21世纪高职高专规划教材

计算机基础教育系列

计算机数学

周忠荣 编著

清华大学出版社

21世纪高职高专规划教材

计算机基础教育系列

计算机数学

周忠荣 编著

清华大学出版社
北京

内容简介

本书是为高职高专院校计算机类各专业开设“计算机数学”课程编写的。本书遵循高职教育突出“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则，根据计算机类各专业的需要选择内容、把握尺度，尽可能将数学知识和计算机类的专业问题相结合，尤其适合较少学时的教学需要。

本书包括一元微积分、线性代数、概率与统计、离散数学（集合论、数理逻辑、图）等方面的基础知识。书末附有习题答案和参考文献。

本书数学概念准确，并运用典型实例和图形说明数学概念和基本方法，尽可能联系数学知识在计算机领域的实际应用。本书既可作为高职高专院校计算机类各专业的教材，也可作为工程技术人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

计算机数学/周忠荣编著. —北京：清华大学出版社，2006.8
（21世纪高职高专规划教材. 计算机基础教育系列）
ISBN 7-302-13130-9

Ⅰ. 计…　Ⅱ. 周…　Ⅲ. 电子计算机—数学基础—高等学校：技术学校—教材　Ⅳ. TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 057186 号

出 版 者：清华大学出版社　　**地　　址**：北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**客户服务**：010-62776969
组稿编辑：谢　琛
文稿编辑：宋　方
印 装 者：北京鑫海金澳胶印有限公司
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　　本：185×230　**印张**：13.75　**字数**：278 千字
版　　次：2006 年 8 月第 1 版　2006 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-302-13130-9/TP · 8306
印　　数：1～5000
定　　价：20.00 元

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，担负着为国家培养并输送生产、建设、管理、服务第一线高素质技术应用型人才的重任。

进入21世纪后，高职高专教育的改革和发展呈现出前所未有的发展势头，学生规模已占我国高等教育的半壁江山，成为我国高等教育的一支重要的生力军；办学理念上，"以就业为导向"成为高等职业教育改革与发展的主旋律。近两年来，教育部召开了三次产学研交流会，并启动四个专业的"国家技能型紧缺人才培养项目"，同时成立了35所示范性软件职业技术学院，进行两年制教学改革试点。这些举措都表明国家正在推动高职高专教育进行深层次的重大改革，向培养生产、服务第一线真正需要的应用型人才的方向发展。

为了顺应当前我国高职高专教育的发展形势，配合高职高专院校的教学改革和教材建设，进一步提高我国高职高专教育教材质量，在教育部的指导下，清华大学出版社组织出版了"21世纪高职高专规划教材"。

为推动规划教材的建设，清华大学出版社组织并成立了"高职高专教育教材编审委员会"，旨在对清华版的全国性高职高专教材及教材选题进行评审，并向清华大学出版社推荐各院校办学特色鲜明、内容质量优秀的教材选题。教材选题由个人或各院校推荐，经编审委员会认真评审，最后由清华大学出版社出版。编审委员会的成员皆来源于教改成效大、办学特色鲜明、师资实力强的高职高专院校、普通高校以及著名企业，教材的编写者和审定者都是从事高职高专教育第一线的骨干教师和专家。

编审委员会根据教育部最新文件和政策，规划教材体系，比如部分专业的两年制教材；"以就业为导向"，以"专业技能体系"为主，突出人才培养的实践性、应用性的原则，重新组织系列课程的教材结构，整合课程体系；按照教育部制定的"高职高专教育基础课程教学基本要求"，教材的基础理论以"必要、够用"为度，突出基础理论的应用和实践技能的培养。

本套规划教材的编写原则如下：

(1) 根据岗位群设置教材系列，并成立系列教材编审委员会；

(2) 由编审委员会规划教材、评审教材；

(3) 重点课程进行立体化建设，突出案例式教学体系，加强实训教材的出版，完善教学服务体系；

(4) 教材编写者由具有丰富教学经验和多年实践经历的教师共同组成，建立"双师

型"编者体系。

本套规划教材涵盖了公共基础课、计算机、电子信息、机械、经济管理以及服务等大类的主要课程,包括专业基础课和专业主干课。目前已经规划的教材系列名称如下:

- **公共基础课**

公共基础课系列

- **计算机类**

计算机基础教育系列
计算机专业基础系列
计算机应用系列
网络专业系列
软件专业系列
电子商务专业系列

- **电子信息类**

电子信息基础系列
微电子技术系列
通信技术系列
电气、自动化、应用电子技术系列

- **机械类**

机械基础系列
机械设计与制造专业系列
数控技术系列
模具设计与制造系列

- **经济管理类**

经济管理基础系列
市场营销系列
财务会计系列
企业管理系列
物流管理系列
财政金融系列
国际商务系列

- **服务类**

艺术设计系列

本套规划教材的系列名称根据学科基础和岗位群方向设置,为各高职高专院校提供"自助餐"形式的教材。各院校在选择课程需要的教材时,专业课程可以根据岗位群选择系列;专业基础课程可以根据学科方向选择各类的基础课系列。例如,数控技术方向的专业课程可以在"数控技术系列"选择;数控技术专业需要的基础课程,属于计算机类课程的可以在"计算机基础教育系列"和"计算机应用系列"选择,属于机械类课程的可以在"机械基础系列"选择,属于电子信息类课程的可以在"电子信息基础系列"选择。依此类推。

为方便教师授课和学生学习,清华大学出版社正在建设本套教材的教学服务体系。本套教材先期选择重点课程和专业主干课程,进行立体化教材建设:加强多媒体教学课件或电子教案、素材库、学习盘、学习指导书等形式的制作和出版,开发网络课程。学校在选用教材时,可通过邮件或电话与我们联系获取相关服务,并通过与各院校的密切交流,使其日臻完善。

高职高专教育正处于新一轮改革时期,从专业设置、课程体系建设到教材编写,依然是新课题。希望各高职高专院校在教学实践中积极提出意见和建议,并向我们推荐优秀选题。反馈意见请发送到 E-mail:gzgz@tup.tsinghua.edu.cn。清华大学出版社将对已出版的教材不断地修订、完善,提高教材质量,完善教材服务体系,为我国的高职高专教育出版优秀的高质量的教材。

高职高专教育教材编审委员会

前 言

高职高专院校的计算机系各专业都需要一定的数学知识，包括一元微积分、线性代数、概率论、离散数学等方面的内容。根据高职高专教育的培养目标，不可能给数学课程安排较多的学时。因此，将这些数学知识整合为计算机数学一门课是恰当的。

2001 年以来，陆续出版了一些计算机数学方面的教材。或许是因为各专业对数学知识有不同的要求，已经出版的不同版本的计算机数学教材不仅包含的数学分支内容不尽相同，而且各部分的广度差别较大，难度有显著区别。诚然，各种版本《计算机数学》的编者都为计算机数学的教学做出了有益的探索和贡献。本教材就是在已出版的同类教材的基础上继续进行的探索。所以，在此对这些作者表示真诚的感谢。

高职高专院校的专科与普通高校的本科培养目标不同。计算机系各专业(包括不同的高职高专院校间和同一所院校)对数学知识的要求不尽相同，有的差别还较大。因此，编写一本完全适合各专业需要的《计算机数学》几乎是不可能的。本教材作者对计算机系各专业所需数学知识进行了广泛的调查，对高职高专院校学生的数学基础和认知能力比较了解。在此基础上确定了本教材的下列编写原则：

(1) 根据计算机系各专业对数学知识的基本要求确定内容以及广度和深度。

本教材中，线性代数、集合论、数理逻辑是重点；概率论和图论只作一般要求；一元微积分仅作简单介绍。每个分支，包括重点分支，都严格确定其广度和深度。凡是要求学生掌握的知识则一定讲透彻，不要求掌握的知识则一定不涉及。

为了满足对数学知识有较高要求的部分学生的需要，本教材在满足最基本要求的基础上编入了一些拓宽的内容。不同的专业有不同的要求，教师应根据实际需要选定讲授内容。

正如本教材书名所体现的，高职高专院校的专科生所需的数学知识，无论哪个分支，都只是该分支最基本的内容。因此，每一章本应该是“……基础”或“……初步”。为了避免累赘，本教材各章的标题一概省略“基础”或“初步”字样。

(2) 便于专科学生阅读理解。

针对专科学生的实际水平和认知能力，本教材采取了以下一些措施帮助阅读理解：

①尽可能先通过实例提出问题，再介绍有关定义、定理和概念；或者随后补充实例对有关概念的各个方面进行补充说明。②对较难理解的概念，充分利用图形、图像和通俗的文字予以说明。③弱化定理的证明和公式的推导；但对基本概念和重要公式、解题方法，则不惜篇幅，叙述清楚。

本教材力求做到：深入浅出、概念准确、知识结构完整。

(3) 所授内容尽量与专业知识相结合。

尽可能在各章节介绍与计算机专业相关的实例，编写与计算机专业有关的例题和习题，使数学亲近专业，突出培养学生运用数学知识解决有关计算机专业实际问题的能力。

本教材的前 3 章中采用了周忠荣主编、清华大学出版社出版的《应用数学》中的有关内容，特此说明。

为了便于读者理解和注意，本教材使用了一些特殊的表达方式：

(1) 重要数学名词都在第一次出现时以黑体字标出，如：**集合**。

(2) 重要的问题以**【说明】**的方式给出。

(3) 定理、推论、说明和重要概念都用楷体字表述。如：*一个关系可以既不是对称的，也不是反对称的*。

本教材的编写得到了广州大学华软软件学院邹婉玲副院长、徐祥副院长的全力支持。基础部主任林伟初副教授、各系领导和多位专业老师、数学教研室全体老师对教材的框架结构、各章节的内容安排提出了许多宝贵意见。林伟初副教授、数学教研室多位老师提供了许多资料并对初稿提出修改意见。黎永浩老师绘制了大部分插图。作者对他们表示感谢。

黎银华老师对书稿的结构、各章的内容安排提出了许多宝贵意见，对初稿作了许多修改，并认真演算了初稿的例题，是本书实际上的第二作者。

作者在主观上期望本教材能得到广大教师和学生的欢迎，对计算机数学课程的改革做点贡献。本教材虽经多次修改，但因编写时间紧迫、编者水平有限，书中疏漏、差错难免，恳请读者批评指正。作者将衷心感谢，并在再版时采纳致谢。希望本教材在广大教师和学生的建议和帮助下得到不断的改进和完善。编者的 E-mail 地址是 zzr@tsinghua.org.cn。

作　者

2006 年 1 月

目 录

第 1 章

微 分 学

本章主要介绍以下内容：

(1) 函数、反函数、复合函数、函数的定义域和值域等概念。

(2) 数列的极限和函数的极限的概念，极限的四则运算法则。自变量趋向无穷大或有限值时函数极限存在的条件。

(3) 函数连续的概念、连续函数的性质。

(4) 导数的概念及其几何意义，微分的概念。

(5) 函数可导的充分必要条件、函数可导与连续的关系。

(6) 导数的四则运算法则、复合函数的求导法则、隐函数求导法。

(7) 基本初等函数的导数公式和微分公式。

(8) 利用微分进行近似计算。

1.1 函数

1.1.1 函数概念

1. 区间和邻域

在介绍函数概念以前，有必要先介绍区间和邻域的概念。

在数学中，某些指定的数集在一起就成为一个**数集**。显然，数集是关于数的集合。常用的数集及其代号是：**自然数集 N**、**整数集 Z**、**有理数集 Q** 和**实数集 R**。其中，涉及最多的是实数集 **R**。

区间是 **R** 的一个连续子集。中学阶段已经学过区间及其表示方法，例如，$[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$、$(a,b)=\{x|a<x<b\}$、$(-\infty,+\infty)=\mathbf{R}$、$[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\}$和$(-\infty,b)=\{x|x<b\}$等。本书将用字母 D 泛指任何一种区间。

【说明】 在无穷区间表示方法中，$-\infty$和$+\infty$都不是数。它们的实际含义将在

1.2.2 小节介绍，现在仅把它们当做符号，而且在它们的两侧只能用圆括号，不能用方括号。$-\infty$和$+\infty$分别读做“负无穷大”和“正无穷大”。有时，$-\infty$和$+\infty$统一记为∞。

设 x_0 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$，数集$\{x \mid |x-x_0|<\delta\}$称为点 x_0 的**δ 邻域**，记做 $N(x_0,\delta)$；点 x_0 和数 δ 分别称为这个邻域的**中心**和**半径**。数集$\{x \mid 0<|x-x_0|<\delta\}$称为点 x_0 的**空心δ 邻域**，记做 $N(\hat{x}_0,\delta)$。δ 邻域和空心 δ 邻域在数轴上的表示，见图 1-1 所示。

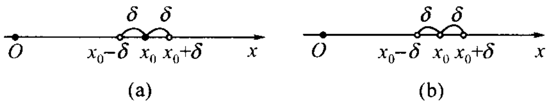

图 1-1

2. 函数

在一个实际问题中，往往同时存在着几个变量。一般情况下它们之间有确定的相依关系，即一个变量的变化受其他变量变化的影响。先看两个实例。

实例 1-1 圆面积 A 与它的半径 r 之间的相依关系。

根据几何学知识，圆面积 A 与它的半径 r 之间的关系是

$$A=\pi r^2$$

当半径 r 在区间$(0,+\infty)$内任意取定一个数值时，由上式就可以确定圆的面积 A。

实例 1-2 某地一昼夜时间内温度 T 与时间 t 之间的相依关系。

图 1-2 是某地气象站自动记录仪记录的该地某日一昼夜时间内温度 T(℃)随时间t(h)变化的曲线。对于这个时间范围内的每一时刻 t，都可以在图 1-2 中量出对应的温度 T 的值。

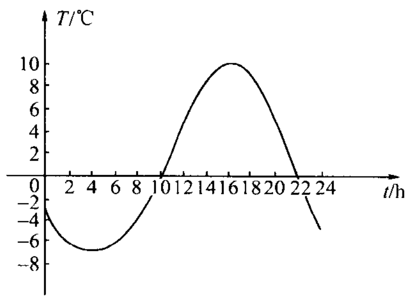

图 1-2

虽然上面两个实例中变量的实际含义不一样，相互的依赖关系也不同。但从纯粹的变量关系看，这两个实例有这样的共同之处：当一个变量取定某一值时，另一变量就按某种对应法则有确定的值与之对应。两个变量间这种对应关系就是数学上的函数概念。

定义 1-1 设 x 和 y 是两个变量，D 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集，如果对于每一个数 $x\in D$，变量 y 按照某种对应法则有惟一确定的数值和它对应，则称 y 是 x 的**函数**，记做

$$y=f(x)$$

并称变量 x 为该函数的**自变量**，变量 y 为**因变量**，f 是函数中表示对应法则的记号，D 是函数的**定义域**，也可以记做 $D(f)$，数集

$$W=\{y \mid y=f(x),x\in D\}$$

为函数的**值域**，也可以记做 $Z(f)$。

对于自变量 x 取定义域中某一定值 x_0，函数 $y=f(x)$ 的相应值叫做当 $x=x_0$ 时的函数值，通常用记号 $f(x_0)$ 或 $f(x)\Big|_{x=x_0}$，或 $y\Big|_{x=x_0}$，或 $y(x_0)$ 等表示。

表示函数的方法有解析法（也称公式法）、图像法、表格法等。实例 1-1 用的是解析法，实例 1-2 用的是图像法，诸如三角函数表就是表格法。

还需要指出的是，函数可以含有一个或多个自变量。含有一个自变量的函数称为**一元函数**。含有多个自变量的函数称为**多元函数**。本书只介绍一元函数。

通过下面的实例 1-3 和例 1-1、例 1-2 可以加深对函数的理解。

实例 1-3　分析由方程 $x^2+y^2=r^2$ 确定的两个变量 x 和 y 之间的相依关系。

该方程与直角坐标系中圆心在原点、半径为 r 的圆相对应。如果把 x、y 分别看成自变量和因变量，则该函数的定义域是$[-r,r]$。当 x 取 r 或 $-r$ 时，对应的函数值都只有一个，但当 x 取开区间$(-r,r)$内任一数值时，对应的函数值都是两个。

如果对于自变量取定义域内某些值时，对应的函数值是多个，这样的函数称为**多值函数**。如果对于自变量取定义域内任何值时，对应的函数值都只有一个，这样的函数称为**单值函数**。以后凡没有特别说明时，函数都是指单值函数。

例 1-1　某汽车公司规定从甲地运货至乙地的收费标准是：如果货物质量不超过 30 千克，则每千克收费 1.5 元；如果货物质量超过 30 千克，则超出部分每千克收费增至 2.5 元。试写出货物运费 F 与货物质量 m 之间的函数关系。

解　按题意，当 $m>30$ 时，运费的计算方法是 $F=1.5\times30+2.5(m-30)$，化简后为 $F=2.5m-30$。于是，本题的函数关系是

$$F=f(m)=\begin{cases}1.5m & (0<m\leqslant 30)\\ 2.5m-30 & (m>30)\end{cases}$$

像例 1-1 这样，在定义域的不同子集（也是区间）用不同的表达式表示的函数称为**分段函数**。在实际问题中分段函数是很常见的。

例 1-2　已知因变量 y 取自变量 x 的绝对值，建立该函数表达式并画出它的图像。

解　按题意，该函数表达式为

$$y=|x|=\begin{cases}x & (x\leqslant 0)\\ -x & (x<0)\end{cases}$$

它的图像如图 1-3 所示。

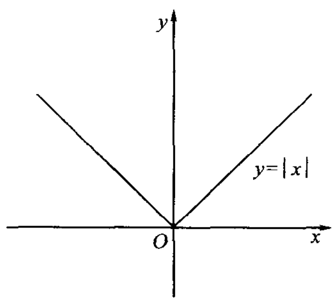

图　1-3

例 1-3　求下列函数的定义域：(1) $y=\sqrt{3-x}+\dfrac{1}{x}$；

(2) $y=\lg(x^2-4)$

解　(1) 只有当 $3-x\geqslant0$ 且 $x\neq0$ 时函数表达式才有意义，所以该函数的定义域是$(-\infty,0)\cup(0,3]$。

(2) 只有当 $x^2-4>0$ 时函数表达式才有意义，所以该函数的定义域是$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$。

3. 反函数

在研究两个变量之间的函数关系时，往往根据问题的需要选定其中一个为自变量，另一个为因变量。然而，考虑问题的角度不同，对同一个问题可以选择不同的变量为自变量。例如，在实例 1-1 中，也可以把圆面积 A 取做自变量，则圆的半径 r 就是 A 的函数，并且有 $r=\sqrt{\frac{A}{\pi}}$。

定义 1-2 设有函数 $y=f(x)$，对于变量 y 在函数 $y=f(x)$的值域内取的任一值，变量 x 在函数的定义域内必有一值或多值与之相对应，所以变量 x 也是变量 y 的函数，记做 $x=f^{-1}(y)$，称其为 $y=f(x)$的**反函数**。相应地，函数 $y=f(x)$称为**直接函数**。

从定义 1-2 可知，$x=f^{-1}(y)$和 $y=f(x)$互为反函数。习惯上往往用字母 x 表示自变量，用字母 y 表示因变量。因此，函数 $y=f(x)$的反函数通常表示成 $y=f^{-1}(x)$。

如果反函数是多值函数，则直接函数的反函数有多支，应该用几个单值分支联合表示反函数。

求函数 $y=f(x)$的反函数的方法是：用解方程的方法从函数 $y=f(x)$得到变量 x 以变量 y 表示的表达式 $x=f^{-1}(y)$。按习惯更换表示自变量和因变量的字母，则反函数为 $y=f^{-1}(x)$。

例 1-4 求 $y=x^2$ 的反函数。

解 从方程 $y=x^2$ 中解出 x 为

$$x=\pm\sqrt{y}$$

则所求的反函数为

$$y=\pm\sqrt{x}$$

它实际的含义是：$y=\sqrt{x}$是 $y=x^2(x\geqslant 0)$的反函数，$y=-\sqrt{x}$是 $y=x^2(x\leqslant 0)$的反函数。

例 1-5 求 $y=\log_3(2x-3)$的反函数。

解 从方程 $y=\log_3(2x-3)$中解出 x 为

$$x=\frac{1}{2}(3^y+3)$$

则所求的反函数为

$$y=\frac{1}{2}(3^x+3)$$

1.1.2 复合函数与初等函数

在大量的函数中，常值函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数

6 类是最常见的和最基本的，这些函数称为**基本初等函数**。基本初等函数是构建复杂函数的基础。

1. 复合函数

对于函数 $y=\sin x$，如果令 $x=\omega t$，并将它代入 $y=\sin x$，就可以得到函数 $y=\sin\omega t$。$y=\sin\omega t$ 可以看成由 $y=\sin x$ 和 $x=\omega t$ 复合而成。

定义 1-3 设函数 $y=f(u)$的定义域是 D_1，函数 $u=\varphi(x)$的定义域是 D_2，当 x 在 $u=\varphi(x)$的定义域 D_2 或其中一部分取值时，$u=\varphi(x)$的函数值均在 $y=f(u)$的定义域 D_1 内。对于这样取定的 x 的值，通过 u 有确定的值 y 与之对应，从而可以得到一个以 x 为自变量，y 为因变量的函数，这个函数称为由函数 $y=f(u)$及 $u=\varphi(x)$复合而成的**复合函数**，记做

$$y=f[\varphi(x)]$$

而 u 称为**中间变量**。

例如，$y=\cos^2 x$ 是由 $y=u^2$ 及 $u=\cos x$ 复合而成的复合函数，其定义域是$(-\infty,+\infty)$。

关于复合函数，需要说明一点：不是任何两个函数都可以复合成一个函数的。例如，$y=\arcsin u$ 与 $u=x^2+8$ 就不能复合成一个函数。因为由函数 $u=x^2+8$ 确定的 u 的值域是$[8,+\infty)$，不在函数 $y=\arcsin u$ 的定义域内。因此，求复合函数的定义域时，要考虑构成复合函数的所有基本初等函数都有意义。

复合函数的概念在微积分中非常重要，读者务必准确理解。

例 1-6 指出下列各函数的复合过程：

(1) $T=\ln(\tan\alpha)$　　(2) $y=\sqrt{\log x}$

(3) $p=\mathrm{e}^{x^2}$　　(4) $y=\sin^3\left(10t+\frac{\pi}{6}\right)$

解 (1) $T=\ln(\tan\alpha)$是由 $T=\ln y$ 和 $y=\tan\alpha$ 复合而成的。

(2) $y=\sqrt{\log x}$是由 $y=\sqrt{u}$和 $u=\log x$ 复合而成的。

(3) $p=\mathrm{e}^{x^2}$ 是由 $p=\mathrm{e}^s$ 和 $s=t^2$ 复合而成的。

(4) $y=\sin^3\left(10t+\frac{\pi}{6}\right)$是由 $y=u^3$、$u=\sin\alpha$ 和 $\alpha=10t+\frac{\pi}{2}$三个函数复合而成的。

2. 初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合运算所构成并能用一个式子表示的函数，称为**初等函数**。例如，$y=3x-1$、$u=\sin(\omega t+\varphi)$（ω,φ 是常数）都是初等函数。

关于初等函数，需要说明一点：凡不能用一个式子表示的函数都不是初等函数。一般情况下，分段函数不是初等函数，含有绝对值符号的函数一般也不是初等函数。

多项式函数是很重要的初等函数。