

● 高等学校教材

# 电路分析基础 (第4版)

下册

李瀚荪



高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS

ISBN 7-04-018471-0



9 787040 184716 >

定价 18.70 元

● 高等学校教材

TN7  
6=4  
:2

# 电路分析基础 (第4版)

下册

李瀚荪



高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS

## 内容提要

《电路分析基础》是一套深受读者好评的教材。在第3版出版十余年后,作者对此书进行了修订。除内容有所调整外,还将原来上、中、下三册的结构改为上、下两册。

《电路分析基础》第4版下册讲授动态电路的相量分析法和 $s$ 域分析法。具体内容有:阻抗和导纳、正弦稳态功率和能量/三相电路、频率响应/多频正弦稳态电路、耦合电感和理想变压器、拉普拉斯变换在电路分析中的应用。

本书可供普通高等学校电子信息、通信工程、电子科学等专业作为教材使用,也可供有关工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

电路分析基础.下册/李瀚荪.—4版.—北京:  
高等教育出版社,2006.5

ISBN 7-04-018471-0

I. 电... II. 李... III. 电路分析-高等学校-教材 IV. TM133

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第027417号

策划编辑 刘激扬 责任编辑 曲文利 封面设计 张志 责任绘图 朱静  
版式设计 胡志萍 责任校对 张颖 责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100011  
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司  
印 刷 天津新华二印刷有限公司

开 本 787×960 1/16  
印 张 16  
字 数 300 000

购书热线 010-58581118  
免费咨询 800-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 1978年7月第1版  
版 次 2006年5月第4版  
印 次 2006年5月第1次印刷  
定 价 18.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究  
物料号 18471-00

# 目 录

## 下 册

<b>第三篇 动态电路的相量分析法和 <math>s</math> 域分析法</b> .....	1
<b>第八章 阻抗和导纳</b> .....	3
§ 8-1 变换方法的概念 .....	4
§ 8-2 复数 .....	5
§ 8-3 振幅相量 .....	8
§ 8-4 相量的线性性质和基尔霍夫定律的相量形式 .....	12
§ 8-5 三种基本电路元件 VCR 的相量形式 .....	16
§ 8-6 VCR 相量形式的统一——阻抗和导纳的引入 .....	23
§ 8-7 正弦稳态电路与电阻电路分析方法的类比——相量模型的引入 .....	25
§ 8-8 正弦稳态混联电路的分析 .....	32
§ 8-9 相量模型的网孔分析和节点分析 .....	36
§ 8-10 相量模型的等效 .....	39
§ 8-11 有效值 有效值相量 .....	44
§ 8-12 两类特殊问题 相量图法 .....	48
习题 .....	54
<b>第九章 正弦稳态功率和能量 三相电路</b> .....	65
§ 9-1 基本概念 .....	65
§ 9-2 电阻的平均功率 .....	67
§ 9-3 电感、电容的平均储能 .....	69
§ 9-4 单口网络的平均功率 .....	75
§ 9-5 单口网络的无功功率 .....	82
§ 9-6 复功率 复功率守恒 .....	86
§ 9-7 正弦稳态最大功率传递定理 .....	90
§ 9-8 三相电路 .....	93
习题 .....	105
<b>第十章 频率响应 多频正弦稳态电路</b> .....	111

§ 10-1	基本概念 .....	111
§ 10-2	再论阻抗和导纳 .....	113
§ 10-3	正弦稳态网络函数 .....	118
§ 10-4	正弦稳态的叠加 .....	121
§ 10-5	平均功率的叠加 .....	130
§ 10-6	<i>RLC</i> 电路的谐振 .....	134
	习题 .....	143
<b>第十一章</b>	<b>耦合电感和理想变压器</b> .....	<b>148</b>
§ 11-1	基本概念 .....	148
§ 11-2	耦合电感的 VCR 耦合系数 .....	152
§ 11-3	空心变压器电路的分析 反映阻抗 .....	158
§ 11-4	耦合电感的去耦等效电路 .....	165
§ 11-5	理想变压器的 VCR .....	167
§ 11-6	理想变压器的阻抗变换性质 .....	169
§ 11-7	理想变压器的实现 .....	173
§ 11-8	铁心变压器的模型 .....	175
	习题 .....	181
<b>第十二章</b>	<b>拉普拉斯变换在电路分析中的应用</b> .....	<b>187</b>
§ 12-1	拉普拉斯变换及其几个基本性质 .....	187
§ 12-2	反拉普拉斯变换——赫维赛德展开定理 .....	195
§ 12-3	零状态分析 .....	200
§ 12-4	网络函数和冲激响应 .....	203
§ 12-5	线性时不变电路的叠加公式 .....	208
	习题 .....	212
<b>附录 A</b>	<b>复习、检查用题</b> .....	<b>217</b>
<b>附录 B</b>	<b>复习大纲</b> .....	<b>225</b>
	<b>部分习题答案(下册)</b> .....	<b>238</b>
	<b>索引</b> .....	<b>246</b>
	<b>结束语</b> .....	<b>251</b>

## 第三篇

# 动态电路的相量分析法 和 $s$ 域分析法

“你能记住任何一则新信息,如果它与你已知或已经记住的有联系。”

——珍妮特·沃斯等《学习的革命》第 146 页  
上海三联书店(1998 年译本)





## 第八章

# 阻抗和导纳

第三篇转入动态电路的变换(域)分析,这类方法题材广泛,内容丰富。本书只涉及其中的相量分析法和 $s$ 域(复频率域)分析法<sup>①</sup>。在“信号及系统”和其他有关课程中将会学到更多的变换方法。

引入“变换”的思路,并体会到它带来的巨大好处是本篇的主旨。在第六章中,我们曾求解过简单电路的正弦稳态问题,当时是用待定系数法求解电路微分方程的特解得出答案的,即便电路很简单,也感到很麻烦。当把时间 $t$ 的正弦函数变换为相应的复数(相量)后,解微分方程特解的问题就可以简化为解代数方程的问题,且可运用电阻电路的分析方法来处理正弦稳态分析问题,这就需要引入阻抗和导纳这两个相量分析中的重要参数,它们是本章的核心内容。

本章分为两部分。第一部分在引入阻抗、导纳的基础上,再引入相量模型,强调类比运用已很熟悉的电阻电路解法。此时可明确正弦稳态电路分析问题的一般特征,即建立起既要求解未知量的振幅又要求解其初相的概念<sup>②</sup>,认识到使用复数的必要性,“一个顶俩”,一次完成求解任务。这一部分的重点在求解电压、电流的瞬时值问题,目标单纯。这样也能为电子信息技术所需的多频正弦稳态电路分析奠定基础。第二部分则为学习有一定应用价值的只求有效值(或振幅)和只求相位的两类特殊问题,由此引入相量法中除解析法外的另一“子方法”——相量图法。有了第一部分中得到的体会,就能正确处理这两类问题。求解的对象虽只是有效值,却不能脱离相位关系;求解的对象虽只是相位关系,却也离不开有效值间大小的影响。

这两部分是学习正弦稳态分析相量法必须具备的内容,奠定了正弦稳态分析的基础。

然而,正弦稳态电路也有它的特殊性,简单的类比不能解决正弦稳态分析的所有问题。单一频率的正弦稳态功率、能量的分析,多频正弦稳态电路的分析和含电感电压电路的分析就是随后要解决的三个问题。问题的关键在于如何继续使用相量法。本篇的第九、十、十一章分别涉及这三个问题。

① 即拉普拉斯变换分析法,见第十二章。

② 思考题6-12。

以上所述便是本书为读者学习正弦稳态电路分析提供的一个进程表。

## § 8-1 变换方法的概念

科学技术领域常使用变换方法,虽然有些方法在提出之初并未意识到它也属这一范畴。所有变换方法的基本思路都如图 8-1 所示,均可分为三个步骤,即:

- (1) 把原来的问题变换为一个较容易处理的问题。
- (2) 在变换域中求解问题。
- (3) 把变换域中求得的解答反变换为原来问题的解答。

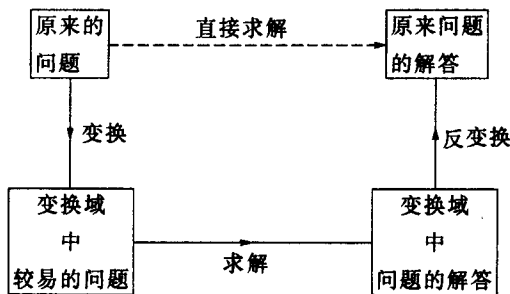


图 8-1 变换方法的思路

图 8-1 中,三个实线箭头依次表明了这三个步骤。

读者实际上早已遇到过运用变换思路来求解问题的例子。例如,求解满足方程式

$$x^{2.35} = 5 \quad (8-1)$$

的实数  $x$  问题。直接求解是很困难的,如果对(8-1)式的两端取对数后再做,求解就很容易。取对数后,得

$$2.35 \lg x = \lg 5 \quad (8-2)$$

因此

$$\lg x = \frac{\lg 5}{2.35} \approx \frac{0.6989}{2.35} \approx 0.2974 \quad (8-3)$$

解得

$$x = \lg^{-1} 0.2974 \approx 1.983 \quad (8-4)$$

借助对数表就能顺利地进行解算。

上述计算过程大家并不陌生。实际上,它就是一种变换方法,对照图 8-1,这一计算过程如图 8-2 所示。

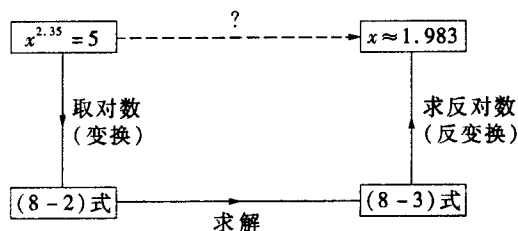


图 8-2 运用对数求解问题

(8-2)式可看作是(8-1)式的变换式,变换不仅改变了数值( $\lg 5$ 当然与5不同)还改变了数值间的运算方式。(8-1)式左端的指数运算变换成(8-2)式左端的乘法运算。求解(8-2)式并不困难。借助对数表,其结果如(8-3)式所示。但这一结果还是“变换域中的解答”,并非就是我们所要的结果。为得到这一结果,还需进行反变换,即对(8-3)式两端取反对数,最后得出解答。

## § 8-2 复 数

在相量分析法中,需运用复数。为此,需对复数及其四则运算加以复习。

设  $A$  为一复数,  $a_1$  及  $a_2$  分别为其实部及虚部,则

$$A = a_1 + ja_2 \quad (8-5)$$

其中  $j = \sqrt{-1}$ , 为虚数单位。(8-5)式的右端称为复数  $A$  的直角坐标形式。在实际应用中,有时只要保留复数的实部或虚部而不计另一部,遇到这种情况时,可采用  $\text{Re}$  和  $\text{Im}$  两种记号<sup>①</sup>。如果把  $\text{Re}$  写于一复数的左边就表示只取这复数的实部,即

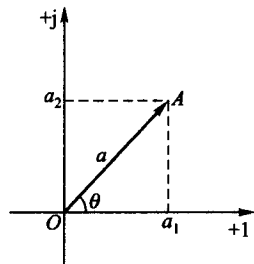
$$\text{Re } A = \text{Re}(a_1 + ja_2) = a_1$$

同理

$$\text{Im } A = \text{Im}(a_1 + ja_2) = a_2$$

$\text{Re}$  和  $\text{Im}$  可以理解成一种“算子”,复数受到它们的运算后即分别得出该复数的实部和虚部。应该注意,所谓虚部是指  $a_2$  而不是指  $ja_2$ 。

复数  $A$  在复平面上可以用有方向的线段来表示。在原点  $O$  与点  $A$  之间连一直线。把这直线的长度记作  $a$ ,称为复数  $A$  的模,模总是取正值。在这直线  $A$  端加上箭头,把它和实轴正方向的夹角记为  $\theta$ ,称为复数  $A$  的辐角。这样,复数  $A$  在复平面上就可以用有向线段来表示,也就是说用模  $a$  和辐角  $\theta$  来表示,如图 8-3 所示。根据这一表示方式,可以得到复数的另一形式

图 8-3 复数  $A$  的模和辐角

<sup>①</sup>  $\text{Re}$  是 real part(实部)的头两个字母; $\text{Im}$  是 imaginary part(虚部)的头两个字母。

$$\begin{aligned} A &= a \cos \theta + j a \sin \theta \\ &= a (\cos \theta + j \sin \theta) \end{aligned} \quad (8-6)$$

又根据欧拉 (Euler) 恒等式

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

(8-6)式可进一步写为

$$A = a e^{j\theta} \quad (8-7)$$

上式的右端是复数的另一种形式,称为复数  $A$  的极坐标形式。它也是用模  $a$  和辐角  $\theta$  来表示一个复数的。在工程上,常把(8-7)式简写为

$$A = a \angle \theta \quad (8-8)$$

可读为“ $a$  在一个角度  $\theta$ ”。

运用复数计算正弦交流电路时,常常需要进行直角坐标形式和极坐标形式之间的相互转换。某些型号的电子计算器可以直接进行两种形式的互换运算,应尽量利用。

有关复数的四则运算分别叙述如下:

### 1. 相等

若两复数的实部和虚部分别相等,则这两复数相等。例如:若  $a_1 = \operatorname{Re} A$ 、 $b_1 = \operatorname{Re} B$ 、 $a_2 = \operatorname{Im} A$ 、 $b_2 = \operatorname{Im} B$ ,且

$$a_1 = b_1, a_2 = b_2$$

则

$$A = B$$

当复数表示为极坐标形式,若它们的模相等,辐角相等,则这两复数相等。

### 2. 加减运算

几个复数的相加或相减就是把它们的实部和虚部分别相加或相减。例如:

若  
则

$$\begin{aligned} A &= a_1 + j a_2 \quad B = b_1 + j b_2 \\ A \pm B &= (a_1 + j a_2) \pm (b_1 + j b_2) \\ &= (a_1 \pm b_1) + j(a_2 \pm b_2) \end{aligned}$$

因此,复数的加、减运算必须用直角坐标形式进行。

复数的加减运算也可以在复平面上用图形来表示(几何意义)。

设有两复数  $A = a_1 + j a_2$  和  $B = b_1 + j b_2$ ,在复平面上复数  $A$  可以用点  $A$  或有向线段  $\overline{OA}$  来表示,复数  $B$  也可作类似的表示,如图 8-4 所示。设  $\overline{OC}$  为以  $\overline{OA}$  及  $\overline{OB}$  为边的平行四边形的对角线,并设点  $C$  所代表的复数为  $C$ ,则由图显然可见:复数  $C$  的实部为  $a_1 + b_1$ ,虚部为  $a_2 + b_2$ 。即

$$C = (a_1 + b_1) + j(a_2 + b_2)$$

而根据复数相加的法则可知

$$A + B = a_1 + j a_2 + b_1 + j b_2 = (a_1 + b_1) + j(a_2 + b_2) = C$$

因此,求两复数之和的运算在复平面上是符合平行四边形求和法则的。这是表明复数之和的一种很方便的方法,以后经常用到。图 8-5 表明两复数相减在复平面上的图示。

图 8-4 和图 8-5 所示的复数相加和相减的运算法则和  $xy$  平面上向量相加、减的运算法则完全相同,但乘除运算却并非如此,向量代数和复数代数之间的相似性只限于相加法则。

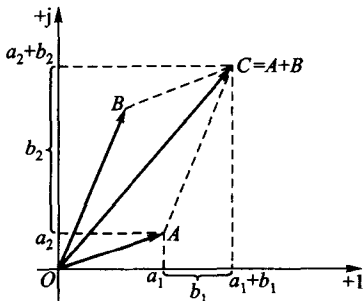


图 8-4 复数相加的图示

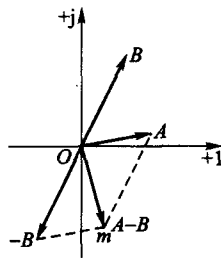


图 8-5 复数相减的图示

### 3. 乘法运算

设复数  $A = a_1 + ja_2, B = b_1 + jb_2$ , 则

$$\begin{aligned} A \cdot B &= (a_1 + ja_2)(b_1 + jb_2) \\ &= a_1b_1 + ja_2b_1 + ja_1b_2 + j^2a_2b_2 \\ &= (a_1b_1 - a_2b_2) + j(a_2b_1 + a_1b_2) \end{aligned}$$

这里用到了  $j^2 = -1$  这一关系。在复数的乘法运算中,有时还需用到  $j^3 = -j, j^4 = 1$  等关系。

如果复数用极坐标形式表示,例如  $A = a \angle \theta_a, B = b \angle \theta_b$ , 则

$$\begin{aligned} A \cdot B &= ae^{j\theta_a} \cdot be^{j\theta_b} = a \cdot be^{j\theta_a} \cdot e^{j\theta_b} \\ &= abe^{j(\theta_a + \theta_b)} = ab \angle \theta_a + \theta_b \end{aligned}$$

即复数相乘时,其模相乘,其辐角相加。

### 4. 除法运算

设复数  $A = a_1 + ja_2, B = b_1 + jb_2$  则

$$\frac{A}{B} = \frac{a_1 + ja_2}{b_1 + jb_2}$$

为使分母有理化,必须把分子和分母同乘以分母的共轭复数。若两个复数实部相等,虚部的数值相等,但符号相反,则这两个复数就称为共轭 (conjugate) 复数。因此得

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{(a_1 + ja_2)(b_1 - jb_2)}{(b_1 + jb_2)(b_1 - jb_2)} = \frac{(a_1b_1 + a_2b_2) + j(a_2b_1 - a_1b_2)}{b_1^2 + b_2^2} \\ &= \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{b_1^2 + b_2^2} + j \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{b_1^2 + b_2^2} \end{aligned}$$

如果复数用极坐标形式表示,例如  $A = a \angle \theta_a, B = b \angle \theta_b$ , 则

$$\frac{A}{B} = \frac{ae^{j\theta_a}}{be^{j\theta_b}} = \frac{a}{b} e^{j(\theta_a - \theta_b)} = \frac{a}{b} \angle \theta_a - \theta_b$$

即复数相除时,其模相除,其辐角相减。

一般来说,复数的乘、除运算用极坐标形式进行较为简便,在进行理论分析、公式推导时往往需要用直角坐标形式来进行乘除运算。

**例 8-1** 已知  $A = 6 + j8 = 10 \angle 53.1^\circ, B = -4.33 + j2.5 = 5 \angle 150^\circ$ 。试计算  $A + B, A -$

$B$ 、 $A \cdot B$  和  $A/B$ 。

$$\text{解 } A + B = 6 + j8 - 4.33 + j2.5 = 1.67 + j10.5$$

$$A - B = 6 + j8 + 4.33 - j2.5 = 10.33 + j5.5$$

$$\begin{aligned} A \cdot B &= (10 \angle 53.1^\circ)(5 \angle 150^\circ) = 50 \angle 203.1^\circ \\ &= 50 \angle -156.9^\circ \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} A \cdot B &= (6 + j8)(-4.33 + j2.5) = -26 - 20 - j34.6 + j15 \\ &= -46 - j19.6 = 50 \angle -156.9^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{10 \angle 53.1^\circ}{5 \angle 150^\circ} = 2 \angle 53.1^\circ - 150^\circ = 2 \angle -96.9^\circ$$

或

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{6 + j8}{-4.33 + j2.5} = \frac{(6 + j8)(-4.33 - j2.5)}{4.33^2 + 2.5^2} \\ &= \frac{-26 + 20 - j34.6 - j15}{18.8 + 6.25} \\ &= \frac{-6 - j49.6}{25.05} = -0.24 - j1.97 = 2 \angle -96.9^\circ \end{aligned}$$

### 练习题

8-1 (1) 把下列复数化为直角坐标形式:

$$5 \angle 30^\circ, 5 \angle 150^\circ, 5 \angle -150^\circ, 5 \angle -30^\circ, 10 \angle 240^\circ, 2 \angle 90^\circ, 2 \angle -90^\circ \text{ 及 } 2 \angle 180^\circ.$$

(2) 把下列复数化为极坐标形式:

$$1 + j1, 1 + j10, 1 - j1, -1 - j1, -1 + j1, j4, -j4, 3 \text{ 及 } -3.$$

8-2 设  $A = 3 + j4$ 、 $B = 10 \angle 60^\circ$ , 试计算  $A + B$ 、 $A \cdot B$  及  $A/B$ 。

$$(8 + j12.66; 50 \angle 113^\circ; 0.5 \angle -6.9^\circ)$$

8-3 若  $K$  为复数, 且  $\text{Re } K = 17$  及  $\text{Re}[( -3 + j6)K] = 4$ , 试求  $K$ 。

## § 8-3 振幅相量

时间  $t$  的正弦函数已在第六章(6-42)式提到, 以正弦电压为例, 可表示为

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \psi) = U_m \cos(2\pi f t + \psi) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \psi\right)$$

其中振幅  $U_m$ , 角频率  $\omega$  (或频率  $f$ , 或周期  $T$ ) 和初相  $\psi$  称为正弦波的特特征。

正弦激励下电路的稳定状态称为正弦稳态, 已如 § 6-8 中所述。

不论在实际应用中还是在理论分析中, 正弦稳态分析都是极其重要的。许多电气设备的设计、性能指标就是按正弦稳态来考虑的, 例如, 在设计高保真度音频放大器时, 就要求它对输入的正弦信号能够“忠实地”再现并加以放大。又

如,在电力系统中,大多数的问题也都可以用正弦稳态分析来解决。以后还会知道,如果掌握了线性、时不变电路的正弦稳态响应,那么,从理论上说,便掌握了它对任何信号的响应。

由于在正弦稳态电路中,各个电压、电流响应与激励均为同频率的正弦波,在已知频率的情况下,正弦波的三特征降为两个特征,从而利用欧拉恒等式,可把给定  $\omega$  的正弦函数变换为复平面上的相量(phasor)。相量分析法是一种专用以分析正弦稳态电路的变换方法。

欧拉恒等式

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j\sin \theta$$

式中  $\theta$  为一实数(单位为弧度),可以把这一公式推广到  $\theta$  为  $t$  的实函数的情况,如

$$\theta = \omega t$$

其中  $\omega$  为常量,单位为 rad/s。这样便得到

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t) \quad (8-9)$$

这一公式把一个实变数的复指数函数和两个实变数  $t$  的正弦函数相联系,这样就可以把时间  $t$  的正弦函数变换为复数。由上式可得

$$\cos(\omega t) = \operatorname{Re}(e^{j\omega t})$$

$$\sin(\omega t) = \operatorname{Im}(e^{j\omega t})$$

因此,设正弦电压为

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \psi)$$

就可以把它写为

$$\begin{aligned} u(t) &= \operatorname{Re}[U_m e^{j(\omega t + \psi)}] = \operatorname{Re}(U_m e^{j\psi} e^{j\omega t}) \\ &= \operatorname{Re}[\dot{U}_m e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}(\dot{U}_m \angle \omega t) \end{aligned} \quad (8-10)$$

其中

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi} = U_m \angle \psi \quad (8-11)$$

是一个与时间无关的复值常数,其模为该正弦电压的振幅,辐角为该正弦电压的初相。这一复值常数包含振幅和初相两种信息,称为电压振幅相量,同样也有电流振幅相量  $\dot{I}_m$ 。振幅相量只是一个复数,但它具有特殊的意义,它是代表一个正弦波的,为了与一般复数有所区别,在这相量的字母上端需加一点,如以上所示。

变换简单易行。例如,已知

$$u(t) = 100 \cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$$

则由(8-11)式可得该电压的振幅相量为

$$\dot{U}_m = 100 \angle 60^\circ \text{ V}$$

相反,如已知

$$\dot{I}_m = 5 \angle 30^\circ \text{ A}$$

且已知  $\omega = 314 \text{ rad/s}$ , 则对应的正弦电流为

$$i(t) = 5 \cos(314t + 30^\circ) \text{ A}$$

初学者常易在  $u(t)$  与  $\dot{U}_m$ 、 $i(t)$  与  $\dot{I}_m$  间画等号, 这是错误的。振幅相量是正弦波的变换式, 并非正弦波本身, 这就好比 § 8-1 中 5 与  $\lg 5$  间不能画等号是一样的。以电压为例, 振幅相量及其所对应的正弦波之间的完整关系由 (8-10) 式表明。这一关系可用双箭头“ $\longleftrightarrow$ ”符号表示。也就是说, 若

$$\dot{U}_m \longleftrightarrow u(t)$$

则

$$u(t) = \text{Re}(\dot{U}_m \angle \omega t)$$

时间  $t$  的正弦函数属时域, 振幅相量属复数域, 给定频率的正弦时间函数和复数(振幅相量)之间有着——的对应关系。在不致引起混淆时, “振幅相量”可简称为“相量”<sup>①</sup>。

作为一个复数, 相量在复平面上可用有向线段表示, 如图 8-6 所示。相量在复平面上的图示称为相量图。

相量与  $e^{j\omega t}$  的乘积则是时间  $t$  的复值函数, 在复平面上可用以恒定角速度  $\omega$  逆时针方向旋转的相量表示。这是因为这一乘积的辐角  $(\psi + \omega t)$  并非常量而是随时间的增长而增长的。其角速度为

$$\frac{d}{dt}(\psi + \omega t) = \omega$$

**例 8-2** 若  $i_1(t) = 5 \cos(314t + 60^\circ) \text{ A}$ ,  $i_2(t) = -10 \sin(314t + 60^\circ) \text{ A}$ ,  $i_3(t) = -4 \cos(314t + 60^\circ) \text{ A}$ 。试写出代表这三个正弦电流的各振幅相量, 并绘相量图。

解 (1)  $i_1(t) = 5 \cos(314t + 60^\circ) \text{ A}$

代表电流  $i_1$  的相量为

$$\dot{I}_{1m} = 5 \angle 60^\circ = (2.5 + j4.34) \text{ A}$$

这一相量是根据正弦波的振幅和初相直接写出的。

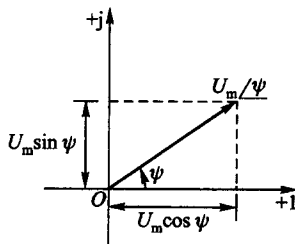


图 8-6 电压相量图

<sup>①</sup> 这里是指以后还会遇到的有效值相量(§ 8-11), 国内习惯把它简称为相量。



$$(2) i_2(t) = -10\sin(314t + 60^\circ) \text{ A} \\ = 10\cos(314t + 60^\circ + 90^\circ) \text{ A}$$

从上式可直接写出代表  $i_2$  的相量为

$$\dot{I}_{2m} = 10 \angle 150^\circ \text{ A}$$

应注意:本书是用  $1 \angle 0^\circ$  代表  $\cos(\omega t)$  的,因此,以  $\sin$  函数表示的正弦电流应化为以  $\cos$  函数表示,然后再写相量。如用  $1 \angle 0^\circ$  代表  $\sin(\omega t)$  当然也是可以的,相应地,  $i_2$  的相量为  $-10 \angle 60^\circ$ ,但在同一问题中不允许采用两种标准。

$$(3) i_3(t) = -4\cos(314t + 60^\circ) \text{ A} \\ = 4\cos(314t + 60^\circ + 180^\circ) \text{ A} = 4\cos(314t - 120^\circ) \text{ A}$$

故得代表  $i_3$  的相量为

$$\dot{I}_{3m} = 4 \angle -120^\circ \text{ A}$$

这三个电流的相量图如图 8-7 所示。如考虑它们的相量以逆时针方向旋转,则由于它们是同频率的,各相量间的夹角在任何瞬间都是不变的,因此,从这张静止的相量图就能了解这三个电流彼此的相位关系。结合旋转方向就可判定相量间的超前或滞后的关系。例如,由相量图便可确定  $i_2$  超前  $i_1$  的角度为  $150^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ 。

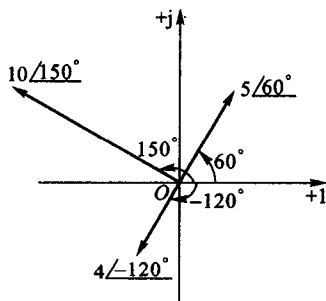


图 8-7 例 8-2

**例 8-3** 已知振幅相量  $\dot{U}_{1m} = 50 \angle -30^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{U}_{2m} = 100 \angle 150^\circ \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ , 试写出它们所代表的正弦电压。

**解**  $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 \text{ rad/s} = 100\pi \text{ rad/s}$

本书采用  $\cos$  函数表示正弦波,  $u_1(t)$  可根据所给振幅相量直接写出。振幅相量提供振幅及初相的数据,故得

$$u_1(t) = 50\cos(100\pi t - 30^\circ) \text{ V}$$

同理,得

$$u_2(t) = 100\cos(100\pi t + 150^\circ) \text{ V}$$

### 练习题

**8-4** (1) 求代表下列正弦波的振幅相量[以  $1 \angle 0^\circ$  代表  $\cos(\omega t)$ ], 并绘出相量图:

(a)  $5\sin(\omega t + 30^\circ)$ ; (b)  $-8\cos(\omega t - 45^\circ)$ ; (c)  $-6\sin(\omega t - 120^\circ)$ 。

(2) 重复上题,但用  $1 \angle 0^\circ$  代表  $\sin(\omega t)$ 。这两题所绘相量图有什么不同?