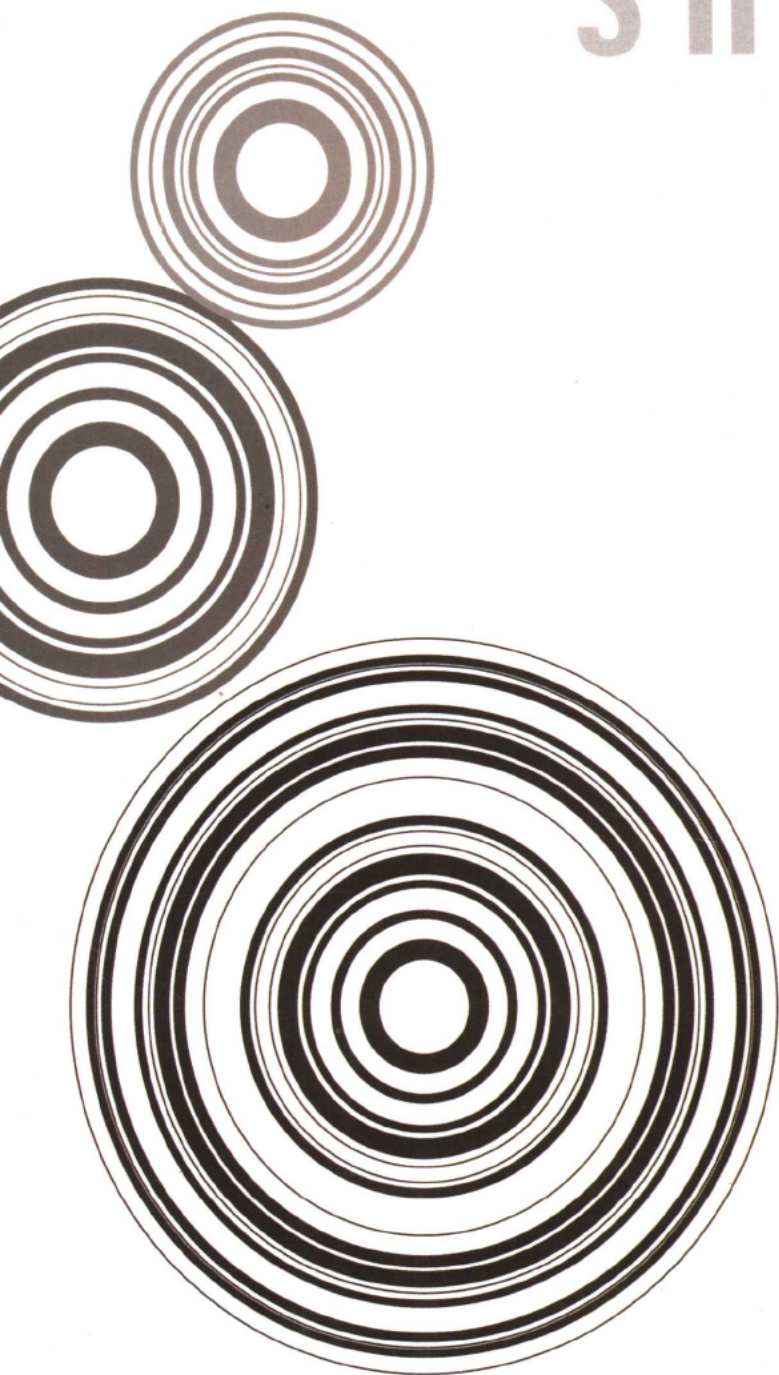




◆ 理工类

数学

金 盈 主编



全国各类成人高考复习指导用书

辽宁人民出版社

2015 最新 金(9)

張學良 (1874-1960)

全国各类成人高考复习指导用书 高中起点升

数学

理工类

金盈 主编

辽宁人民出版社

©金 盈 2005

图书在版编目 (CIP) 数据

数学:理工类/金盈主编. -3 版. -沈阳:辽宁人民出版社,
2005.5 (2006.5 重印)

全国各类成人高考复习指导用书. 高中起点升本、专科

ISBN 7-205-04819-2

I. 数… II. 金… III. 数学课—成人教育:高等教育—入学
考试—自学参考资料 IV. G723.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 39827 号

出版发行:辽宁人民出版社

(地址:沈阳市和平区十一纬路 25 号 邮编:110003)

印 刷:中共云南省委机关印刷厂

幅面尺寸:184mm×260mm

印 张:15 $\frac{1}{2}$

字 数:215 千字

印刷时间:2006 年 5 月第 5 次印刷

出版时间:2006 年 5 月第 3 版

责任编辑:赵学良 成咏梅

封面设计:刘冰宇

版式设计:王珏菲

责任校对:侯俊华

定 价:24.00 元

主
编

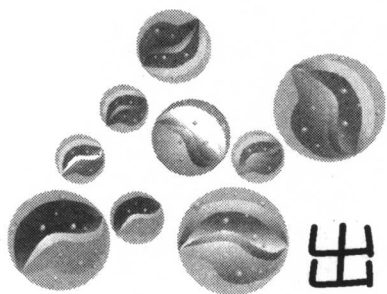
编
者

金 盈
郭慧中
李家涛
张春阳
冯卫东
常晓棠

姜秀芬
黄 烁
唐振卿
李 岩
林 星

邹 颖
朱庆来
张 静
周 涛

姚 丹
李 迎
刘昌华
孟凡学



出版说明

《全国各类成人高考复习指导用书〈高中起点升本、专科〉》是根据国家教育部 2006 年重新修订颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲〈高中起点升本、专科〉》编写。

本丛书紧扣大纲，突出重点，同时注重基础知识的学习和考生的能力培养；照顾到成人学习和考试的特点，在内容和体例的编排上较以往同类图书有了较大突破，突出了重点和难点，针对每部分（单元）的内容和考试题型，编入了近年的试题解析，并附有精当的练习题和答案，力争使考生在较短的时间内掌握基本知识的同时，全面提高考生的实际运用水平和应试能力。

由于时间仓促，书中难免有不足和错漏之处，诚恳希望广大读者提出意见。



目 录

第一部分 代 数

第一单元 集合和简易逻辑	1
单元结构 (1) 知识精讲 (2) 重点提示 (4) 难点突破 (4) 考题选讲 (5) 对应练习 (7)	
第二单元 不等式和不等式组	10
单元结构 (10) 知识精讲 (10) 重点提示 (13) 难点突破 (13) 考题选讲 (13) 对应练习 (15)	
第三单元 函数与二次函数	21
单元结构 (21) 知识精讲 (21) 重点提示 (25) 难点突破 (25) 考题选讲 (26) 对应练习 (31)	
第四单元 指数函数与对数函数	40
单元结构 (40) 知识精讲 (40) 重点提示 (43) 难点突破 (43) 考题选讲 (43) 对应练习 (45)	
第五单元 数列	49
单元结构 (49) 知识精讲 (50) 重点提示 (51) 难点突破 (51) 考题选讲 (51) 对应练习 (54)	
第六单元 复数	59
单元结构 (59) 知识精讲 (59) 重点提示 (61) 难点突破 (61) 考题选讲 (61) 对应练习 (62)	
第七单元 导数	64
单元结构 (64) 知识精讲 (65) 重点提示 (68) 难点突破 (69) 考题选讲 (69) 对应练习 (72)	

第二部分 三 角

第八单元 三角函数及其有关概念	74
单元结构 (74) 知识精讲 (74) 重点提示 (77) 难点突破 (77) 考题选讲 (78) 对应练习 (79)	
第九单元 三角函数式的变换	83
单元结构 (83) 知识精讲 (83) 重点提示 (86) 难点突破 (86) 考题选讲 (86) 对应练习 (89)	
第十单元 三角函数的图象和性质	93
单元结构 (93) 知识精讲 (93) 重点提示 (96) 难点突破 (96) 考题选讲 (97) 对应练习 (99)	
第十一单元 解三角形	103
单元结构 (103) 知识精讲 (103) 重点提示 (104) 难点突破 (104) 考题选讲 (104) 对应练习 (106)	

第三部分 平面解析几何

第十二单元	平面向量	109
	单元结构 (109) 知识精讲 (109) 重点提示 (114) 难点突破 (115) 考题选讲 (115) 对应练习 (117)	
第十三单元	直线	120
	单元结构 (120) 知识精讲 (121) 重点提示 (124) 难点突破 (124) 考题选讲 (124) 对应练习 (126)	
第十四单元	圆锥曲线	131
	单元结构 (131) 知识精讲 (131) 重点提示 (136) 难点突破 (136) 考题选讲 (137) 对应练习 (142)	

第四部分 立体几何

第十五单元	直线和平面	152
	单元结构 (152) 知识精讲 (153) 重点提示 (160) 难点突破 (160) 考题选讲 (161) 对应练习 (164)	
第十六单元	多面体和旋转体	168
	单元结构 (168) 知识精讲 (168) 重点提示 (172) 难点突破 (172) 考题选讲 (172) 对应练习 (176)	

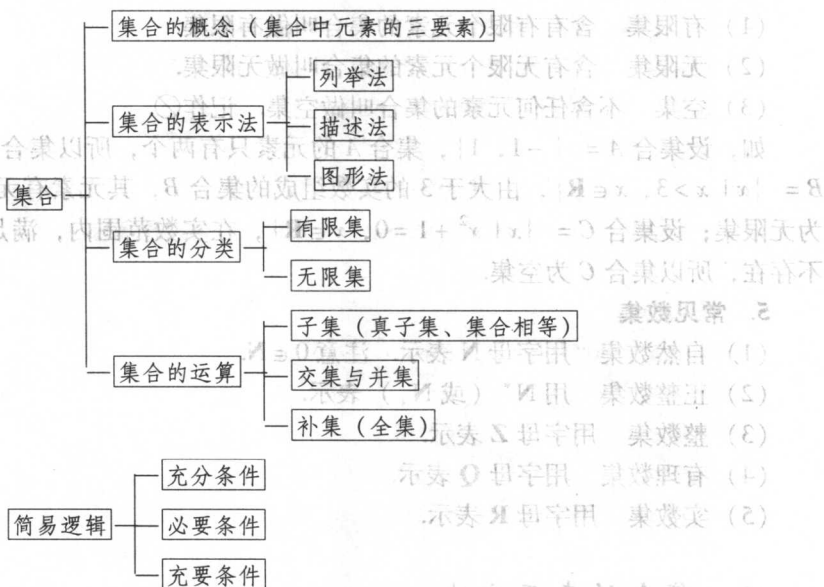
第五部分 概率与统计初步

第十七单元	排列、组合与二项式定理	182
	单元结构 (182) 知识精讲 (182) 重点提示 (184) 难点突破 (185) 考题选讲 (185) 对应练习 (187)	
第十八单元	概率与统计初步	192
	单元结构 (192) 知识精讲 (192) 重点提示 (196) 难点突破 (196) 考题选讲 (196) 对应练习 (198)	
附录一	考试形式、试卷结构及样题	202
附录二	2005 年成人高等学校招生全国统一考试数学 (理工农医类) 试题	207
	参考答案	210
附录三	全真模拟试题 (一)	212
	参考答案	214
	全真模拟试题 (二)	218
	参考答案	220
	全真模拟试题 (三)	223
	参考答案	225
	全真模拟试题 (四)	228
	参考答案	230
	全真模拟试题 (五)	234
	参考答案	236

第一部分

第一单元 集合和简易逻辑

单元结构



知识精讲

一、集合的概念

1. 集合的意义

把某些指定的对象看成一个整体，就形成了一个集合。常用大写拉丁字母 A, B, C …表示集合。

2. 元素

集合中的每个对象叫做集合的元素。常用小写拉丁字母 a, b, c …表示集合的元素。

例如，“某校足球队队员”组成了一个集合，其中每个足球队员是这一集合中的一个元素；由数字 1、2、3、4 组成了一个集合，其中数字 1、2、3、4 是这一集合中的元素。上述两个集合可以表示为 $A = \{\text{某校足球队队员}\}$ ； $B = \{1, 2, 3, 4\}$ 。

3. 元素与集合的关系

对于一个给定的集合 A 和确定的元素 a ，它们之间只有以下两种关系：

- (1) 若 a 是集合 A 的元素，则称 a 属于 A ，记作 $a \in A$ ，读作“ a 属于 A ”。
- (2) 若 a 不是集合 A 的元素，则称 a 不属于 A ，记作 $a \notin A$ ，读作“ a 不属于 A ”。

例如，设集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ，那么， $3 \in A$ ， $4 \notin A$ 。

4. 集合的分类

- (1) 有限集 含有有限个元素的集合叫做有限集。
- (2) 无限集 含有无限个元素的集合叫做无限集。
- (3) 空集 不含任何元素的集合叫做空集。记作 $\emptyset$ 。

如，设集合 $A = \{-1, 1\}$ ，集合 A 的元素只有两个，所以集合 A 为有限集；设集合 $B = \{x | x > 3, x \in \mathbf{R}\}$ ，由大于 3 的实数组成的集合 B ，其元素有无限多个，所以集合 B 为无限集；设集合 $C = \{x | x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ，在实数范围内，满足方程 $x^2 + 1 = 0$ 的解不存在，所以集合 C 为空集。

5. 常见数集

- (1) 自然数集 用字母 $\mathbf{N}$ 表示。注意 $0 \in \mathbf{N}$ 。
- (2) 正整数集 用 $\mathbf{N}^*$ (或 $\mathbf{N}_+$) 表示。
- (3) 整数集 用字母 $\mathbf{Z}$ 表示。
- (4) 有理数集 用字母 $\mathbf{Q}$ 表示。
- (5) 实数集 用字母 $\mathbf{R}$ 表示。

二、集合的表示方法

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，并写在大括号 $\{\}$ 内的方法，叫做列举法。

如，集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 。

2. 描述法

用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合,并将该条件写在大括号 $\{ \}$ 内的方法,叫做描述法.

如,不等式 $x^2 - 3x + 2 > 0$ 的解集可表示为 $\{x \mid x^2 - 3x + 2 > 0\}$, 竖线左边的字母 x 表示元素,竖线右边表示集合的元素所具有的公共属性.

三、集合与集合的关系

1. 子集

如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

如,设集合 $A = \{1, 2\}$, 集合 $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 由于集合 A 中的元素 1、2 都在集合 B 中,因此集合 A 是集合 B 的子集,即 $A \subseteq B$.

说明 在国家标准中,符号“ $\subseteq$ ”也可用“ $\subset$ ”;“ $\supseteq$ ”也可用“ $\supset$ ”.

2. 真子集

如果 A 是 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,则 A 叫做 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$),空集 $\emptyset$ 是任何非空集合的真子集. 常用的数集关系: $N \subsetneq Z \subsetneq Q \subsetneq R$.

3. 集合相等

对于集合 A 与 B , 如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 那么称集合 A 与 B 相等,记作 $A = B$.

4. 交集

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$,读作“ A 交 B ”. 用图 1-1 表示 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

交集的性质: $A \cap A = A$; $\emptyset \cap A = \emptyset$; $A \cap B = B \cap A$.

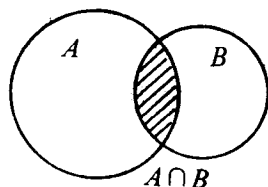


图 1-1

5. 并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$,读作“ A 并 B ” (如图 1-2), 即 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

并集的性质: $A \cup A = A$; $A \cup \emptyset = A$; $A \cup B = B \cup A$.

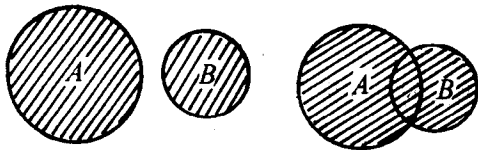


图 1-2

6. 补集

①全集 在研究某些集合与集合之间的关系时,如果这些集合都是某一给定集合的子集,则这个给定的集合叫做全集. 用符号 I 表示. 全集含有所要研究的各个集合的全部元素.

②补集 已知全集 I , $A \subseteq I$, 则由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做集合 A 在 I 中的补集,记作 $C_I A$ (读作“ A 补”),即 $C_I A = \{x \mid x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$. 用图 1-3 表示.

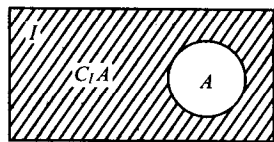


图 1-3

如 $I = R = \{\text{实数}\}$, $Q = \{\text{有理数}\}$, 则 $C_I Q = \{\text{无理数}\}$.

补集的性质: $A \cup C_I A = I$, $A \cap C_I A = \emptyset$; $C_I (C_I A) = A$; $C_I \emptyset = I$; $C_I I = \emptyset$.

四、充要条件

1. 定义 1

若条件 $A \Rightarrow$ 条件 B , 则 A 叫做 B 的充分条件; 而 B 叫做 A 的必要条件.

条件 $A \Rightarrow$ 条件 B , 表示由条件 A 可推导出条件 B .

例 $x > 5 \Rightarrow x > 1$.

那么 $x > 5$ 是 $x > 1$ 的充分条件, 而 $x > 1$ 是 $x > 5$ 的必要条件.

2. 定义 2

条件 $A \Leftrightarrow$ 条件 B , 则称 A 、 B 互为充分必要条件 (简称充要条件).

例 $|x| > 1 \Leftrightarrow x > 1$ 或 $x < -1$.

那么 $|x| > 1$ 是 $x > 1$ 或 $x < -1$ 的充要条件; 而 $x > 1$ 或 $x < -1$ 也是 $|x| > 1$ 的充要条件.

重点提示

1. 了解集合的意义及其表示方法, 了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法; 了解符号 $\subseteq$ 、 $\subsetneq$ 、 $=$ 、 $\in$ 、 $\notin$ 的含义, 并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.

2. 理解充分条件、必要条件、充分必要条件的概念.

难点突破

集合在初等数学中主要起到工具性的作用, 它在数学中有广泛的应用, 如表示不等式的解集、函数的定义域和值域等, 同时也可以表示坐标平面上的点集.

1. 在集合的表示法中要求会用列举法和描述法表示集合. 难点是对用描述法表示的集合应准确无误地理解集合的元素的基本属性, 如集合 $\{x \mid |2x-1| < 3\}$ 表示不等式 $|2x-1| < 3$ 的解集, 集合 $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ 表示坐标平面上的圆 $x^2 + y^2 = 1$ 及其内部的点的集合, 等等.

此外, 还应熟悉常用数集 $\mathbf{N}^*$ (或 $\mathbf{N}_+$)、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 的意义.

2. 空集、子集、交集、并集、全集、补集是集合部分的基本概念, 要了解这些概念, 知道符号 $\emptyset$ 表示空集, $A \subseteq B$ 、 $A \subsetneq B$ 分别表示 A 是 B 的子集、真子集; $A \cap B$ 、 $A \cup B$ 分别表示 A 与 B 的交集、并集; $C_I A$ 表示 I 中子集 A 的补集, 并会用以上符号表示有关集合或集合与集合的运算.

集合与空集的概念、交集与并集的应用以及用描述法表示的集合是难点.

3. 若 $A \Rightarrow B$, 则 A 是 B 成立的充分条件;

若 $A \Leftarrow B$, 则 A 是 B 成立的必要条件;

若 $A \Leftrightarrow B$, 则 A 是 B 成立的充分必要条件.

A 是 B 的充分条件的含义可概括为“有之必然, 无之未必然”.

A 是 B 的必要条件的含义可概括为“无之必不然, 有之未必然”.

A 是 B 的充要条件的含义可概括为“有之必然，反之亦然”。

考题选讲

本单元近年考查过的主要知识点为：集合的表示法；元素与集合的关系；集合与集合的关系；集合的运算；充分条件、必要条件、充分必要条件的判定。主要题型为两个选择题或一个选择题加一个填空题，通常考卷中第一个选择题就是本章内容，其分值在 10 分左右，约占全卷分值的 6%。

例 1. (1999 年考题) 设集合 $M = \{-2, 0, 2\}$, $N = \{0\}$, 则 ().

(A) N 为空集 (B) $N \in M$ (C) $N \subset M$ (D) $M \subset N$

讲解 本题考查的主要内容是集合与集合的关系和表示方法及空集的意义。可以通过观察已知集合 M 、 N 的元素，根据子集和空集的意义考查所给选项的结论是否符合集合 M 与 N 的关系。

答案 (C)

例 2. (2001 年考题) 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $N = \{2, 4, 6\}$, 集合 $T = \{4, 5, 6\}$, 则 $(M \cap T) \cup N$ 是 ().

(A) $\{2, 4, 5, 6\}$

(B) $\{4, 5, 6\}$

(C) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(D) $\{2, 4, 6\}$

讲解 本题主要考查了集合之间的运算。

因为 $M \cap T = \{4, 5\}$, $N = \{2, 4, 6\}$.

所以 $(M \cap T) \cup N = \{2, 4, 5, 6\}$.

答案 (A)

例 3. (2000 年考题) 设 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 3, 4\}$, $N = \{2, 4, 5\}$, 则 $C_I M \cap C_I N =$ ().

(A) $\emptyset$ (B) $\{4\}$ (C) $\{1, 2\}$ (D) $\{2, 5\}$

讲解 本题考查的主要内容是用列举法表示的集合的运算。

由题意，先求出集合 M 的补集 $C_I M = \{2, 5\}$ ，再求出集合 N 的补集 $C_I N = \{1, 3\}$ ，最后求它们的交集 $C_I M \cap C_I N = \emptyset$ 。

答案 (A)

例 4. (2003 年考题) 设集合 $M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, $N = \{(x, y) \mid \frac{x^2}{2} + y^2 \leq 1\}$, 则 M 与 N 的关系为 ().

(A) $M \cup N = M$ (B) $M \cap N = \emptyset$ (C) $N \subsetneq M$ (D) $M \subsetneq N$

讲解 本题主要考查平面上点集与真子集的概念的运用能力。

注意到集合 M 、 N 的元素 (x, y) 表示平面上点的坐标，由解析几何的基本概念知，集合 M 中条件 $x^2 + y^2 \leq 1$ 表示点 (x, y) 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上或在圆内，集合 N 中条件 $\frac{x^2}{2} + y^2 \leq 1$ 表示点 (x, y) 在以 $2\sqrt{2}$ 为长轴，2 为短轴，中心在原点的椭圆上或椭圆内，由于圆 $x^2 + y^2 = 1$ 内含于椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ ，所以 $M \subsetneq N$ 。



答案 (D)

例 5. (2004 年考题) 设甲: $\triangle ABC$ 是等腰三角形

乙: $\triangle ABC$ 是等边三角形, 则 ().

- (A) 甲是乙的充分条件但不是乙的必要条件
- (B) 甲是乙的必要条件但不是乙的充分条件
- (C) 甲是乙的充分必要条件
- (D) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

讲解 本题考查的主要内容是充分、必要条件的判定.

若 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 则它一定是等腰三角形, 即由乙成立能得到甲成立; 反之, 若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 它却不一定是等边三角形, 即由甲成立推不出乙成立. 所以甲是乙的必要条件但不是充分条件.

答案 (B)

例 6. (1999 年考题) 命题甲: $|x| > 3$, 命题乙: $x > 3$, 则 ().

- (A) 甲是乙的充分条件但不是必要条件
- (B) 甲是乙的必要条件但不是充分条件
- (C) 甲是乙的充分必要条件
- (D) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

讲解 本题考查的主要内容是充要条件的判定. 由命题甲: $|x| > 3$ 得到 $x > 3$ 或 $x < -3$, 不一定有命题乙成立.

而由命题乙: $x > 3$ 一定能得到 $|x| > 3$, 即命题甲一定成立.

所以命题甲是乙的必要条件但不是充分条件.

答案 (B)

例 7. (2001 年考题) 若命题甲: 直线 $y = -x + b$ 过原点, 命题乙: $b = 0$, 则甲是乙的 () 条件.

- (A) 充分非必要 (B) 必要非充分 (C) 充分且必要 (D) 非充分非必要

讲解 本题考查主要内容是充分、必要条件的判定.

由直线 $y = -x + b$ 过原点, 可知 $0 = -0 + b$, 即 $b = 0$. 又 $b = 0$ 时, 直线 $y = -x + 0 = -x$, 且 $0 = -0$, 即直线 $y = -x + b$ 过原点. 因而命题甲是命题乙的充分且必要条件.

答案 (C)

例 8. (2003 年考题) 设甲: $k = 1$, 且 $b = 1$, 乙: 直线 $y = kx + b$ 与 $y = x$ 平行, 则 ().

- (A) 甲是乙的必要条件但不是乙的充分条件
- (B) 甲是乙的充分条件但不是乙的必要条件
- (C) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
- (D) 甲是乙的充分必要条件

讲解 本题考查的主要内容是充分、必要条件的判定.

当 $k = 1$ 、 $b = 1$ 时, 直线 $y = kx + b$ 变为 $y = x + 1$, 它与直线 $y = x$ 平行.

但只要 $k = 1$, $b \neq 0$, 直线 $y = kx + b$ 就一定与 $y = x$ 平行.

所以甲是乙的充分条件但不是乙的必要条件.

答案 (B)

对应练习

- 下列关系中, 正确的是 ().
 (A) $\emptyset \cup \{0\} = \emptyset$ (B) $\emptyset \cap \{0\} = \{0\}$
 (C) $0 \in \emptyset$ (D) $0 \in \{0\}$
- 已知集合 $A = \{0, 3\}$, $B = \{0, 3, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$, 则 $(B \cup C) \cap A =$ ().
 (A) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (B) $\emptyset$
 (C) $\{0, 3\}$ (D) $\{0\}$
- 设集合 $M = \{x \mid 1 \leq x < 3\}$, $N = \{x \mid 2 \leq x < 4\}$, 则 $M \cup N =$ ().
 (A) $\{x \mid 1 \leq x < 4\}$ (B) $\{x \mid 2 \leq x < 3\}$
 (C) $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ (D) $\{x \mid 3 \leq x < 4\}$
- 设集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 3\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 (A) $\{x \mid 3 < x \leq 7\}$ (B) $\{x \mid -2 \leq x < 0\}$
 (C) $\{x \mid 0 < x < 3\}$ (D) $\{x \mid -2 \leq x < 0 \text{ 或 } 3 < x \leq 7\}$
- 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $C_U A \cap B =$ ().
 (A) $\emptyset$ (B) U (C) B (D) A
- 设集合 $M = \{-2, 0, 2\}$, $N = \{0\}$, 则 ().
 (A) N 为空集 (B) $N \in M$ (C) $N \subsetneq M$ (D) $M \subsetneq N$
- 已知集合 $A = \{0, 3\}$, $B = \{0, 3, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$, 则 $B \cup (C \cap A) =$ ().
 (A) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (B) $\emptyset$
 (C) $\{0, 3, 4\}$ (D) $\{0\}$
- 设集合 $M = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $N = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$, 则 $M \cup N =$ ().
 (A) $\{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$ (B) $\{x \mid 2 < x < 3\}$
 (C) $\{x \mid -1 < x < 4\}$ (D) $\{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$
- 设集合 $M = \{x \mid -1 \leq x \leq 10\}$, $N = \{x \mid x > 7 \text{ 或 } x < 1\}$, 则 $M \cap N =$ ().
 (A) $\{x \mid 7 < x \leq 10\}$ (B) $\{x \mid -1 \leq x < 1 \text{ 或 } 7 < x \leq 10\}$
 (C) $\{x \mid -1 \leq x < 1\}$ (D) $\{x \mid 1 < x \leq 10\}$
- 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $M = \{1, 3, 5\}$, $N = \{2, 4, 6\}$, 则 $C_U (M \cap N) =$ ().
 (A) $\emptyset$ (B) U (C) N (D) M
- 下列关系中, 正确的是 ().
 (A) $\{0\} = \emptyset$ (B) $\emptyset \in \{0\}$ (C) $\emptyset \subsetneq \{0\}$ (D) $0 \subsetneq \emptyset$
- 设集合 $M = \{(x, y) \mid xy > 0\}$, $N = \{(x, y) \mid x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$, 则 ().
 (A) $M \cup N = M$ (B) $M \cup N = N$ (C) $M \cap N = M$ (D) $M \cap N = \emptyset$

13. 若 $A = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = k + 3, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
14. 若 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{1, 3, 5\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 则 $B =$ _____.
15. 若 $A \subseteq C$, 化简 $(A \cup B) \cup (B \cup C) =$ _____.
16. 若 $M = \{x \mid 2x + a = 0\}$, $P = \{x \mid 1 < x < 4, \text{ 且 } x \in \mathbb{N}_+\}$, 且 $M \cap P$ 为非空集合, 则 $a =$ _____.
17. 若 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
18. 若 $A = \{\text{正数}\}$, $B = \{\text{非负数}\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
19. 若 $A = \{x \mid x > -1\}$, $B = \{x \mid x > -3\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
20. 若 $A = \{x \mid x \geq -2\}$, $B = \{x \mid -1 < x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
21. 若 $A = \{x \mid 1 < x \leq 5\}$, $B = \{\text{小于 } 10 \text{ 的自然数}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
22. 若 $A = \{\text{等边三角形}\}$, $B = \{\text{等腰三角形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
23. 若 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x \mid x > -1\}$, 则 $C_U A =$ _____.
24. 若 $U = \{\text{三角形}\}$, $A = \{\text{直角三角形}\}$, 则 $C_U A =$ _____.
25. 若 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 4, 5\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ _____, $(A \cup B) \cap C =$ _____, $(A \cap B) \cap C =$ _____, $A \cap (B \cup C) =$ _____, $B \cap (A \cup C) =$ _____.
26. 若 $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
27. 在下列各题横线上填写适当的符号 ($\in$, $\notin$, $=$, $\neq$, $\subset$):
- (1) $\emptyset$ _____ $\{a\}$; (2) a _____ $\{a\}$; (3) $\{a\}$ _____ $\{a\}$;
 (4) $\{a\}$ _____ $\{a, b\}$; (5) 6 _____ $\{0, 1, 2\}$; (6) 0.5 _____ $\mathbb{Q}$;
 (7) $\mathbb{R}$ _____ $\mathbb{Q}$; (8) $\mathbb{N}$ _____ $\mathbb{Z}$.
28. 写出集合 $A = \{0, 1, 2\}$ 的所有子集, 并指出其中哪个集合不是集合 A 的真子集.
29. 设集合 $A = \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 4m \pm 1, m \in \mathbb{Z}\}$, 试确定 A 与 B 的关系.

参考答案

1. 由元素与集合的关系知, (C) 不正确; 因为 $\emptyset \cup \{0\} = \{0\}$, 可排除 (A); 因为 $\emptyset \cap \{0\} = \emptyset$, 可排除 (B); 故 (D) 正确, 选 (D).

注意 集合 $\{0\}$ 与空集 $\emptyset$ 的区别.

本题的解答采用的是“排除法”, 由于题目所给的四个选项中只有一个是符合题目要求的, 因此, 若能否定其中的三个选项, 那么剩下的一个选项就是符合题目要求的.

本题也可以由元素与集合的关系, 直接选择 (D).

2. $B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $(B \cup C) \cap A = \{0, 3\}$. 选 (C).

在集合的运算中, 如有小括号应先算小括号内的.

3. 由图 1-4 可见, 属于集合 M 或 N 的所有 x 值为 $1 \leq x < 4$, 则 $M \cup N = \{x \mid 1 \leq x < 4\}$. 选 (A).

4. 由图 1-5 可见, 集合 A 与 B 的公共部分为 $-2 \leq x < 0$ 或 $3 < x \leq 7$, 所以, $A \cap B = \{x \mid -2 \leq x < 0 \text{ 或 } 3 < x \leq 7\}$. 选 (D).

5. 因为 $C_U A = \{2, 4, 6\}$, $C_U A \cap B = \{2, 4, 6\} = B$, 选 (C).

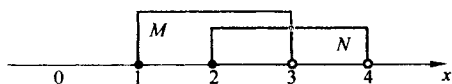


图 1-4

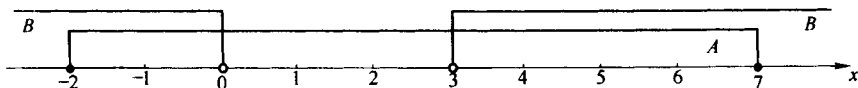


图 1-5

注意集合的运算次序. 如本题先计算 $C_U A$, 再求 $C_U A \cap B$.

6. 符号 “ $\in$ ” 表示元素与集合的关系, 而 M, N 都是集合, 可排除 (B); 集合 N 是含有一个元素零的集合, 不是空集, 所以排除 (A); 由于 N 的元素均在 M 内, 故选 (C).

7. $C \cap A = \{3\}$, $B \cup (C \cap A) = \{0, 3, 4\}$ 选 (C).

8. $M \cup N = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$, 选 (D).

9. $M \cap N = \{x \mid -1 \leq x < 1 \text{ 或 } 7 < x \leq 10\}$, 选 (B).

10. $M \cap N = \emptyset$, 所以 $C_U (M \cap N) = U$, 选 (B).

11. $\{0\}$ 是只含有一个元素 0 的单元集合, 而 $\emptyset$ 是空集, 所以 (A) 不正确; 符号 “ $\in$ ” 用于元素与集合的关系, 故 (B) 也不正确; 因为空集是任何非空集合的真子集, 所以 (C) 正确.

12. M 与 N 都是点的集合.

由 $xy > 0$ 知, 点 (x, y) 的横、纵坐标同号, 集合 $M = \{\text{第一或第三象限的点}\}$;

由 $x > 0$ 且 $y > 0$ 知, 点 (x, y) 的横、纵坐标的值均为正, 集合 $N = \{\text{第一象限的点}\}$.

因此, $M \cup N = M$, 选 (A).

13. A 为奇数集合, 而 B 为整数集合, 则 $A \cap B = A$; $A \cup B = B$.

14. 由 A 及 $A \cap B$ 知, $1, 3, 5 \in B$ 且 $2, 4 \notin B$; 由 A 及 $A \cup B$ 知, $0, 6 \in B$. 故 $B = \{1, 3, 5, 0, 6\}$.

15. 由于 $A \subseteq C$, 所以 $A \cup B \subseteq B \cup C$, 则 $(A \cup B) \cup (B \cup C) = B \cup C$.

16. 由已知, $P = \{2, 3\}$, 把 $x = 2, 3$ 分别代入 $2x + a = 0$ 中, 得 $a = -4$ 或 $a = -6$.

17. $A \cap B = \{2, 4\}$; $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

18. $A \cap B = A$; $A \cup B = B$.

19. $A \cap B = A$; $A \cup B = B$.

20. $A \cap B = B$; $A \cup B = A$.

21. $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$.

22. $A \cap B = A$; $A \cup B = B$.

23. $C_U A = \{x \mid x \leq -1\}$.

24. $C_U A = \{\text{斜三角形}\}$.

25. $(A \cap B) \cup C = \{2, 3, 4, 5\}$; $(A \cup B) \cap C = \{3\}$; $(A \cap B) \cap C = \emptyset$; $A \cap (B \cup C) = \{2\}$; $B \cap (A \cup C) = B$.

26. $A = \{\text{偶数}\}$, $B = \{\text{奇数}\}$, 则 $A \cap B = \emptyset$; $A \cup B = \mathbf{Z}$.

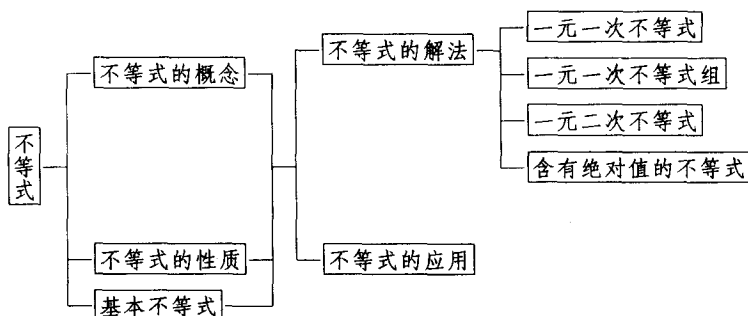
27. (1) $\subsetneq$ (2) $\in$ (3) $=$ (4) $\subsetneq$ (5) $\notin$ (6) $\in$ (7) $\supsetneq$ (8) $\subsetneq$.

28. 集合 A 的所有子集为: $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0, 1, 2\}$ 及 $\emptyset$. 其中 $\{0, 1, 2\}$ 不是集合 A 的真子集.

29. 由于 $A = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$, $B = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$.

所以 $A = B$.

第二单元 不等式和不等式组



一、不等式的概念和性质

1. 不等式

表示不相等关系的式子叫做不等式. 对于任意两个实数 a 与 b , 有 $a - b > 0 \Leftrightarrow a > b$; $a - b = 0 \Leftrightarrow a = b$; $a - b < 0 \Leftrightarrow a < b$.

2. 不等式的性质

- (1) $a > b \Leftrightarrow b < a$,
- (2) $a > b, b > c \Rightarrow a > c$,
- (3) $a > b \Rightarrow a + c > b + c$,
- (4) $a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$,
- (5) $a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc$,
- (6) $a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$,
- (7) $a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd$,
- (8) $a > b > 0, \Rightarrow a^n > b^n$ ($n \in \mathbf{N}$, 且 $n \neq 1$),
- (9) $a > b > 0, \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ ($n \in \mathbf{N}$, 且 $n \geq 2$).

3. 绝对值不等式的性质

- ① $-|a| \leq a \leq |a|$
- ② $|a + b| \leq |a| + |b|$