材。全书内容反映了东北大学物理实验教学的改革成果和多年积累的教学经验，根据多年来的使用情况，对实验内容进行了不断的修改和补充。

本书提高了教学起点，适当加深了难度；增加了实验基础理论的内容；尽量与现代科学技术接轨，将数字仪表、智能仪表、激光技术、传感技术、光纤技术和计算机技术等引入物理实验中，增大了综合性、设计性实验的比例，以加强学生综合能力的培养。在内容安排上，打破了按照力、热、电、光、近代物理的层次教学的模式，建立了教学内容分为基础性实验、综合性实验和设计性实验三个层次的新体系。

本书包括 10 个基础性实验、22 个综合性实验和 10 个设计性实验。基本实验内容涵盖力、热、电、光各个方面。目的在于对学生进行基本原理、基本实验技能和数据处理方法的训练。综合实验引进了先进的实验仪器和近代物理实验，目的在于对学生进行综合性物理实验和近代物理实验训练，提高学生综合应用知识的能力和创新能力，增加他们的近代物理实验知识。

实验教学是一项集体的事业，本书的撰写是集体劳动的结晶，是多年从事物理实验教学的实验教师和技术人员的经验总结，体现出大家的智慧和多年积累的教学成果，同时也吸收了兄弟院校的宝贵经验。

本书在编写过程中，得到了多方面的关怀和支持，在此，我们向对本书作出贡献的所有同志表示真挚的谢意。编写一本适用的实验教材，是一项艰巨而复杂的工作，由于我们的水平有限，加之时间仓促，书中难免存在不妥和漏误之处，恳请读者批评与指正。

编　者

2006 年 6 月

目　　录

0 绪 论

物理实验课的地位与作用

理工科大学教育，将使同学们获取和掌握必要的自然科学知识，并为培养在攀登科学技术高峰所需的诸种能力上打下必要的基础，以便今后更有效地参加改造自然的实践活动.

人类改造自然的实践活动不外乎生产实践和科学实验两种. 所谓科学实验，是人们按照一定的研究目的，借助一定的仪器设备，人为地控制或模拟自然现象，突出主要因素，对自然事物和现象进行精密而反复的观察与测试，探索其内部规律性的实践过程. 这种对自然的有目的、有控制、有组织的探索活动是现代科学技术发展的源泉. 例如，原子能、半导体和激光等最新科技成果仅靠总结生产实践经验是不能取得的，只有在科学家的实验室里才能得到. 由此可见，科学实验在改造自然的实践中，起着举足轻重的作用. 因此，在大学教育中，必须对学生进行充分的科学实验能力的训练.

物理学本身就是一门实验科学. 无论是物理规律的发现，还是物理理论的验证，都离不开物理实验. 例如，赫兹的电磁波实验使迈克斯韦电磁场理论获得普遍承认，杨氏干涉实验使光的波动说得以确立，卢瑟福的粒子散射实验揭开了原子的秘密，近代高能粒子对撞实验使人们深入到物质的最深层——原子核和基本粒子的内部——来探索其规律，等等. 可以说，没有物理实验，就没有物理学本身.

物理实验课是理工科大学生入学后进行系统实验训练的开端，是一门独立的、必修的基础课程. 物理实验的知识、方法、习惯和技能既是学生进行后续实践训练的基础，也是毕业后从事各项科学实验的基础.

我国著名核物理学家张文裕教授说："我国古代科学技术远远领先于西方，这种辉煌成就是全世界公认的. 但是，近三百多年来，却远远落后于西方. 我认为主要原因是：西方自伽利略和牛顿等人倡导科学实验以来，大力发展了科学实验，而我们却仍然未动. 轻视科学实验是我们的不良习惯之一，也是几千年封建思想的、特别是一千多年科举制度的遗毒，这是科学不发达的重要原因." 让我们永远记住这个历史教训，重视实验，细心地做实验. 只有具备较为深广的理论知识和较强科学实验能力的大学生，才能成为当代社会所欢迎的科技人才.

物理实验课的教学目的

(1) 在教学中，通过适当地介绍一些物理实验发展史料和物理实验在工程技术中的应用知识，使学生了解科学实验的重要性；同时，对学生进行辩证唯物主义世界观和方法论的教育，使学生逐步养成运用唯物辩证法思想指导自己的科学实验活动的习惯.

(2) 使学生逐步掌握物理实验基本知识和基本实验技术，其中包括：

① 预习、实验操作和撰写实验报告等基本实验程序；

② 基本的操作技术；

③ 基本的实验方法；

④ 基本仪器的结构原理、性能和使用方法；

⑤ 常用物理量的基本测试手段．这些物理量有长度(及其微小变化)、角度、质量、时间、力、压强、温度、热量、电流、电压、电动势、电阻、磁感应强度、频率或周期、波长、折射率等；

⑥ 数据处理基本知识，其中包括测量的种类，误差的概念及误差种类，有效数字的读取和运算，不确定度的概念和种类，不确定度估算方法，结果表示，精密度(或精度)、正确度和准确度，处理实验数据的列表法、作图法、逐差法和最小二乘法．

(3) 培养与提高学生的科学实验能力，其中包括：

① 自行阅读实验教材或实验资料，正确理解其原理，培养学生的阅读能力；

② 逐步养成独立进行测试，独立排除一般故障，培养学生的实际动手能力；

③ 注意对实验现象的观察和分析，加深对物理学基本概念和规律的理解，培养学生运用物理理论对实验现象进行分析判断、理论联系实际的分析问题与解决问题的能力；

④ 不断提高实验报告的撰写质量，培养学生的归纳能力和撰写能力；

⑤ 注意实验方案的确定、实验仪器和方法的选配，直至能够完成较为简单的设计实验，提高学生的设计能力和独立创新能力以及初步的科学研究能力．

(4) 培养与提高学生的科学实验素养，其中包括：

① 理论联系实际和实事求是的科学作风；

② 严肃认真、一丝不苟的工作态度；

③ 积极思维、主动研究问题的探索精神；

④ 遵守纪律、爱护公共财物的优良品质．

物理实验课的基本程序

(1) 实验前的预习

通过阅读实验讲义和有关参考资料，弄清实验目的、原理、所要使用的仪器，明确测量方法，了解实验的主要步骤及注意事项等．在此基础上，写出预习报告，制作好记录表格．

预习报告是正式报告的一部分，必须在专用的实验报告纸上认真撰写(不许用红笔或铅笔)，要求字迹工整、文字简练、内容全面．内容包括实验名称、目的、器材和原理，这部分只要求写清主要概念、建立测量公式的依据、原理图、测量公式以及其中图上没有标注的字母的意义，不要求写出测量公式的推导过程及步骤，写出实验所用的主要公式以及关键性的调整方法和测量技巧．

(2) 实验操作

遵守“物理实验课学生守则”；实验过程中，要按照实验步骤进行，认真观察现象，注意进行分析判断，正确地、实事求是地读取和记录测量数据；实验中，若发现问题，应及时向教师请教，不得随意处理；实验完毕，数据应交教师审查通过，再将仪器、凳子归整好，其数据经教师签字后，方能离开实验室．

(3) 完成实验报告

实验报告是自己实验工作的总结，也是实验成果的书面反映．报告中应有清楚的思路、齐全的数据图表以及科学的结论．

如果预习报告的书写合乎要求，可在此基础上，继续完成下述内容．

(4)“数据处理”

这是实验报告的要求，首先列出实验室所给的数据或查到的数据，再将记录纸上的原始数据以表格的形式正式列在“数据处理”栏目下；然后写出数据处理的主要过程(例如结果计算时，要有数字表达式)、图线、结果、不确定度估算以及结果表达式.

(5)“分析讨论”

要养成对实验结果进行分析的习惯，特别是当结果不确定度较大或测量值偏离标准值较远时，应分析其原因，找出实验中存在的不足；还包括分析讨论实验中存在的异常现象、影响测量结果的主要因素、对实验方案的评述及改进意见等. 内容不受限制，但一定要中肯、具体、实在，不要硬凑.

每项实验后面的思考题是必答内容，其解答要写在该实验报告的末尾.

物理实验课的基本要求

(1) 每学期开学第一周，凡是有物理实验课的学生都要及时登陆东北大学理学院网站(202.118.21.16)，进入物理实验中心，点击“开放选课”(或直接进入 202.118.21.60)，按网上要求进行注册和选课，并记住自己的登陆账号、密码和所选课的课表，并必须按自己的课表来实验室上课.

(2) 要按时上课，迟到超过 5 分钟者，视情况，在实验总成绩中扣减 0.3～0.5 分.

(3) 学生进入实验室须携带本人学生证、事先写好的预习报告和记录实验数据的表格，经教师检查同意，方可进行实验.

(4) 学生进入实验室后，要遵守如下规定：

① 入室前，要将鞋底擦净；入室后，书包要放在指定地点，不许放在实验台上.

② 禁止喧哗，保持安静；保持实验室卫生.

③ 要集中精力听讲，不许在下面摆弄仪器或搞其他动作.

④ 操作前，首先检查器材是否齐全，如有短缺损坏，应立即提出，不许私自串换使用其他组的器材.

⑤ 使用电源时，如无特殊声明，必须经过教师或实验室工作人员检查线路后，方可接通电源.

⑥ 要爱护实验器具，细心使用，严格遵守操作规程；对于其性能及使用方法不甚了解的器具，切勿乱摸乱拧；转动旋钮时，动作要轻，切忌猛力旋动；光学实验中，不许触摸光学仪器表面. 实验器具如有损坏，应立即报告实验室工作人员，并照章赔偿.

⑦ 实验中，要保持实验台稳定，勿使其受到震动或严重变形.

⑧ 仪器设备出现故障时，应立即停止实验，并报告指导教师，在教师指导下，设法排除故障，培养分析能力和独立工作能力.

⑨ 做实验时，要一丝不苟，精心操作，仔细观察，积极分析思考，如实记录实验数据. 做完实验，应将仪器整理还原，将实验台面和凳子收拾整齐. 经教师审查测量数据和仪器还原情况并签字后，方能离开实验室. 未经教师签字的测量数据不生效.

⑩ 实验失败或误差超限时，应重作实验. 学生必须严格遵守上述有关规定，服从指导，态度要端正；否则，指导教师和实验室工作人员有权停止该生做实验.

(5) 要忠实于测量数据，实事求是，不许人为伪造或抄袭别人的数据，一经发现，严肃处

理.

(6) 实验报告(连同经过签字的记录纸)在实验后 1 周内交实验室，否则酌情降低实验成绩.

(7) 对于不合格的实验报告，发回后要重作，否则该次成绩按照不及格处理；每学期要完成所要求的实验个数，缺实验的该课程按不合格处理；期末前，要将所缺实验补齐，补实验的相关事宜，要注意物理实验中心在网上(202.118.21.60)发布的通知或到实验室询问.

1 测量、误差及数据处理基本理论

1.1 测量、误差、不确定度及有效数字

1.1.1 测量、误差的基本知识

1.1.1.1 测量及其分类

物理量的测量是指借助一定的实验器具，以一定的实验方法，确定其待测对象有关量值的一系列操作过程. 按照获得测量值的方法不同，测量可分为以下两种.

① 直接测量. 用测量器具直接测出物理量值的测量称为直接测量，相应的物理量称为直接测量量.

② 间接测量. 先直接测出与某物理量有关的直接测量量，再根据该物理量与该直接测量量之间的数学关系，算出该物理量量值，该物理量的测量过程称为间接测量，该物理量称为间接测量量.

有时，由于受条件限制，对某物理量不可能进行多次重复测量，有时也没有必要多次重复测量，便采取单次测量，除此情况外，一般应采取多次测量.

在相同条件下，对某物理量所进行的多次重复测量称为等精度测量；若测量条件在测量过程中有变化，则称为非等精度测量. 等精度测量的数据处理比较简单，作为基本训练，本书所涉及的测量基本上都是等精度测量.

1.1.1.2 误差及其分类

(1) 真值与误差

① 真值. 任何一个物理量，在一定条件下，所存在的不以人的意志为转移的客观量值，称为真值. 真值一般是未知的，通常，它只有理论上的意义. 而用实验手段测量所得的物理量，称为测量值. 在一定测量条件下，最接近真值的测量值称为最佳值.

需要特别注意，任何量值必须标有单位，单纯的数值一般不具有任何物理意义.

② 误差. 测量值 x 与其真值 x_0 之差即为测量的绝对误差，用符号 Δx 表示，有

$$\Delta x = x - x_0.$$

由于理论或方法、测量器具、环境影响以及人的分辨能力的限制，绝对不会使误差降为零，也就是说，真值一般是得不到的，所以，绝对误差的概念只有理论上的价值. 实验结果都存在误差，误差自始至终地存在于一切科学实验的整个过程中，这一结论称为误差公理.

(2) 误差的分类

设对物理量 x 等精度地测量了 n 次，得到的测量列为

$$x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_n,$$

对应的测量差分别为

$$\Delta x_1, \Delta x_2, \cdots, \Delta x_i, \cdots, \Delta x_n,$$

按照上述误差列的特点，误差分为三类.

① 系统误差.

定义 如果各 Δx_i 大小和符号不变，或者按照某种确定的规律变化，那么称测量列存在着系统误差. 系统误差具有确定的性质.

产生原因 仪器或设备不完善(设备误差)、所依据的理论公式具有近似性或实验方法不完善(理论方法误差)、测量环境的影响(环境误差)、观测者的生理和心理特点(个人误差).

② 随机误差.

定义 如果上述各 Δx_i 的符号和大小以不可预定的方式变化，那么称测量列存在着随机误差. 随机误差具有随机变化的性质.

产生原因 某些偶然的、不确定因素的影响. 例如，环境的温度、气压、电场、磁场的微小扰动，由于操作者视觉和仪器灵敏阀的限制，使指零仪器平衡点确定不准，被测对象本身的微小起伏变化，读数时估读数的不一致，等等.

因随机误差是不可预知的，故不能予以排除或修正其影响，但由于随机误差时正时负、时大时小，所以通过采取多次测量取平均值的方法，可以抵消部分影响，有时，通过改进测量方式，也可以减少随机误差的影响.

随机误差虽然在符号和大小上不确定，但当测量次数较多时，会发现其总体服从某种统计规律，本章 1.1.2 节中有简要介绍.

一个具体测量中所出现的误差往往既含有系统误差，又含有随机误差. 实验中，当实验条件稳定且可以掌握系统误差时，应尽量保持在相同条件下作实验，以便修正掉系统误差；当不能掌握系统误差时，常常想出一些办法，使系统误差随机化，以便在多次测量时，取平均值中的一小部分影响. 例如，一直米尺刻度不均匀，本来属于系统误差，如利用米尺的不同刻度部位对某物体长度进行多次测量，系统误差便随机化了，所求的平均值将更加准确.

应该指出，系统误差与随机误差具有一定的相对意义. 例如，已作过温度修正的标准电池的电动势值，如果短时间使用，那么环境温度测的不准对电动势值的影响属于系统误差因素；如果使用时间较长，由于环境温度在其均值附近作不规则变化，那么环境温度的影响便属于随机误差. 另外，随着人们对误差来源及其变化规律认识的加深，有可能把过去认识不到而归于随机误差的某些误差确定为系统误差. 因此，将某种误差因素严格地归类为系统误差或者随机误差，有时是难以办到的，现实意义也不大.

③ 粗大误差.

定义 在上述各 Δx_i 中，有个别的误差明显超出规定条件下的预期值，这样的误差称为粗大误差或过失误差. 过失误差具有反常的性质.

产生原因 常由于各种过失造成，比如读错、记错、测量条件或操作不合乎要求、仪器有毛病等.

粗大误差对应的测量值为坏值，一旦发现，即应从测量列中剔除.

对于某个数值较大的误差，是否属于粗大误差，应根据统计学的要求，按照一定的原则进行评判，不能将所对应的测量值随意地从测量列中剔除.

(3) 测量的精密度、正确度和准确度

① 测量的精密度(简称精度). 测量的精密度是指在规定条件下，对被测量进行多次测量时，所得结果之间符合的程度. 它表示结果中随机误差大小的程度，随机误差越小，测量精

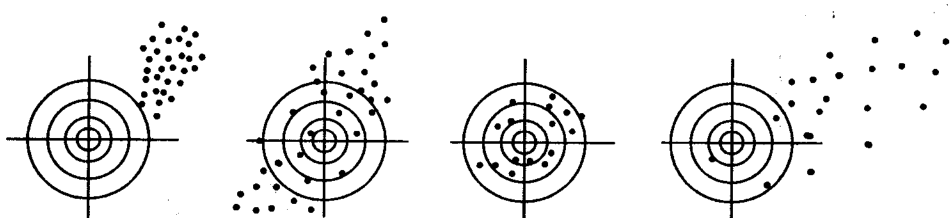
密度越高.

② 测量的正确度. 测量的正确度表示在规定条件下, 测量结果中所有系统误差综合大小的程度. 系统误差越小, 测量正确度越高.

③ 测量的准确度(又称精确度). 测量的准确度表示测量结果与被测量真值之间的一致程度, 它反映了测量结果中系统误差与随机误差的综合大小程度. 综合误差越小, 测量准确度越高.

由定义可知, 精密度高, 正确度不一定高; 反之, 也是如此. 但准确度高意味着精密度与正确度都高.

现以打靶为例, 说明上述概念. 在图 1.1.1(a)中, 弹着点较集中, 彼此间符合得很好, 但都偏离靶心较远, 类比于精密度高而正确度低的情形; 在图 1.1.1(b)中, 弹着点很分散, 但没有固定的偏向, 其平均位置在靶心附近, 类比于正确度高而精密度低的情形; 在图 1.1.1(c)中, 弹着点在靶心附近且很集中, 类比于准确度高的情形; 在图 1.1.1(d)中, 弹着点既分散, 又有较大的固定偏向, 类比于精密度与正确度都不高的情形.



(a) (b) (c) (d)

图 1.1.1 测量结果精确度与射击打靶的类比

1.1.2 随机误差简介

1.1.2.1 理想模型

首先从理论上来研究这样的情形: 将无限次测量列所对应的误差列作为研究对象, 称为总体或母体, 并且测量列中只存在随机性误差.

(1) 概率密度函数

关于总体误差列的分布情况, 可用概率密度函数描写, 它定义为

$$f(\Delta x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta p}{\Delta(\Delta x)}=\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}(\Delta x)}. \tag{1.1.1}$$

式中, $\mathrm{d}(\Delta x)$表示在误差 Δx 附近的一个微小误差间隔, $\mathrm{d}p$ 表示误差落在 $\mathrm{d}(\Delta x)$的概率, 所以, $f(\Delta x)$表示在 $\mathrm{d}(\Delta x)$上单位误差间隔内出现误差的概率大小.

所谓随机误差的分布情形, 是指 $f(\Delta x)$随 Δx 的变化情形. 按照 $f(\Delta x)$随 Δx 变化的不同, 随机误差的分布为正态、均匀、三角、两点、反正弦等多种分布形式. 在这些形式中, 人们看中的是正态分布, 这不仅因为有一部分随机误差遵守这种分布, 更主要的是, 正态分布研究的最早、最完整、最彻底, 并且其他分布的一些参数可以通过正态分布的一些参数简单求得.

(2) 正态分布

正态分布又称高斯分布. 高斯通过研究得出的结论是, 正态分布的概率密度函数可写成

$$f(\Delta x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (1.1.2)$$

式中 σ 称为任一次测量值的标准误差，其值为

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x)^2}{n}} \quad (n\to\infty).$$

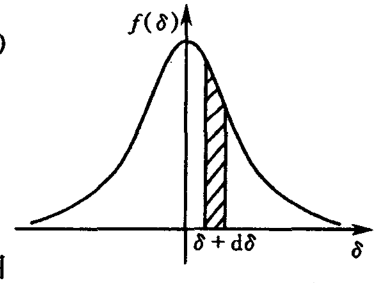


图 1.1.2 正态分布曲线

如画成曲线，则如图 1.1.2 所示，称为正态分布曲线．几何图像上，σ 对应于正态分布曲线的拐点，如图 1.1.3 所示．在物理意义上，因为

$$p(-\infty,\ \infty)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x)\equiv 1,$$

(即任一次测量值的误差肯定处于 $-\infty\sim\infty$ 之间)，这表示曲线下总面积必等于 1，所以，σ 越小，分布曲线越陡，说明测量数据越集中；反之，数据越分散，即 σ 的大小代表了测量数据的精密程度．如图 1.1.4 所示．

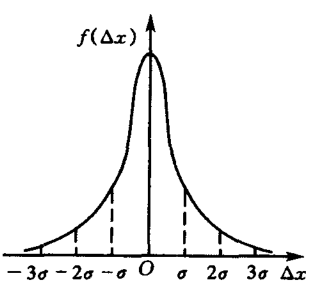


图 1.1.3 σ 的位置

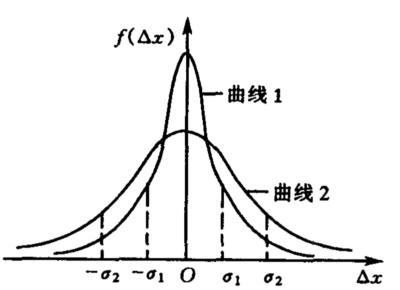


图 1.1.4 $\sigma_2>\sigma_1$ 的情形

(3) 置信概率、置信区间、置信系数

对于正态分布，研究任一次测量的误差落在以 $\Delta x=0$ 为对称点的某个误差区间 $[-c\sigma,\ c\sigma]$ 的概率大小，由式(1.1.1)和式(1.1.2)得

$$p[-c\sigma,\ c\sigma]=\int_{-c\sigma}^{c\sigma}f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x)=\int_{-c\sigma}^{c\sigma}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}(\Delta x).$$

式中 p 称为置信概率，它表示误差落在区间 $[-c\sigma,\ c\sigma]$ 的概率，换一种说法，它也表示真值落在 $x_i-\sigma$ 到 $x_i+\sigma$ 的概率，其中 x_i 为任一次测量值；$[-c\sigma,\ c\sigma]$ 称为置信区间；c 称为置信系数．

通过计算查表，可以得到人们所关注的重要结论：

$$p(-\sigma\sim\sigma)=\int_{-\sigma}^{\sigma}f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x)\approx 0.683,$$

$$p(-2\sigma\sim 2\sigma)=\int_{-2\sigma}^{2\sigma}f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x)\approx 0.95,$$

$$p(-2.6\sigma\sim 2.6\sigma)=\int_{-2.6\sigma}^{2.6\sigma}f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x)\approx 0.99,$$

$$p(-3\sigma \sim 3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x) \approx 0.997.$$

这些式子告诉人们，真值处于$[x_i-\sigma,\ x_i+\sigma]$、$[x_i-2\sigma,\ x_i+2\sigma]$、$[x_i-2.6\sigma,\ x_i+2.6\sigma]$和$[x_i-3\sigma,\ x_i+3\sigma]$区间的可能性分别为68.3%，95%，99%和99.7%，因为其绝对值比3σ大的随机误差出现在$[-3\sigma,\ 3\sigma]$外的概率仅占0.003，按照概率论中的小概率原理，认为随机误差绝对值比3σ大的事件为不可能事件，因此，

$$\Delta_{\mathrm{m}} = 3\sigma$$

称为极限误差，简称误差限，即随机误差出现的最外端界是$\pm 3\sigma$.

(4) 正态分布型随机误差的性质

由图1.1.2中曲线形状可以看出，遵守正态分布的随机误差具有下述性质.

① 单峰性. 绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大；

② 对称性. 绝对值相等的正、负误差出现的概率相同；

③ 有界性. 在一定条件下，误差的绝对值不超过一定限定度，称为误差限；

④ 抵偿性. 随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值趋于零，即

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = 0. \tag{1.1.3}$$

由式(1.1.3)可得

$$x_0 = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x},$$

即在可以忽略系统误差的情况下，测量值的平均值趋于真值.

具有对称性分布的随机误差也称为偶然误差，正态分布的随机误差即是一种偶然误差.

1.1.2.2　有限次测量($n>10$)的情形

上述关于测量列总体的描写只具有理论意义，因为实际测量只能进行有限次，所获得的测量列只是从总体中任意抽取的样本. 只能通过样本“窥视”总体，即通过对样本的研究来接近对总体属性的认识. 概率统计就是专门研究样本和总体关系的.

(1) 关于真值的最佳估计——算术平均值

通过最小二乘法可以严格证明，有限次测量时，真值的最佳估计值是测量列的算术平均值，即

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \approx x_0,$$

这就是将算术平均值作为最佳值的原因.

(2) 关于任一次测量值标准误差的最佳估计——标准偏差

对于有限次测量，可以用标准偏差

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

作为标准误差σ的最佳估计值. 该式称为贝塞尔公式，式中$x_i-\bar{x}$称为测量值x_i对应的偏差.

(3) 平均值的标准偏差

平均值实际上也是随机变量，因为该测量列(样本)是随机地从总体中抽取的. 设想进行

了多遍等精度测量，每遍都测量了 n 次，则每一遍测量对应的平均值也是随机变化的. 所以，$\bar{x}-x_0$ 应该是一个统计值，这个差值用平均值的标准偏差来描写.

平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差为

$$S_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}.$$

1.1.2.3　少数几次测量($n<10$)的情形

对于少数几次测量的情况，$\bar{x}$ 与 $S_{\bar{x}}$ 会严重偏离总体分布的 x_0 及 σ，即 $S_{\bar{x}}$ 不再像 σ 那样，具有 0.683 的置信概率. 应该怎样解决少数几次测量的问题呢？1900 年，当时是研究生的戈塞特经过深入研究，解决了这个问题.

对于少数几次测量，将求得的 $S_{\bar{x}}$ 乘以因子 $t_n(p)$，即

$$u_x(p)=t_n(p)S_{\bar{x}},$$

则 $u_x(p)$ 可以保证具有所需的置信概率 p，换句话说，置信概率为 p 的置信区间为 $[-t_n(p)S_{\bar{x}},\ t_n(p)S_{\bar{x}}]$. $t_n(p)$ 称为 t 因子，与测量次数 n 和所要求的置信概率 p 有关. 因为本书所要求的置信概率一律取为 0.683，所以以 t_n 表示置信概率为 0.683 的 t 因子，表 1.1.1 列出了不同 n 所对应的 t_n 值.

表 1.1.1　　**$t_n(0.683)$表**

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_n	1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06
n	11	12	13	14	15	16	30	40	200 以上
t_n	1.05	1.05	1.04	1.04	1.04	1.03	1.02	1.01	1.00

由表 1.1.1 可知，当测量次数在 200 以上时，分布规律基本属于正态分布，而不必再乘以 t 因子. 实际上，当 $n>10$ 时，乘以 t 因子和不乘 t 因子的差别在 5% 以内，并且可以证明，$S_{\bar{x}}$ 随 n 增大而减少的情况实际上已经不明显. 因此，在进行等精度多次测量时，一般取 10 次左右就够，此时不乘以 t 因子对 $p=0.683$ 的值也不会有太大影响. 片面地增加测量次数非但无多大益处，而且拖长工作时间，难以保证环境条件的不变性，有时反倒增大了测量误差.

1.1.3　实验不确定度的评定

1.1.3.1　不确定度的概念及结果表示

(1) 不确定度的概念

由于待测量的真值一般未知，因此，不能确定测量误差. 实际工作中，只能用一定的方法进行估算，是测量值 x 与真值 x_0 之差的绝对值以一定的置信概率 p 不大于某一微小值 u_x，即

$$|x-x_0|\leqslant u_x\qquad(\text{置信概率为 } p),\tag{1.1.4}$$

式中的 u_x 即称为实验不确定度，由于式(1.1.4)等价于

$$x-u_x\leqslant x_0\leqslant x+u_x\qquad(\text{置信概率为 } p),\tag{1.1.5}$$

所以，测量不确定度表征被测量的真值以某置信概率所处量值范围的一种评定，是衡量测量结果不确定性的尺度.

测量结果的准确程度用相对不确定度 u_r 表征，有

$$u_r = \frac{u_x}{x} \times 100\%,$$

它的重要作用之一是其值越小，说明该测量所得结果的精确度越高.

(2) 结果表示

像式(1.1.5)那样表示最后的测量结果有些繁琐，采用如下的形式：

$$x = (x \text{ 值} \pm U \text{ 值})\text{单位} \qquad (p = \cdots) \tag{1.1.6}$$

式(1.1.6)称为结果表示式. 式中，$p = 0.68$ 时，$U = u_x$；$p = 0.95$ 时，$U = 2u_x$；$p = 0.99$ 时，$U = 2.6u_x$. 按照国家技术监督局发布的文件 JJG 1027—91 中的规定，当取 $p = 0.95$ 时，不必在结果表示式后面标注 p 值.

注意：

① 结果表示式并不意味着有两个测量结果，而表示真值以某置信概率所存在的两端界限.

② 结果表示式中不能漏单位，例如，应表示为 $R_x = (5.018 \pm 0.006) \times 10\ \Omega \quad (p = 0.68)$. 一般称测量值、不确定度值和单位为结果表示的三要素.

③ 关于不确定度所取数的讨论是一个比较复杂的问题，涉及到所有求得的不确定度到底不准确到哪一位. 例如，按照正态分布可以证明，用统计法算出的标准偏差的误差(即误差的误差)为

$$\frac{\Delta(S)}{S} = \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}},$$

假如借用这一结论，则有

$$\frac{\Delta(u)}{u} = \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}}.$$

例如，$n = 5$ 时，可以算得 $\Delta(u)/u = 35\%$，$\Delta(u) = u \times 35\%$，不确定度的末位数字应该与 $\Delta(u)$所在的位一致，这就是不确定度的取位原则. 比如计算得 $u = 0.029$，因 $\Delta(u) = 0.029 \times 0.35 \approx 0.01$，从而明确了 $u = 0.03$；又如计算得 $u = 0.0264$，因 $\Delta(u) = 0.0264 \times 0.35 \approx 0.009$，所以应取 $u = 0.026$. 本书安排的测量次数一般不大于 5 次，另外，不确定度的估算一般也十分准确，为了简化估算，本书规定，当 u 的首位非零数 1 和 2 时，u 保留两位数字；当 u 的首位非零数不小于 3 时，u 只保留一位数字. 对于相对不确定度 u_r 的位数规定与上述原则相同.

以上规定是针对结果不确定度说的，在中间运算时，为了使计算准确，可以多保留 1～2 位.

④ 结果表示式中，测量结果所保留的最末位必须与 u 值所在的位一致. 例如，

$$m = (9.875 \pm 0.006) \times 10\ \text{g} \qquad (p = 0.68),$$
$$l = (7.638 \pm 0.012) \times 10\ \text{cm} \qquad (p = 0.68).$$

1.1.3.2　直接测量结果的不确定度评定

(1) 不确定度的分类

测量不确定度虽然置根于误差理论，但它改变了以往将测量误差分为系统误差和随机误差的传统分类方法，它将可修正的系统误差修正以后，将余下的全部误差分为两类不确定度分量.