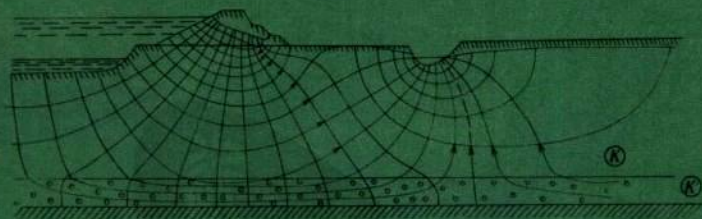


高等学校教材

地下水动力学

DI XIA SHUI DONG LI XUE

郭东屏 主编



陕西科学技术出版社

高等学校教材

地下水动力学

郭东屏 宋焱勋 编著
钱 会 冉兴龙

陕西科学技术出版社

(陕)新登字第 002 号

内容简介

本书系统、全面地讲述了《地下水动力学》这门课程的主要精华内容。包括渗流基本理论(含有关的流体力学理论)、沟流理论、井流理论、非饱和水渗流基本理论、流体动力弥散基本理论等。该书既批判地继承了同类教材的一些优点和好内容,又补充了作者多年教学与科研工作的一些结晶。论述既科学、严谨,又深入浅出,易于接受,是一本具有诸多鲜明特色和优点的新教材。可供水文地质与工程地质等有关专业的大学生和广大科技人员学习和参考。

高等学校教材

地下水动力学

郭东屏 主编

陕西科学技术出版社出版发行

(西安北大街 131 号)

新华书店经销 西安地质矿产研究所印刷厂印刷

787×1092 毫米 16 开本 22 印张 53.5 万字

1994 年 10 月第 1 版 1994 年 10 月第 1 次印刷

印数:1-1000

ISBN 7-5369-2205-1/TV·9

定 价:19.00 元

序 言

这本《地下水动力学》，是主编在多年给水文地质与工程地质专业本科生和研究生讲授《地下水动力学》、《水文地质数值法》、《渗流理论》、《地下水水质模拟》等课程的讲稿的基础上，为本科生编写的教材。

本教材的主要特点是：

1. 适当加强了渗流基本理论方面的内容，着力提高其系统性和严密性，使其尽可能贴近近代渗流理论体系；旨在提高读者的基础理论水平，提高正确建立渗流数学模型与分析解决实际问题的能力。这方面的内容是郭东屏和张石峰所著《渗流理论基础》一书的部分精要。

2. 适当压缩了井流解析解方面的内容，舍去了一些次要的、用处不大的，或很简单、学生可以自己推导出来的内容；同时，把非稳定井流与稳定井流结合在一起讲授。

3. 适当加强了流体动力弥散理论与非饱和渗流理论。关于河渠影响下的渗流问题，在选材方面也作了适当更新。

4. 引进了若干新内容、新成果、新观点、新方法，其中也包括笔者自己的某些成果。

5. 适当加大了思考题的数量与深度，以提高学生对教材内容的理解深度和自己动手解决某些渗流问题的能力。

本教材的这些特点，也可以认为是对现有教材进行某些改革的一种尝试。

当前，渗流理论可以说已发展到一个崭新的阶段。解析解在解决实际渗流问题中的地位与作用日见下降，数值法的地位与作用日见提高。地下水水质污染问题日益受到人们重视。数学规划方法在地下水管理等方面的应用已日见广泛。笔者认为，具有上述特点的教材也许比较能够适应这种发展形势的要求。

限于笔者的水平，教材中难免有这样那样的缺点乃至错误，恳切希望得到各方面的批评指正。

编著者

1993年5月于西安地质学院

目 录

第一章 渗流理论基础

§ 1—1 引论	(1)
一、地下水动力学概述	(1)
二、多孔介质与多孔连续介质	(3)
三、渗流诸物理量的定义	(4)
四、液体与多孔介质骨架的主要物理性质	(5)
五、渗流问题的主要求解方法概述	(11)
§ 1—2 水静力学基础	(13)
一、静水压强及其特性	(13)
二、重力作用下液体的平衡	(15)
§ 1—3 液体运动学基础	(19)
一、描述液体运动的两种方法	(19)
二、稳定流与不稳定流	(23)
三、迹线、流线、流管	(25)
四、过水断面、元流、总流、流量、断面平均流速	(27)
五、均匀流与非均匀流、缓变流与急变流	(27)
六、一、二、三维流	(28)
§ 1—4 流体动力学基础	(30)
一、系统与控制体、雷诺输运定理	(30)
二、连续性方程	(33)
三、运动方程	(35)
四、能量方程(Bernoulli 方程)	(36)
五、流动型态、水头损失	(40)
§ 1—5 渗流的达西定律和运动方程	(42)
一、多孔介质的均质、非均质性及各向同性、各向异性的概念	(42)
二、达西(Darcy)实验定律及其适用条件	(43)
三、各向同性多孔介质中达西定律的推广	(44)
四、各向异性多孔介质中达西定律的推广	(45)
五、液体密度 ρ 不为常数时渗流的运动方程	(49)
六、非线性运动方程	(50)
§ 1—6 渗流连续性方程	(50)
一、积分形式的连续性方程	(50)
二、微分形式的连续性方程	(53)
§ 1—7 流函数、势函数、流网	(55)

一、流函数·····	(55)
二、势函数·····	(57)
三、平面流网·····	(57)
§ 1—8 可压缩多孔介质中以水头为因变量的渗流连续性方程·····	(60)
一、状态方程·····	(60)
二、以水头为因变量的渗流连续性方程·····	(62)
三、几点讨论·····	(66)
四、关于源汇项问题·····	(68)
§ 1—9 布西尼斯克方程·····	(69)
一、潜水面微分方程·····	(69)
二、布西尼斯克方程·····	(72)
§ 1—10 定解条件·····	(78)
一、问题的提出与基本概念·····	(78)
二、初始条件·····	(79)
三、边界条件·····	(80)
§ 1—11 渗流数学模型·····	(88)
一、正确建立渗流数学模型的若干要点·····	(88)
二、实例分析·····	(90)
§ 1—12 叠加原理及其应用·····	(96)
一、叠加原理·····	(97)
二、叠加原理应用举例·····	(98)
第二章 河渠影响下的地下水运动	
§ 2—1 河渠间地下水的稳定运动·····	(104)
一、完整河渠条件下的一维稳定运动·····	(104)
二、不完整河渠条件下的二维稳定运动·····	(109)
三、完整与不完整河渠单宽渗流量大小之比较·····	(111)
§ 2—2 一条河渠影响下潜水的非稳定运动·····	(112)
一、河渠水位呈阶梯状变化的情形·····	(112)
二、河渠水位呈折线变化的情形·····	(115)
§ 2—3 两条平行河渠影响下潜水的非稳定运动·····	(119)
一、河渠水位呈阶梯状变化的情形·····	(119)
二、河渠水位呈折线变化的情形·····	(121)
§ 2—4 四边都受沟渠影响时潜水的非稳定运动·····	(124)
一、假定条件与数学模型·····	(124)
二、模型的分解与解答·····	(125)
三、解的验证与应用·····	(127)
第三章 水井影响下的地下水运动	
§ 3—1 概述·····	(131)
一、地下水动力学中对水井的分类·····	(131)

二、抽水井周围地下水运动的一般特征	(131)
三、潜水井流与承压水井流的基本区别	(133)
四、完整井流与不完整井流的基本区别	(133)
§ 3—2 在平面上无界的承压含水层中的完整井流	(133)
一、定流量抽水井	(136)
二、抽水流量随时间呈阶梯状变化的情形	(160)
三、定降深抽水井	(164)
§ 3—3 有越流时承压含水层中的完整井流	(170)
一、关于越流的一般概念	(170)
二、第一类越流系统中的井流	(171)
三、第二类越流系统中的井流	(188)
§ 3—4 潜水含水层中的完整井流	(195)
一、仿泰斯公式法	(195)
二、博尔顿(Boulton)法	(199)
三、纽曼(Neuman)法	(222)
§ 3—5 给水或隔水边界附近的完整井流	(228)
一、无界含水层中井群的降深叠加原理	(228)
二、直线隔水边界附近的井流	(230)
三、直线常水头补给边界附近的井流	(239)
四、扇形含水层中的井流	(247)
五、带状含水层中的井流	(255)
六、矩形含水层中的井流	(256)
七、非完整与完整常水头河流边界附近井流之比较	(258)
§ 3—6 不完整井流	(269)
一、假定条件与数学模型	(269)
二、模型的求解及其几个特例	(271)
三、平均降深及其计算公式	(276)
四、解的讨论	(277)
五、利用抽水试验资料确定含水层参数	(279)
六、潜水含水层中的不完整井流概述	(281)
§ 3—7 关于井流的几点注记	(283)
一、关于井径与井流量之间的关系	(283)
二、关于井水位降深与井流量之间的关系	(286)
三、在井流计算中忽略水跃值所产生的误差分析	(289)
四、根据抽水试验资料确定井损的方法	(291)
第四章 非饱和渗流基本理论	
§ 4—1 有关物理概念的回顾	(295)
一、弯曲液面两侧的压强差	(295)
二、液体与固体的接触及湿润现象	(298)

§ 4-2 非饱和渗流问题中的几个基本概念·····	(299)
一、负压、毛细压强水头与测压水头·····	(299)
二、持水曲线及其多值性·····	(301)
三、毛细带·····	(303)
四、给水度与持水度·····	(304)
§ 4-3 非饱和渗流基本方程·····	(307)
一、运动方程·····	(307)
二、连续性方程与基本微分方程·····	(308)
§ 4-4 定解条件·····	(311)
一、初始条件·····	(312)
二、边界条件·····	(312)
§ 4-5 数学模型举例与求解难点·····	(315)
一、数学模型举例·····	(315)
二、求解难点·····	(316)
第五章 流体动力弥散基本理论	
§ 5-1 水动力弥散现象及其机理·····	(318)
一、水动力弥散现象·····	(318)
二、弥散现象的机理与几个有关的概念·····	(319)
§ 5-2 弥散通量与弥散系数·····	(322)
一、弥散通量·····	(322)
二、弥散系数·····	(322)
三、通过一维弥散实验综合成果分析弥散系数·····	(326)
§ 5-3 水动力弥散方程·····	(328)
一、弥散方程的推导·····	(328)
二、关于源汇项·····	(331)
§ 5-4 定解问题的类别与定解条件·····	(335)
一、溶质运移定解问题的类别·····	(335)
二、关于溶质浓度的定解条件·····	(335)
§ 5-5 数学模型举例·····	(340)
一、半无限含水层中的一维问题·····	(340)
二、瞬时点状注入示踪剂的二维弥散问题·····	(341)
三、水平面内的二维渗流二维弥散问题·····	(341)
主要参考文献 ·····	(343)

第一章 渗流理论基础

§ 1—1 引论

一、地下水动力学概述

流体在多孔介质中的流动称为渗流。水、石油和天然气等都是流体。孔隙岩石、裂隙岩石、孔隙—裂隙岩石等都是多孔介质。研究流体在多孔介质中运动规律及其应用的科学,称为渗流力学,它是流体力学的一个分支。这方面的理论简称为渗流理论。

在水文地质与工程地质专业中所涉及的渗流问题,主要是地下水在多孔介质中的流动问题。研究地下水在多孔介质中运动规律及其应用的科学,通常称为地下水动力学。说得详细一点,地下水动力学是研究地下水在岩石孔隙、裂隙和孔隙—裂隙中运动规律及其应用的科学。地下水动力学是渗流力学的一个重要分支。它是对地下水量和水质进行定量评价,指导地下水合理开发利用,兴地下水之利,除地下水之害的重要理论基础。是一门重要的专业基础理论课。

本章要讲的渗流理论基础,主要是地下水动力学理论基础。它们与其他流体的渗流,在原理上有许多共通性。

地下水动力学在水文地质与工程地质专业中有着广泛的用途。例如,在城市工业用水与生活用水中,地下水常常是重要的水源之一。在这方面的水文地质工作中,不仅首先要查明地下水水源地,更重要的是要查明有多少可供开采的地下水,确定开采井的数量,选择能获得较高经济效益的井点布局方案。要很好地解决这些互相联系着的问题,就要以地下水动力学理论为基础,进行科学的计算与分析,才能得到较好的答案。若开采区过于集中,开采强度大,总量多,时间长,则会引起地面沉降问题。我国上海、北京、西安等大城市都有这类问题发生。如何合理开采,合理布井,合理运用,做到采而不竭,采而不沉,仍需以地下水动力学理论为指导,进行综合性的水文地质与工程地质研究,才能提出可行的方案。又如,在农田供水与排水工程中,在矿区疏干排水与大型建筑物的基坑排水工程中,也要遇到井点的合理布局问题,遇到矿坑涌水量的计算与预测问题,以及排水沟的适当间距与深度问题。要解决好这些问题,也必须以地下水动力学理论为指导。还有,在水利工程中,水工建筑物基础下面地基中的渗流,特别是混凝土坝坝基下的渗流及土坝坝体中的渗流,对坝体的安全有着重要影响。要合理设计这些水工建筑物,保证他们的安全,也必须对这类渗流问题进行深入研究;否则,就难以作出可靠的设计。这类研究也是以地下水动力学理论为指导的。再如,由于城市污水和工业废水大量地、不适当地排放,农药、化肥、杀虫剂、除草剂的广泛施用,及生活垃圾与工业垃圾的大量堆放等原因,常使地下水受到污染。要预防、预测和控制这类污染,就首先需要

弄清污染物在地下水中输运的规律。而这正是近代地下水动力学的一个重要组成部分——流体动力弥散理论的研究的问题。

地下水动力学具有显著的特点。首先,它是一门理论性与实践性都较强的学科。这是由于它担负着水文地质与工程地质专业工作中对地下水量与水质进行定量评价的重要任务。要定量,就离不开数学,离不开物理,离不开它们之间的有机结合,这就使得本课程是一门数理性较强的学科。定量的目的全在于应用,在于解决实际问题,并非是纯学术研究,纯理论学科。一切理论都离不开一定的条件,因此,条件性较强可以说成是地下水动力学的另一个重要特点。在学习中须充分重视把握住各种理论、公式的适用条件,否则就易犯张冠李戴之类的错误。

地下水动力学的这些特点,决定了它与数学、物理学(特别是其中的流体力学),水文地质学基础等课程有着密切的联系。读者如在这些方面有较好的基础,对于学好这门课程来说是大有帮助的。

地下水动力学发展到今天,是经历了若干重要阶段的;各个阶段的研究方法也有不同的侧重。

1856年达西(Henry Darcy)实验定律的问世,是地下水动力学开始出现的标志。稍后,19世纪60年代,裘布依(J. Dupuit)以达西定律为基础,研究了地下水的单向稳定运动和平面径向稳定运动。到了19世纪80年代,福希海麦尔(P. Farchheimer)研究了较为复杂的稳定流问题。后来,苏联的茹可夫斯基(Н. Е. Жуковский)导出了渗流的微分方程式。1904年,布西尼斯克(J. Boussinesq)导出了潜水不稳定运动的微分方程。这就形成了最古老的、或者说是最经典的地下水动力学理论骨架。此后,在相当长的一个时期内,地下水动力学主要是在稳定流方面得到了进一步发展,在一定程度上解决了一些简单的生产实际问题。1935年泰斯(C. V. Theis)非稳定井流公式的出现,标志着地下水动力学发展到非稳定流的新阶段。后来,许多学者进一步发展了非稳定流理论,解决了一些生产实际中提出的、相对说来也是更为复杂的问题。大体上说,从达西定律问世到本世纪50年代以前大约一百年的时间内,研究地下水动力学的主要方法,基本上只有实验法和解析法这两大类。这两类方法的特点,决定了它们只能解决条件比较简单的一些问题。50年代以来,由于电子计算机和由之带来的计算方法的发展,给地下水动力学的发展提供了一种崭新的研究方法,这就是数值方法。同时,物理模拟方法也有了较大的发展,渗流基本理论也更加成熟和完善,流体动力弥散理论开始出现。在近代渗流理论方面,以色列学者贝尔(J. Bear)作出了巨大的贡献。这些新的研究手段和坚实的理论基础,使得过去难以解决的许多复杂的地下水运动问题,逐步得到了一定程度的解决。尤其是由于数值法的发展,由于电子计算机的应用,已使近代地下水动力学发展到了一个能够解决许多复杂的实际问题的崭新阶段。近一、二十年以来,数学规划与系统工程等方法已介入到地下水计算这个领域中来,地下水动力学正蕴酿着新的、更大的发展。

我国在1949年以前还没有地下水动力学这门学科。新中国成立后,才逐步引进了这方面的理论,并培养出了一些这方面的专门人才,其中包括一些出色的人才。有的学者在不同的侧面上对发展地下水动力学这门学科,做出了很大的贡献。不过,与发达国家相比,总的看来,我国在这个学科领域内还是有一定差距的。特别是基本理论研究方面显得比较薄弱。发展我国的地下水动力学,需首先从基本理论上下功夫。我们应从现在做起,加强基本理论教

学,造就一代新人,以期使我国在这方面的事业兴旺发达起来,更好地为社会主义建设服务。

二、多孔介质与多孔连续介质

(一)多孔介质

多孔介质这个术语,很难给它一个精确的定义。一般说来,具有以下几个特点的物质就称为多孔介质。这些特点是:

1. 该物质是多相体;多相中至少有一相是气相或液相。固相部分称为固体骨架,非固相部分称为空隙(或孔隙)。

2. 在多相体占据区域中,每一点的一个比较小的邻域内,都应有固相颗粒存在。也就是说,固相的分布是遍及整个多相体占据区域的。这就决定了固相的比面(单位体积多孔介质内所有颗粒的总表面积)是较大的,而空隙则是较小的。

3. 空隙空间具有一定的连通性。互相连通的孔隙空间称为有效孔隙空间。

孔隙岩石,裂隙岩石,孔隙-裂隙岩石都具有上述特点,故前面称它们为多孔介质是正确的。其他如粉笔、砂锅、面包、滤纸等,也都是多孔介质。岩溶地层是一种不典型的多孔介质。

(二)多孔连续性介质

在多孔介质中,流体的运动是在空隙空间里进行的。而流体又是由大量运动着的分子组成的。在地下水动力学中,我们的最终目的,既不是要确定流体的各个分子的运动规律,也不是要确定在空隙空间里面流体运动的微观规律,而是要确定流体在多孔介质中平均性质的、即宏观的运动规律。在这里,前面的“微观”是相对于后面的“宏观”一词而言的。试图从分子水平上,或者从微观水平上研究多孔介质中流体的运动,既是不必要的,而且在实际上也是不可能的。

要研究多孔介质中流体的宏观运动规律,自然首先需要对描述这种宏观运动的诸物理量(如流速、压强、水头等)作出定义;并且要求在多孔介质空间(包括孔隙空间与骨架颗粒空间)的任一点上诸物理量都有定义。只有这样,才有可能使渗流诸物理量成为多孔介质空间内点的坐标的连续函数,进而便可采用数学中成熟的连续函数理论去研究渗流问题。然而,流体的运动是在空隙空间里进行的;在骨架颗粒所占的空间范围内并不存在流体的流动,在这种空间里,流动的速度等物理量似乎就无从谈起。在这种客观情况下,如何使多孔介质空间的任一点上描述宏观运动的诸物理量都有定义呢?为了解决这个问题,必须首先引入多孔介质物理点等概念,并以此为基础引进多孔连续介质概念。

多孔介质物理点的概念是这样建立的——设想以多孔介质空间区域中的任一点 P 为中心(该点可以位于空隙空间里,也可位于骨架颗粒内),圈定一个小的空间区域 ΔU ,取其内所包含的诸流体质点的某物理量的平均值,作为流体的该物理量在 P 点的宏观(平均)值;由于在多孔介质中任一数学点 P 的周围都可以这样求得一个宏观值,所以这样做的结果不仅实现了从微观物理量向宏观物理量的过渡,而且使宏观物理量在整个多孔介质空间区域内处处都有了定义,从而就满足了我们上述的要求。大体看来,这里设想的办法是可行的。但仔细分析起来,这里的设想还有待深化、有待完善。上述设想中的一个突出问题是,小区域 ΔU 的适当大小该如何确定?显然,如果 ΔU 过大,则由之所定义出的宏观量就不能表示 P 点周围局部的渗流特征,或者说这种宏观量对于 P 点周围局部渗流特征的刻画会大大

失真;如果 ΔU 过小,则可能得不到一个确定的、有意义的宏观平均值。

问题的关键集中在如何确定 ΔU 的适当大小?

由于多孔介质中渗流的诸多特性都与介质的孔隙率有着十分密切的关系,所以我们可以从观察 ΔU 由大变小的过程中, P 点周围平均孔隙率(n)的变化情况入手,来给出确定 ΔU 适当大小的原则。

图(1-1-1)就是一条 $n \sim \Delta U$ 关系曲线。

由图可见,当 ΔU 由充分大逐步缩小到 P 点的过程中,不论多孔介质是均质的还是非均质的,

平均孔隙率 $n = \frac{\Delta U_v}{\Delta U}$ (ΔU_v 是 ΔU 中所包含的孔隙体积)都有一个实际上可以认为是常数的区间,例如图中的 $[\Delta U_0, \Delta U'_0]$ 区间;当 $\Delta U > \Delta U'_0$ 时,非均质介质的 n 值比 $[\Delta U_0, \Delta U'_0]$ 区间内的 n 值呈现出或者偏大、或者偏小的明显变化,均质介质实际上仍保持不变;但当 $\Delta U < \Delta U_0$ 时,不论多孔介质是均质的还是非均质的, $n \sim \Delta U$ 曲线都呈现出很大的波动。这种波动

是因为 ΔU 过小时,其中包含的颗粒与空隙相对来说就很少,以致在这个很小的范围内,它们的随机分布的某些不规则性就明显地表现出来了。当 ΔU 小到接近于单个孔隙或颗粒的大小时,这种波动就会更大。 n 值波动区间是 $[0, 1]$ 。若 P 点在孔隙中,则 $\Delta U \rightarrow 0$ 时 $n \rightarrow 1$,若 P 点在颗粒中,则 $\Delta U \rightarrow 0$ 时 $n \rightarrow 0$ 。

鉴于 $n \sim \Delta U$ 曲线的上述特点,人们就很自然地将 P 点的孔隙率定义为:

$$n(P) = \lim_{\Delta U \rightarrow \Delta U_0} \frac{\Delta U_v}{\Delta U} \quad (1-1-1)$$

这个 ΔU_0 就是以 P 点为中心应圈定的体积 ΔU 适当的大小。它与单个孔隙、单个颗粒及流体质点相比是充分大的,而与多孔介质所占据的整个空间区域相比,则是充分小的。在近代多孔介质流体动力学中,称此 ΔU_0 为在数学点 P 处多孔介质的表征性体积单元(简称为表征体元,简记为 REV),也称为在数学点 P 处多孔介质的物理点或物质点,并把包含在 ΔU_0 中的所有流体质点与固体颗粒的总体,称为多孔介质质点。这样,我们就可以说:多孔介质是由连续分布的多孔介质质点组成的;这两句话也就是多孔连续介质的定义。或者说,由连续分布的多孔介质质点组成的介质称为多孔连续介质。

表征体元这个概念在近代渗流理论中具有十分重要的意义。它好象是构成多孔连续介质和组建近代渗流力学基本理论体系的“细胞”。通过它,已实现了由不连续介质到连续介质的过渡;通过它,将实现从流体微观物理量到宏观物理量的过渡;通过它,还可实现由流体连续介质运动的基本规律到多孔连续介质中流体运动的基本规律的过渡。

三、渗流诸物理量的定义

在建立起多孔连续介质模型后,我们要定义的是与这种模型相应的,即宏观的渗流物理量。用常规方法测量到的(例如用测压管测量到的压强水头)正是这种宏观量。相对于这种宏观量,把流体质点的物理量就视为微观量;微观量是与流体连续介质模型相应的物理量。以后我们研究的各种物理量一般都是指宏观量,而不是微观量。因此,除了两种量易于混淆

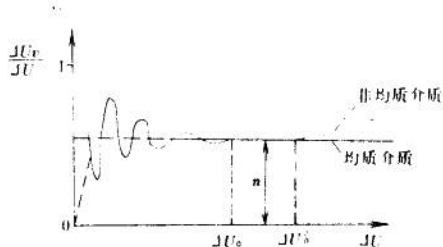


图 1-1-1

的个别地方外,我们将略去宏观二字。

设 \dot{a} 是流体质点的某种物理量(微量),则在多孔连续介质中任一点 P 上,渗流的这种物理量(宏观量)定义为在 P 点的表征体元 (ΔU_0) 的孔隙体积 $(\Delta U_v)_0$ 上 \dot{a} 的平均值 $(\bar{\dot{a}})$ (简记为 a),即

$$\bar{\dot{a}} \equiv a = \frac{1}{(\Delta U_v)_0} \int_{\mathcal{X}_{(U_v)_0}} \dot{a} d(\Delta U_v)_0 \quad (1-1-2)$$

式中 $\dot{a} = \dot{a}(x, y, z, t)$, (x, y, z) 是点的坐标, t 是时间, $(x, y, z) \in (\Delta U_v)_0 \in \Delta U_0$, $(\Delta U_v)_0$ 是 ΔU_0 中包含的孔隙体积。

[例 1] $\dot{a} = \dot{\rho}$ (流体质点的密度),则多孔连续介质中 P 点流体的密度为

$$\bar{\dot{\rho}} \equiv \rho = \frac{1}{(\Delta U_v)_0} \int_{\mathcal{X}_{(U_v)_0}} \dot{\rho} d(\Delta U_v)_0$$

其中 $\bar{\dot{\rho}} \equiv \rho$ 恒等式中的 ρ 是 $\bar{\dot{\rho}}$ 的简记符号。

[例 2] $\dot{a} = \dot{\mathbf{V}}$ (流体质点的流速),则多孔连续介质中 P 点流体的流速为

$$\bar{\dot{\mathbf{V}}} \equiv \mathbf{V} = \frac{1}{(\Delta U_v)_0} \int_{\mathcal{X}_{(U_v)_0}} \dot{\mathbf{V}} d(\Delta U_v)_0$$

$\bar{\dot{\mathbf{V}}} \equiv \mathbf{V}$ 是流体在多孔介质孔隙中真实的平均流动速度,通常简称为渗透速度或真速度。另外,在渗流力学中,国内常把孔隙率 n 与 \mathbf{V} 的乘积,也就是按下式计算的平均速度 \mathbf{v}

$$\mathbf{v} = n\mathbf{V} = \frac{1}{(\Delta U_0)} \int_{\mathcal{X}_{(U_v)_0}} \dot{\mathbf{V}} d(\Delta U_v)_0 = \frac{1}{(\Delta U_0)} \int_{\mathcal{X}_{(U_v)_0}} \dot{\mathbf{V}} d(\Delta U_0)$$

称为渗流速度或假想速度。在多孔介质流体动力学的近代著作中,例如 J·贝尔的著作中,把 \mathbf{v} 更确切地称为比流量,即在单位时间内通过单位多孔介质面积(包括孔隙面积和颗粒面积)的流体的体积。上式中的第三个等号之所以成立,是因为在固相占据的体积 $(\Delta U_s)_0 = (\Delta U_0) - (\Delta U_v)_0$ 中 $\dot{\mathbf{V}}$ 恒为零。

[例 3] $\dot{a} = \dot{p}$ (流体质点的压强),则多孔连续介质中 P 点流体的压强为

$$\bar{\dot{p}} \equiv p = \frac{1}{(\Delta U_v)_0} \int_{\mathcal{X}_{(U_v)_0}} \dot{p} d(\Delta U_v)_0$$

\dot{a} 还可以是流体质点的水头、温度、加速度等,按(1-1-2)式都可求得相应的宏观量。若将 \dot{a} 表为

$$\dot{a} = a + \dot{\hat{a}}$$

其中 $\dot{\hat{a}}$ 是 \dot{a} 相对于 $a(\equiv \bar{\dot{a}})$ 的偏离量(或称波动量),则 $\dot{\hat{a}}$ 在 REV 上的平均量 $(\bar{\dot{\hat{a}}})$ 显然为

$$\bar{\dot{\hat{a}}} \equiv 0$$

为了简单起见,今后除特别需要的地方外,对微量与宏观量的符号一般都不再予以区别。例如,密度都用 ρ 表示,速度都用 \mathbf{V} 表示等等。虽然如此,思想上要分清楚,在流体连续介质中 ρ, \mathbf{V} 都是指微量;而在多孔连续介质中, ρ, \mathbf{V} 都是指宏观量。

四、液体与多孔介质骨架的主要物理性质

发生在多孔介质中的地下水渗流现象,显然是与液体和多孔介质骨架两方面的物理性质密切相关的。因此,它们应作为研究渗流现象的基本出发点。

(一)、液体的基本特征与主要物理性质

液体区别于固体的基本特征是其易流动性。从力学上看,液体分子之间的吸力很小,因而液体不能承受拉力,而且,处于静止状态的液体也不能抵抗剪切力,在很小的剪切力的作用下流体将发生连续不断的变形或流动。这就是易流动性的成因。

与渗流有关的液体的主要物理性质有:

1. 惯性:液体具有质量因而就具有惯性。质量是惯性的度量。质量愈大,惯性就愈大。单位体积液体所具有的质量称为液体的密度,用符号 ρ 表示。与液体所受到的外力(F)大小相等、方向相反的力,称为惯性力,以 Q 表示,即

$$Q = -F = -ma \quad (1-1-3)$$

式中 m 是液体的质量。惯性力是液体作用于外界的一种反作用力,并不是真正作用于所研究的液体上的力。但是,当把惯性力作为虚加于所研究的液体上的力时,它与液体受到的外力就共同组成一个平衡力系。也就是说,这时就可用静力学方程解决动力学问题,从而使对问题的研究得到了简化。

质量的单位是公斤或千克(kg),密度的单位是公斤每立方米(kg/m³)。

2. 万有引力特性:按照万有引力规律,液体自然要受到其他物体的吸引力。在液体运动问题中,一般只需要考虑地球对液体的吸引力,这就是重力(G)

$$G = mg \quad (1-1-4)$$

式中 g 是重力加速度,其数值大小与纬度有关,一般可看作常数,取 $g=9.8\text{m/s}^2$ 。 G 的单位是牛顿(N)。

单位体积流体所具有的重量称为重度,又称重率、容重,用符号 γ 表示。由(1-1-4)式和 ρ 的定义,显然有

$$\gamma = \rho g \quad (1-1-5)$$

γ 的单位是牛顿每立方米(N/m³)。

3. 粘滞性:液体内部抵抗各液层之间作相对运动的内摩擦性质,称为粘滞性。由于粘滞性的存在,液体在运动过程中为克服内摩擦力必然要做功,所以粘滞性是液体在运动过程中发生机械能损失的根源之一。

牛顿(Newton)在1686年根据试验提出了液体的内摩擦定律:流层间单位面积上的内摩擦力(或称为粘滞切应力,以 τ 表示)与液层间流速的变化率 $\frac{dV}{dy}$ 成正比,即

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad (1-1-6)$$

式中 μ 是取决于液体性质的比例系数,称为粘滞系数, V 是某流层的流速。坐标设置见图(1-1-2)。

作用在两相邻液层之间的 τ 是成对出现、大小相等、方向相反的。运动较慢的液层作用于运动较快的液层的切应力,其方向与运动方向相反;运动较快的液层作用于运动较慢的液层的切应力,其方向与运动方向相同。

粘滞系数 μ 是度量液体粘滞性大小的物理指标。 μ 值愈大,粘滞性愈强。 μ 值与液体的种类、温度、压强有关。对于水这种液体来说, μ 随压强的变化不大,一般可以忽略;温度是影响 μ 值的主要因素。 μ 的单位是:牛顿·秒/米²(N·s/m²)即帕秒(Pa·s),或千克/米·秒(kg/m·s)。

液体的粘滞性还可用 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ 来表示。 ν 的单位是米²/秒 (m²/s) 或厘米²/秒 (cm²/s), 因其中含有运动学要素, 故称为运动粘滞系数, 而 μ 则称为动力粘滞系数。

牛顿内摩擦定律并不是适用于一切流体的, 它仅适用于一般流体。凡属内摩擦定律适用的流体 (如水), 称为牛顿流体; 不适用的流体 (如血浆、牙膏、油漆、浓淀粉糊等) 称为非牛顿流体。

实际流体都是具有粘滞性的, 其 μ 值都大于零。在某些情况下, 当可以忽略粘滞性对流动的影响时, 就人为地令 $\mu = 0$, 这样的流体称为理想流体。

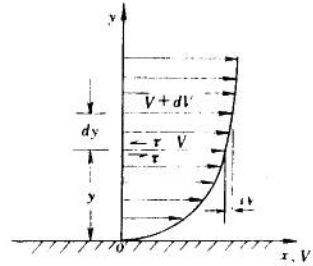


图 1-1-2

4. 压缩性: 液体的体积随压强的增大而减小的性质, 称为压缩性。当压强减小后, 它又能恢复原状。因此, 压缩性实际上也可以称为弹性。液体的压缩性 (或弹性) 的大小, 一般是用体积压缩系数 β 来表示的。 β 是一定质量的液体体积的相对压缩值 $\frac{dU}{U}$ (或密度相对增值 $\frac{d\rho}{\rho}$) 与液体压强增值 dp 之比, 也就是液体压强变化一个单位所引起的液体体积的相对变化, 即

$$\beta = -\frac{1}{U} \frac{dU}{dp} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (1-1-7)$$

β 愈大愈易压缩。由于压强增大时体积减小 (密度增大), 即 $\frac{dU}{dp} < 0$ ($\frac{d\rho}{dp} > 0$), 而 β 是以正值表示的, 故上式第一个等号右端需加负号。

β 的倒数, 称为体积弹性系数 (E), 即

$$E = \frac{1}{\beta} \quad (1-1-8)$$

E 愈大愈不易压缩。液体种类不同, 其 β 与 E 值也就不同。同一种液体的 β 与 E 值也随其温度和压强而变化, 但变化一般不大, 可看作常数。 β 的单位是米²/牛顿 (m²/N), E 的单位是牛顿/米² (N/m²)。

水的 E 值一般可用 2.1×10^9 N/m²。当压强增加一个标准大气压 ($= 10.13 \times 10^4$ N/m²) 时, 水的体积大约只减小十万分之五, 即

$$-\frac{dU}{U} = \beta dp = \frac{1}{E} dp = \frac{10.13 \times 10^4}{2.1 \times 10^9} \approx 5 \times 10^{-5}$$

可见, 水是不易压缩的。虽然如此, 水的压缩性对含水层的释水与贮水性却是有着很重要的影响的。

液体按其压缩性可分为可压缩的 ($\beta \neq 0$) 和不可压缩 ($\beta = 0$) 的两类。事实上, 并不存在绝对不可压缩的液体, 只是当 β 很小、压强及其变幅也很小时, 可近似作为不可压缩流体处理而已。

5. 表面张力特性: 在液体表面层内, 分子引力是不平衡的。表面层内的分子都受有指向下方的吸引力。其结果就使液体表面层好象被绷紧了的橡皮薄膜一样, 时有力图收缩、减小其表面积的趋势。这种趋势在宏观上就表现为表面张力。表面张力一般产生于液体和气体相接触的自由表面上, 但也可以产生于液体与固体相接触的表面, 或与另一种液体相接触

的表面上。表面张力使液体表面拉紧收缩,从而会影响液流的运动状况。虽在一般问题中其作用是不大的,但在非饱和渗流问题中其作用则是很突出的。这方面的详细分析将在非饱和渗流一章中给出。

表面张力的大小是用表面张力系数(σ)来度量的。 σ 可以定义为液体表面上单位长度所受的张力,其单位为牛顿/米(N/m)。 σ 的大小随液体的种类和温度而变化。对于空气和水接触的水面,当水温为 22°C 时, $\sigma=0.0728\text{N/m}$ 。

水的各种物理性质参数的数值见表(1—1—1)。

表(1—1—1) 不同温度下水的物理性质参数值表

温度 °C	重度 γ (KN/m ³)	密度 ρ (kg/m ³)	粘滞系数 μ (10 ⁻³ N·s/m ²)	运动粘滞系数 ν (10 ⁻⁶ m ² /s)	体积弹性系数 E (10 ⁹ N/m ²)	表面张力系数 σ (N/m)
0	9.805	999.9	1.781	1.785	2.02	0.0756
5	9.807	1000.0	1.518	1.519	2.06	0.0749
10	9.804	999.7	1.307	1.306	2.10	0.0742
15	9.798	999.1	1.139	1.139	2.15	0.0735
20	9.789	998.2	1.002	1.003	2.18	0.0728
25	9.777	997.0	0.890	0.893	2.22	0.0720
30	9.764	995.7	0.798	0.800	2.25	0.0712
40	9.730	992.2	0.653	0.658	2.28	0.0696
50	9.689	988.0	0.547	0.553	2.29	0.0679
60	9.642	983.2	0.466	0.474	2.28	0.0662
70	9.589	977.8	0.404	0.413	2.25	0.0644
80	9.530	971.8	0.354	0.364	2.20	0.0626
90	9.466	965.3	0.315	0.326	2.14	0.0608
100	9.399	958.4	0.282	0.294	2.07	0.0589

6. 均质性与非均质性:液体按其组成特点分为均质液体与非均质液体两类。均质液体是指单一种类的液体或者均匀的混合液体;否则就称为非均质液体。或者说,均质液体是单组分液体或多组分但混合均匀的液体;非均质液体是多组分且混合不均匀的液体。例如“纯”水,“纯”酒精,或由它们均匀混合的液体,都属于均质液体。地下水中都含有某些溶质,也就是说它是一种溶液,各种溶质浓度间的比例关系在空间上与时间上都不是固定的,因而按定义严格说来,都应属于非均质液体。

均质液体若是等温且不可压缩的,则其密度 ρ = 常数;非均质液体若是等温且不可压缩的,其密度 ρ 严格说来是随其中所含各种溶质浓度的变化而变化的,即 $\rho = \rho(c_1, c_2, \dots, c_n)$, $c_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是第 i 种溶质的浓度。当我们只需要突出研究水量问题而不需研究水质问题时,才忽略各种溶质浓度比例关系的不均匀性,把地下水近似作为均质液体来研究。当需要研究某种溶质(例如某种污染物)在地下水中迁移与变化规律时,就需要把地下水作为非均质液体来研究。非均质液体若是非等温且可压缩的,则其密度 ρ 将随液体温度(T)、压强(p)及各种溶质浓度 $c_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的变化而变化,即

$$\rho = \rho(T; p; c_1, c_2, \dots, c_n) \quad (1-1-9)$$

当各种溶质浓度的变化对溶液(又称为流体体系)密度的变化影响很小时(例如,低矿化度地下水,其中各种溶质浓度普遍较低时就是这样),对等温且可忽略其压缩性的液体,就可把流体体系的密度视为常数,而仅突出研究其中某种我们所关心的溶质浓度的时空变化规律。这样近似处理问题,既突出了研究重点,又可使对重点问题的研究大为简化。在地下水污染问题的研究中,这样近似处理问题的情形还是较常用的。当然,若某些溶质浓度的变化对流体体系密度的变化有显著影响时,例如海水入侵淡水含水层时,就不能把流体体系的密度作为与溶质浓度无关的常数处理,而须作为未知变量,在求解中同时获得流体体系密度和其中某种溶质浓度的时空变化规律。这类问题较之前一类问题显然要复杂得多。

(二)多孔介质骨架的主要物理性质

与渗流关系密切的多孔介质骨架的主要物理性质有:

1. 孔隙性:度量多孔介质孔隙性(实为骨架孔隙性)的物理指标是孔隙率,其定义为多孔介质空隙体积(U_v)与总体积(U_b)之比:

$$n = \frac{U_v}{U_b} = \frac{U_b - U_s}{U_b} \quad (1-1-10)$$

式中 U_s 是 U_b 内固体的体积。 n 是无量纲量。

从液体通过多孔介质流动的观点来看,显然只有互相连通的孔隙才是有意义的。因此,有必要引进有效孔隙率(n_e)概念。其定义为:多孔介质中互相连通的孔隙(简称为有效孔隙)体积(U_{ve})与介质总体积(U_b)之比:

$$n_e = \frac{(U_{ve})_e}{U_b} \quad (U_{ve})_e + (U_{ve})_w = U_v \quad (1-1-11)$$

式中 $(U_{ve})_w$ 为互不连通的,即无效孔隙体积。

在有效孔隙中,有时还包含着一小部分所谓死端孔隙或滞流孔隙,其中的流体实际上是不动的,如图(1-1-3)所示。另外,在由细颗粒组成的多孔介质(如粘土)中,颗粒表面还存在着很薄的一层不动的、高粘滞度的水(即通常说的结合水)。严格说来,这些情况将导致按(1-1-11)式计算的有效孔隙率稍微偏大。但一般是可以忽略这种微小差别的。

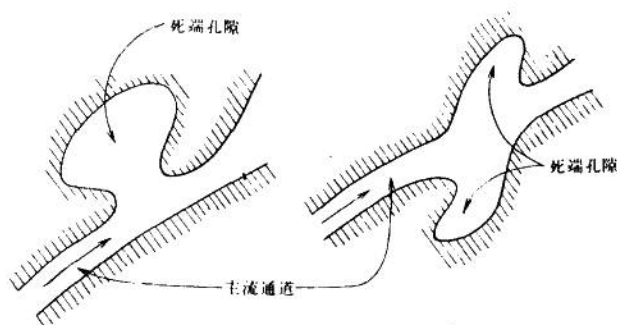


图 1-1-3

表征孔隙性的另一种指标是空隙比(e),其定义为多孔介质中空隙体积与固体体积之比: