DAXUE WULI SHIYAN

大学物理实验

康　崇　关春颖　黄宗军　史金辉　编

哈尔滨工程大学出版社

大学物理实验

康　崇　关春颖　黄宗军　史金辉　编

哈尔滨工程大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/康崇,关春颖,黄宗军,史金辉编.—哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2006
ISBN 7-81073-801-1

Ⅰ.大… Ⅱ.①康…②关…③黄…④史… Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第014959号

内 容 简 介

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》,结合哈尔滨工程大学多年来物理实验教学的实践经验,在历年来所用物理实验教材的基础上,并吸收了具有现代观点和时代气息的成果及兄弟院校教学改革的经验编写而成的。

本书介绍了测量误差、不确定度及数据处理的基本知识,精选了力学、热学、电磁学、光学、近代物理、综合性和设计性实验共40个。

本书可作为理工科院校各专业的物理实验教材,也可供其他专业学生选用。

哈尔滨工程大学出版社出版发行
哈尔滨市东大直街124号
发行部电话:(0451)82519328 邮编:150001
新华书店经销
黑龙江省教育厅印刷厂印刷

*

开本787mm×960mm 1/16 印张18.25 字数378千字
2006年3月第1版 2006年3月第1次印刷
印数:1—4 000册
定价:23.00元

前　言

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》及《重点高等学校工科物理实验课程教学改革指南》的精神，面向21世纪，结合哈尔滨工程大学物理实验课程建设多年来的实践经验编写而成。

近年来，“211工程”建设、“十五”建设，“认评促建”的进展，为实验室建设注入了强大的生命力。在新形势下，我们深入开展了教学内容和课程体系的改革，探索全面开放的实验教学体系。本书充分反映哈尔滨工程大学物理课程教学改革的成果及其发展趋势，注重教学内容的系统性和实验技能的严格训练。在精选、改造、充实传统实验的同时，纳入了一批与生产实践或科研有密切联系的、具有时代气息的、给学生留有较大发展空间的实验项目，加强了计算机在实验中的推广应用，有效地发挥了计算机辅助教学的积极功效。在传授基本实验的同时，注重培养学生的实践能力和创新精神。因材施教，既保证教学要求的贯彻，又注重个性发展，为学生提供了一个自主学习的发展空间。力争使物理实验课程更好地适应新世纪人才培养的需要。

本书编者无论在全书的整体安排上还是在某个实验的写法、内容和形式等方面，较以前的教材都有较大的变化。仍遵循由浅入深，循序渐进的原则。绪论中，明确提出物理实验课程的教学目的和基本要求；第一章介绍测量误差、不确定度和数据处理的基本方法；第二章是基本实验，介绍了最基础、最基本的实验知识和实验方法；第三章是综合性实验，涉及物理学中更为广泛的领域，内容丰富多彩，更富时代气息，目的在于巩固学生在基本实验阶段的学生成果，开阔眼界及思路，提高学生对实验方法和技术的综合运用能力；第四章是设计性实验，目的在于提高学生的设计与创新能力和科学研究的素质。

参加本书编写工作的有：康崇（绪论、第一章，实验1～8、电磁学实验预备知识，实验9～12、光学实验预备知识，实验13），关春颖（实验14～20），黄宗军（实验21～30），史金辉（实验31～40、附录一、附录二））。最后由康崇统编全书。

本的编写凝聚着我们实验室全体教师和实验技术人员长期的辛勤劳动和汗水。他们长期工作在实验教学第一线，积累了丰富的教学经验，对本书的编写提出了宝贵的意见。哈尔滨工程大学物理实验教学中心的孙晶华教授，认真审阅了本书的全部内容，为本书提供了素材，并在编写上提出了宝贵的建设性意见。在编写过程中，还得到校内外同行的支持和帮助。我们也学习和借鉴了一些兄弟院校教学改革中值得推广的做法，在此，致以衷心的感谢。

限于编者水平有限，时间仓促，书中难免有缺点和错误，恳请读者批评指正，以便改进。

编　者

2006年3月

目　　录

绪　　论

一、教学目的和任务

物理学是一门实验科学。物理规律的发现和利用必须以严格的物理实验为基础，因此，实验在物理学中占有重要的地位。物理实验作为一门系统地进行实验技术训练的实验课程，将在培养学生科学实验能力的过程中，起着重要的基础作用。它的主要教学目的和任务是：

1.通过对实验现象的观察分析和对物理量的测量，使学生掌握物理实验的基本知识、基本方法和基本技能，并能运用物理学原理、物理实验方法研究物理现象和规律，加深对物理学原理的理解。

2.培养和提高学生从事科学实验的素质。包括：理论联系实际和实事求是的科学作风；严肃认真的工作态度；不怕困难，主动进取的探索精神；遵守操作规程，爱护公共财物的优良品德；以及相互协作，共同探索的合作精神。

3.培养与提高学生科学实验的能力。包括：自学能力、动手实践能力、思维判断能力、表达书写能力和简单的设计能力。

二、基本要求

1.能够自行阅读实验教材和参考资料，正确理解实验内容，在课前做好准备。

2.了解并掌握一些常用物理量的测量方法。能够借助教材和仪器说明书，熟悉和掌握常用仪器的基本原理、性能和使用方法。

3.了解或掌握研究不同物理现象的基本实验方法和物理思想，能够运用物理学理论，对实验现象进行初步的分析和判断。

4.能够正确记录和处理实验数据，绘制图线，分析判断实验结果，撰写合格的实验报告。

5.能够根据实验项目要求，确定实验方法和条件，合理选择仪器，拟定具体的实验程序。

三、基本程序

1.课前预习

若要在指定的时间内较好地完成所要求的实验内容，实验者就必须在课前认真预习，做到明确实验目的和原理，初步掌握实验方法和关键步骤。为此，要求实验者课前在阅读教材的基础上，写出书面的预习报告。预习报告的内容包括实验名称、实验目的、实验仪器、实验原理图、实验步骤和设计数据表格。

2.课堂实验操作

实验者要准时来到实验室开始实验。首先熟悉仪器设备并检查仪器设备有无缺损。不能擅自调换仪器。实验时，要根据给定的操作规程，正确调试仪器设备，严格遵守实验规则，爱护实验仪器。实验过程中如发现仪器设备出现故障，应及时报告指导教师。实验完毕，应请教师检查记录的数据，在签字认可后，方可拆除线路，整理好仪器设备和现场。

3.课后撰写实验报告书

实验之后，应及时整理实验数据和撰写实验报告书。如发现原始数据有错、漏等现象，应及时重测或补测。实验报告书必须在一周内交给指导教师。

实验报告书是学生实验成果的书面反映，因此应力求工整，行文措词简练、通顺，数据齐全，图表规范正确。一份完整的实验报告应包含下述内容：

(1) 实验名称

(2) 实验目的

(3) 实验仪器

(4) 实验原理

简要叙述相关的物理内容、装置示意图(或电原理图或光路图)、主要的测量和计算公式，以及公式中各量的含义，公式限定的条件等等。

(5) 数据表格

应该根据实验操作中记录的完整的原始数据，进行整理并重新列出美观的表格。经教师签字后的实验记录，不得随意改动。注意要忠实于原始记录。

(6) 数据处理及结果

数据处理应该有完整的计算、作图或不确定度估算，而且计算要有简洁的计算式子；代入的数据要有根有据，一目了然；作图要美观、规范。最后还应该给出实验结果。

(7) 回答问题或讨论

对实验中的问题、心得、体会及交流讨论的结果以书面形式撰写出来。

4.期末考查

在完成规定数目的实验并交齐实验报告书后方可参加考查。

实验课成绩以平时成绩(预习、操作及实验报告书) 和期末考查成绩综合评定。

第一章　测量误差、不确定度和数据处理

第一节　测量、误差和不确定度

一、基本知识

1.测量和误差的概念

物理实验离不开对物理量进行测量。所谓测量就是借助仪器把待测量的大小表示出来的过程。按测量方法进行分类，测量可分为直接测量和间接测量两大类。

可以用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量称为直接测量。如用米尺测长度，用温度计测温度，用电表测电流、电压等都是直接测量，所得的物理量如长度、温度、电流、电压等称为直接测量值。

有些物理量很难进行直接测量，而需依据待测量和某几个直接测量值的函数关系求出，这样的测量称为间接测量。

我们把某物理量在一定客观条件下的真实大小称为该物理量的真值。由于测量仪器、实验条件、操作测量人员及其他诸多因素的限制，测量不可能是无限精确的，所以测量结果（记为 x）与客观存在的真值（记为 x_0）之间总有一定的差异。这种差异称为测量误差，且可表示为

$$\Delta x = x - x_0$$

测量误差既可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示。上述测量误差就是绝对误差。显然，它和测量量有同样的单位。为了评价测量量的优劣，人们引入了相对误差的概念。相对误差被定义为“绝对误差与真值的比”，即

$$E_r = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\%$$

由于它常常以百分数的形式出现，故又称为百分误差。E_r 愈小，表示测量愈准确。

2.系统误差、偶然误然和过失误差

误差根据其性质和来源可分为三类，即：系统误差、偶然误差和过失误差。

(1) 系统误差

系统误差总是使测量结果向一个方向偏离，其数值恒定或按一定规律变化。其来源有以下几个方面：

① 仪器误差

这是由于仪器本身的缺陷或没按规定条件调整、使用所造成的误差(如天平、砝码、电压电流表未按规定定期送检,以及仪器零点校正不准等)。

② 方法误差

这是由于实验方法本身或理论不完善所造成的误差。例如,用伏安法测电阻时未计入电表内阻就是一个例子。

③ 个人误差

由于观察者感官或习惯所引入的误差。

④ 环境误差

由于外界环境(如温度、光照、电磁等) 的恒定偏离规定条件而产生的误差。

对实验中的系统误差应该通过校准仪器、改进实验的仪器设备、选择更好的实验方法或进行合理的理论修正来消除或者尽量地使之减小。对那些既不能修正也不能消除的系统误差,应根据具体情况在测量误差(或测量不确定度) 中反映出来。

(2) 偶然误差

测量时,由于某种偶然的原因使测量结果在测量的平均值附近起伏变化,由此产生的误差,称为偶然误差。这些偶然的因素(如温度的忽高忽低,气流的飘忽不定,电压的漂移起伏等) 在一个实验中有时还较多,会影响实验的结果。显然,这种偶然误差是不能消除的,我们应该在测量误差(或者在测量不确定度) 中反映出来。

偶然误差的特点是:在相同条件下,对同一物理量做多次重复测量(专业术语称为等精度重复测量),其测量值将有时偏大,有时偏小。每次测量值是偏大还是偏小具有偶然性,但是只要测量的次数足够多,测量所得到的一系列数据的偶然误差就服从一定的统计规律,即正态分布规律。大量的实验事实和统计理论都证明,在绝大多数物理测量中,当重复测量次数足够多时,随机误差服从或接近正态分布(或称高斯分布) 规律。标准的正态分布曲线如图 1－1 所示,x 代表某一物理量的实验测量值,$p(x)$ 为测量值的概率密度,即

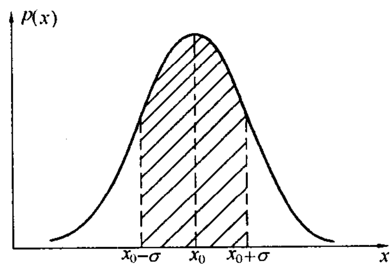

图 1－1　标准正态分布曲线

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-x_0)^2/(2\sigma^2)}$$

曲线峰值处对应于真值 x_0,而 $x_0 - \sigma$ 和 $x_0 + \sigma$ 是对应于曲线的两个对称的拐点。图中阴影部分的面积就是偶然误差落在 $\pm\sigma$ 范围内的概率 P_σ,即

$$P_\sigma = \int_{-\sigma}^{+\sigma} p(x)\mathrm{d}x = 68.3\%$$

这就是说,测量值 x 落在($x_0 - \sigma$, $x_0 + \sigma$) 区间中的概率为 68.3%。用同样方法计算得到 x 落

在$(x_0-2\sigma, x_0+2\sigma)$中的概率 $P_{2\sigma}=95.4\%$；x 落在$(x_0-3\sigma, x_0+3\sigma)$中的概率 $P_{3\sigma}=99.7\%$。从图 1－1 中，我们看到偶然误差满足的统计规律有如下三个特征：

① 对称性，绝对值相等的正误差和负误差出现的次数大致相同；

② 单峰性，绝对值小的误差出现的次数多，绝对值大的误差出现的次数少；

③ 有界性，绝对值很大的误差（除非有错）不出现。

理论已经证明，在测量中如果仅仅存在偶然误差，且测量次数趋于无限大时，测量值的算术平均值 $\bar{x}$ 将趋近于测量的真值 x_0。也就是说，增加测量的次数可以减小测量的偶然误差，得到较为精确的结果，但是绝不能消除偶然误差。

（3）过失误差

那些因为设计错误、操作不当、仪器损坏或测读错误等人为造成的测量错误，将得到一些“坏”记录。尽管有人把由此而产生的误差归类为过失误差，但在实质上它们不能算作误差。在工程上，人们制定了若干法则，用来发现及“剔除”那些“坏”记录，以消除过失误差。

3.测量不确定度

在前面，我们介绍了绝对误差 Δx 的定义。但是由于真值 x_0 是未知的，所以 Δx 也是不确定的。我们只能根据某种方法得到被测量的真值 x_0 所处的量值范围$(x-\Delta x, x+\Delta x)$，x 为实际测量的量值，Δx 被称为不确定度，有时简记为 Δ。显然，不确定度是因为测量误差的存在使被测量的量值不能确定的程度，是误差可能处在某一量值范围内的一种评定。表示完整的测量结果，应给出被测量的量值 x，同时标出测量的总不确定度 Δ，写成 $x\pm\Delta$ 的形式。

在工科大学物理实验中，对测量不确定度的估算分成两步进行，即先分别进行两类分量的估算，然后再进行合成。

A 类不确定度——在等精度重复测量中用统计方法估算出的分量 $\Delta_{A_i}(i=1,2,\cdots)$。前面提到的偶然误差是最典型的 *A* 类分量之一。

B 类不确定度——用其他的非统计方法估算出的分量 $\Delta_{B_j}(j=1,2,\cdots)$。前面提到的一些不能消除的系统误差，如仪器误差就是典型的 *B* 类分量之一。

不确定度 Δ 是这两类不确定度各个分量的合成。如若 Δ_{A_i} 与 Δ_{B_j} 互相独立没有关联，并且有相同的置信概率，我们约定合成不确定度 Δ 为

$$\Delta=\sqrt{\sum_i \Delta_{A_i}^2+\sum_j \Delta_{B_j}^2} \tag{1-1}$$

二、直接测量的数据处理

1.单次测量的不确定度估算及测量结果的表示

在有些情况下，有的被测量是随时间变化的，我们无法对其进行重复测量，只能进行单次测量。还有一些被测量，对它们的测量精度要求不高，只要进行单次测量就可以了。当然，在正常情况下，测

量应在发挥仪器精度的情况下进行。在物理实验中,常常遇到的仪器误差是指国家标准规定的或生产厂家给出的计量工具、计量仪表的准确度等级或允许的误差范围,并且根据测试方法或使用条件的简化约定,常以 $\Delta_{仪}$ 表示。它属于 B 类不确定度的类型。通常 $\Delta_{仪}$ 给出的是极限误差(这里仍然用误差这个习惯称呼),它是仪器的最大可能误差,其置信概率为 99.7%。仪器误差一般可简单地取为最小刻度的一半。其他的会在实验中都给出。我们约定,在绝大多数情况下,物理实验中把 $\Delta_{仪}$ 简单地作为不确定度 Δ 中非统计方法的 B 类分量 Δ_{B_j} 之一。在单次测量的情形,由于不确定度 Δ 中其他非统计方法的 B 类分量大多可以略去,而统计方法估计的 A 类分量自然为零,故合成不确定度 $\Delta = \Delta_{仪}$。有的时候测量偶然误差可能比较大,此时也可以估计一个误差值来作为单次测量的不确定度 Δ。例如,用钢卷尺测量较长的距离时,不可能保证尺子拉直拉平,则可依实际情况取 $\Delta = 2$ mm或更大。有时也可以根据测量的不同情况以及观测者实验技巧的高低来对单次测量的总不确定度作出估计。

单次测量结果的表达式是

$$x \pm \Delta(\text{单位})$$

或

$$x\left(1 \pm \frac{\Delta}{x} \times 100\%\right)(\text{单位})$$

其中合成不确定度 $\Delta = \Delta_{仪}$,且约定 Δ 取一位有效数字,x 的末尾有效数字与 Δ 值同数量级(俗称为尾数对齐)。

2.多次测量的不确定度估算及测量结果的表示

(1) 算术平均值是真值的最佳估计值

在排除系统误差的情况下,设对一个真值为 x_0 的物理量进行 n 次等精度重复测量,其测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$。根据误差定义,每次测量的误差为

$$\Delta x_i = x_i - x_0 \qquad (i = 1,2,\cdots,n)$$

为求 x_0,首先对 Δx_i 求和,即

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = (x_1 + x_2 + \cdots + x_n) - nx_0 \quad (i = 1,2,\cdots,n)$$

两边同除以 n(为简洁起见,我们简写 $\sum$ 表示 n 项的求和),有

$$\frac{\sum \Delta x_i}{n} = \frac{\sum x_i}{n} - x_0 \qquad (i = 1,2,\cdots,n)$$

根据偶然误差统计规律的对称性质,当 $n \to \infty$ 时,数值相等符号相反的误差出现的概率相同,于是有

$$\lim \sum \Delta x_i = 0$$

所以

$$x_0 = \frac{\sum x_i}{n} = \bar{x}$$

这表明，当测量次数足够多时，算术平均值接近真值。实际上，在做有限次数的测量时，算术平均值也是真值的最佳估计值。用平均值表示多次直接测量的结果将是必然的选择。

（2）多次测量的标准偏差

由于算术平均值只是真值的近似值，因此偶然误差只是一个理想的概念。根据统计学理论，对有限次数的测量，可以用标准偏差 S 来替代多次测量的偶然误差。定义单个测量值的标准偏差 S 为

$$S=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{1-2}$$

S 表示在 n 个测量的数据中各个数据间的离散程度。任意一个 x_i 值，它的误差落在 $-S$ 到 $+S$ 范围内的概率（即置信概率）约为 68.3%。通常的函数计算器上多带有计算 $\bar{x}$、S（或表示为 σ_{n-1}）的功能，而平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 定义为

$$S_{\bar{x}}=\frac{S}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-3}$$

平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 反映了平均值接近真值的程度，表示在 $\bar{x}-S_{\bar{x}}$ 到 $\bar{x}+S_{\bar{x}}$ 范围内包含真值的概率为 68.3%。实验中，测量次数通常有限，因而测量数据的分布将偏离正态分布（规范的统计规律分布），这时的分布称为 t 分布（图 1－2）。显然，t 分布的曲线比正态分布曲线低而宽，此时应该对平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 进行修正。其办法是将 $S_{\bar{x}}$ 乘以大于 1 的系数 $t_p(n)$，$t_p(n)$ 称为 t 分布系数。它的值与测量次数 n、置信概率 P 有关，具体数值如表 1－1 所示。

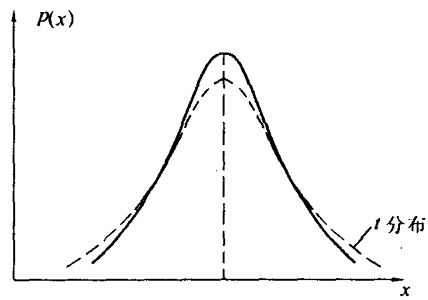

图 1－2　t 分布

表 1－1　不同置信概率 P、测量次数 n 的分布系数

$t_p(n)$ \ n / P	3	4	5	6	7	8	9	10
0.683	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06
0.95	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26
0.99	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.26

（3）测量结果的合成不确定度

根据式（1－1），如果 B 类不确定度中只含仪器误差一项，其他的 B 类不确定度分量为零，

并且 Δ_{A_i} 中只剩下 $S_{\bar{x}}$ 的贡献，于是 Δ 可简化为

$$\Delta = \sqrt{[t_p(n) \cdot S_{\bar{x}}]^2 + \Delta_{仪}^2}$$

又根据不确定度合成的原则，各分量应该有相同的置信概率 P（由前所述，$\Delta_{仪}$ 的置信概率约为 99.7%），这就要求 $\Delta_A = t_p(n) \cdot S_{\bar{x}}$ 亦应有相同的概率。为了方便估算，当测量次数为 $5 < n \leqslant 10$ 时，若我们取 $t_p(n) \approx \sqrt{n}$，由表 1－1 可知，此时置信概率已接近或大于 95%，于是 $\Delta_A \approx \sqrt{n} S_{\bar{x}} = S$，不确定度 Δ 合成公式可再次简化为

$$\Delta = \sqrt{S^2 + \Delta_{仪}^2} \tag{1-4}$$

注意：

① 该式是在特定条件下的粗略近似，而且当 S，$\Delta_{仪}$ 中某一个不足另一个的 1/3 时，则较小的一个还可以忽略；

② 式中 S 仅仅是特定条件下纯粹数字的巧合，物理意义仍然按 Δ_A 理解，与 S 的真实含义不同。

(4) 测量结果的完整表达式

设 x 已不再包含能被修正的系统误差，Δ 为测量的合成不确定度，则测量结果的完整表达式是

$$x = \bar{x} \pm \Delta (\text{单位})$$

或

$$x = \bar{x}\left(1 \pm \frac{\Delta}{\bar{x}} \times 100\%\right)(\text{单位})$$

其中，Δ 只取一位有效数字，$\bar{x}$ 的末尾有效数字应该跟 Δ 值有相同的数量级（即尾数对齐）。

(5) 举例

用螺旋测微器测量一根金属杆的直径 D，测得的数据如下：

D/mm:　1.516，1.519，1.514，1.522，1.513，1.523，1.517

算出 $\bar{D} = 1.518$ mm，$S = 0.004$ mm，$S_{\bar{D}} = 0.001\ 4$ mm。当取置信概率为 99% 时，A 类不确定度分量为

$$\Delta_A = t_p(n) \cdot S_{\bar{D}} = 3.71 \times 0.001\ 4 \approx 0.005 \text{ mm}$$

此值跟 S 值很为接近。根据我们的约定，取 $\Delta_A \approx S$，结果相差不大。

对 B 类不确定度分量 Δ_B，这里我们仅考虑螺旋测微器的仪器误差 $\Delta_{仪}$。根据国家标准，一级精度的螺旋测微器的示值误差为 ± 0.004 mm。在每次使用时，通常均要进行零点修正，即每个测量值是由两次测量结果相减得到（需减去零点读数），由后面讲到间接测量的误差传播原理，得

$$\Delta_B = \sqrt{\Delta_{仪}^2 + \Delta_{仪}^2} = \sqrt{0.004^2 + 0.004^2} \approx 0.006 \text{ mm}$$

合成不确定度 Δ 为

$$\Delta \approx \sqrt{S^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{0.004^2 + 0.006^2} \approx 0.007\ \text{mm}$$

所以

$$D = 1.518 \pm 0.007\ \text{mm}$$

注:在今后的实验中,我们可以将包含零点修正后的螺旋测微器的仪器误差定为 $\Delta_B = 0.006$ mm,这样可以避免重复计算。

三、间接测量的结果和不确定度的合成

在实际工作中,多数物理量是通过间接测量得到的。在计算间接测量结果时,是将各直接测量的量值代入测量公式,以求得测量结果。由于直接测量值均有一定的测量不确定度,因此,求得的间接测量结果必然也具有测量的不确定度。表达直接测量不确定度跟间接测量不确定度之间的关系公式,被称为不确定度传播公式。

1.不确定度的合成 —— 不确定度传播公式

设有物理量 N

$$N = f(A, B, C\cdots) \tag{1-5}$$

式中,N 是间接测量结果;$A, B, C\cdots$ 是相互完全独立的直接测量结果,且分别有各自的不确定度 $\Delta A, \Delta B, \Delta C\cdots$ 由于 $\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta N$ 等都是“微小量”,相当于数学中的微分元,同时考虑到不确定度合成的统计性质,所以我们在本实验教材中,采用下列不确定度传播公式进行计算,即绝对不确定度

$$\Delta N = \sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial A}\right)^2 \cdot (\Delta A)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial B}\right)^2 \cdot (\Delta B)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial C}\right)^2 \cdot (\Delta C)^2 + \cdots} \tag{1-6}$$

或相对不确定度

$$\frac{\Delta N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln N}{\partial A}\right)^2 \cdot (\Delta A)^2 + \left(\frac{\partial \ln N}{\partial B}\right)^2 \cdot (\Delta B)^2 + \left(\frac{\partial \ln N}{\partial C}\right)^2 \cdot (\Delta C)^2 + \cdots} \tag{1-7}$$

① 显然,宜采用直接测量量 A, B, C 的平均值 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}\cdots$ 去计算 $N, \Delta N, \Delta N/N$。

② 式(1-6)适用于和差形式的函数,式(1-7)适用于商积形式的函数。

③ 在计算各直接测量结果的不确定度对合成不确定度的影响时,应以最大分量为标准,若有另一项是它的 1/3 或不足 1/3,例如 $\left|\frac{\partial N}{\partial C}\right| \cdot (\Delta C) \leqslant \frac{1}{3}\left|\frac{\partial N}{\partial A}\right| \cdot (\Delta A)$,则计算时即可将 $\left(\frac{\partial N}{\partial C}\right)^2 \cdot (\Delta C)^2$ 项略去。

④ 各直接测量结果的不确定度 $\Delta A, \Delta B, \Delta C\cdots$ 必须具有相同的置信概率。

⑤ 合成绝对不确定度只取一位有效数字,相对不确定度取二位有效数字。

2.常用的不确定度传播公式

常用的一些函数的不确定度传播公式列于表 1-2 中。

表 1－2　常用函数不确定度传播公式

函数形式	不确定度传播公式
$N = A + B + C$	$\Delta N = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta B)^2 + (\Delta C)^2}$
$N = A \times B \times C$	$\frac{\Delta N}{N} = \sqrt{(\frac{\Delta A}{A})^2 + (\frac{\Delta B}{B})^2 + (\frac{\Delta C}{C})^2}$
$N = \frac{A}{B}$	$\frac{\Delta N}{N} = \sqrt{(\frac{\Delta A}{A})^2 + (\frac{\Delta B}{B})^2}$
$N = aA^n$	$\frac{\Delta N}{N} = n\frac{\Delta A}{A}$
$N = \sqrt[n]{A}$	$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{n}\frac{\Delta A}{A}$
$N = \sin A$	$\Delta N = \lvert \cos A \rvert \cdot (\Delta A)$

3.间接测量的数据处理举例

例 1　已知：$A = 71.3 \pm 0.5\ \text{cm}^2$，$B = 6.262 \pm 0.002\ \text{cm}^2$，$C = 0.751 \pm 0.001\ \text{cm}^2$，$D = 271 \pm 1\ \text{cm}^2$；且(1)$N = A + B - C + D$；(2)$N = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}$。请分别计算间接测量值 N 和不确定度 ΔN。

解

(1)　$$N = A + B - C + D = 71.3 + 6.262 - 0.751 + 271 \approx 347.8\ \text{cm}^2$$

$$\Delta = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta B)^2 + (\Delta C)^2 + (\Delta D)^2}$$

因为　$$\Delta B \ll \Delta D \qquad \Delta C \ll \Delta D$$

所以　$$\Delta \approx \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta D)^2} = \sqrt{(0.5)^2 + 1^2} \approx 1\ \text{cm}^2$$

结果表达式　$$N = 348 \pm 1\ \text{cm}^2$$

(2)　$$N = \frac{A \cdot C}{B \cdot D} = \frac{71.3 \times 0.751}{6.262 \times 271} \approx 0.031\ 64\ \text{cm}^2$$

相对不确定度

$$\frac{\Delta N}{N} = \sqrt{(\frac{\Delta A}{A})^2 + (\frac{\Delta B}{B})^2 + (\frac{\Delta C}{C})^2 + (\frac{\Delta D}{D})^2}$$

$$= \sqrt{(\frac{0.5}{71.3})^2 + (\frac{0.002}{6.262})^2 + (\frac{0.001}{0.751})^2 + (\frac{1}{271})^2}$$

$$= \sqrt{0.007^2 + 0.000\,3^2 + 0.001^2 + 0.003^2}$$

$$\approx \sqrt{0.007^2 + 0.003^2}$$

$$\approx 0.008 = 0.8\%$$

绝对不确定度 $\Delta N = N \times \dfrac{\Delta N}{N} = 0.031\,64 \times 0.008 \approx 0.000\,2\ \text{cm}^2$

所以完整的结果表达式 $N = 0.031\,6 \pm 0.000\,2\ \text{cm}^2$

例 2 测得金属环柱体的外径 D_2、内径 D_1 和高度 H 如表 1 - 3 所示，求其体积 V 和不确定度 ΔV。

解
$$\Delta D_2 = \sqrt{S^2 + \Delta_{仪}^2} = \sqrt{0.003\,8^2 + 0.005^2} \approx 0.006\ \text{cm}$$

$$D_2 = 3.276 \pm 0.006\ \text{cm}$$

$$\Delta D_1 = \sqrt{S^2 + \Delta_{仪}^2} = \sqrt{0.002\,6^2 + 0.005^2} \approx 0.006\ \text{cm}$$

$$D_1 = 2.707 \pm 0.006\ \text{cm}$$

$$\Delta H = \sqrt{S^2 + \Delta_{仪}^2} = \sqrt{0.005\,2^2 + 0.005^2} \approx 0.007\ \text{cm}$$

$$H = 3.023 \pm 0.007\ \text{cm}$$

环柱体体积 $V = \dfrac{\pi}{4}(D_2^2 - D_1^2)H = \dfrac{\pi}{4} \times (3.276^2 - 2.707^2) \times 3.023 \approx 8.083\ \text{cm}^3$

表 1 - 3 $\Delta_{仪} = 0.005$ cm(20 分格的游标卡尺)

	D_2/cm	D_1/cm	H/cm
1	3.275	2.710	3.025
2	3.275	2.710	3.030
3	3.280	2.705	3.020
4	3.280	2.705	3.015
5	3.270	2.705	3.025
6	3.275	2.705	3.025
平均	3.275 8	2.706 7	3.023 3
S	0.003 8	0.002 6	0.005 2

取环柱体体积的对数及其偏导数

$$\ln V = \ln\frac{\pi}{4} + \ln(D_2^2 - D_1^2) + \ln H$$