



小学生

XIAOXUESHENG
JISUAN CUOWU

计算错误的研究

DE
YANJIU

— 江苏人民出版社 —

小学生计算错误的研究

邱 学 华

江苏人民出版社

小学生计算错误的研究

邱 学 华

•

江苏人民出版社出版

江苏省新华书店发行

扬州印刷厂印刷

1979年5月第1版

1979年5月第1次印刷

印数：1—200,000册

书号：7100·045

定价：0.22元

目 录

第一章 概 论	(1)
一、为什么要分析学生的计算错误	(1)
二、学生发生计算错误的原因	(2)
三、怎样防止和纠正计算错误	(7)
第二章 整数四则计算错误的分析	(17)
一、加法的错例及其分析	(17)
二、减法的错例及其分析	(23)
三、乘法的错例及其分析	(29)
四、除法的错例及其分析	(42)
第三章 小数四则计算错误的分析	(50)
一、数位不对齐	(50)
二、计算结果里忘记点小数点	(52)
三、计算结果里小数点点错	(52)
四、计算结果里漏掉用零补足数位	(54)
五、计算结果里多划去了零	(56)
第四章 分数四则计算错误的分析	(58)
一、分数加法的错例及其分析	(58)
二、分数减法的错例及其分析	(62)
三、分数乘法的错例及其分析	(64)
四、分数除法的错例及其分析	(67)
五、繁分数化简的错例及其分析	(68)
第五章 四则混合运算错误的分析	(71)

一、数值计算错误·····	(71)
二、运算顺序发生错误·····	(71)
三、递等式错误·····	(76)
四、有关分数、小数混合运算的错误·····	(77)
第六章 几何形体有关计算错误的分析·····	(81)
一、数值计算错误·····	(81)
二、计算公式用错·····	(82)
三、计量单位搞错·····	(93)
第七章 正负数四则计算错误的分析·····	(95)
一、正、负数加减法的错例及其分析·····	(95)
二、正、负数乘除法的错例及其分析·····	(98)

第一章 概 论

一、为什么要分析学生的计算错误

数学教师在批改作业的时候，怎样对待学生的计算错误呢？有的教师看到错误，打上“×”号，就算了事；有的教师看到错误，对学生训斥一顿，就不管了。这些都不是正确的态度。有些教师发现了学生的计算错误，不是这样，而是把学生的计算错误当作一面镜子，认真分析错误，从中看出学生掌握知识的缺陷，看出自己教学上的问题，找出弥补学生知识缺陷的办法，找出教学上的改进措施。这样，才能有效地培养和提高学生的计算能力。

为了减少学生的计算错误，必须认真分析计算错误。分析了错误，找到了发生错误的原因，才能对症下药。通过分析计算错误，我们可以知道，学生在哪些地方，在什么情况下容易发生错误。在以后的教学中，就可以事先采取措施，防止错误的发生。当学生在作业时发生了计算错误再去纠正，就有些被动了。许多有经验的教师能够事先知道什么地方学生容易发生错误，在教学过程中特别加以注意，抓住要害，重点讲解，学生的计算错误就减少，教学质量就能够提高。

学生的计算错误是形形色色的，各种各样的，只要我们仔细分析一下，就会发现：有些错误，这一班有，另一班也有；今年有，往年也有，这个地区的小朋友会这样错，另一

地区的小朋友也会这样错。这种现象就证明了发生这些错误，不是偶然的，从中可以找到一些发生计算错误的规律性的东西。我们从错综复杂的计算错误中，找到了这些共同的东西，就可以进一步研究改进教学的方法，防止错误的发生，从而达到培养和提高学生计算能力的目的。

二、学生发生计算错误的原因

在具体分析各种计算错误以前，先研究一下学生发生错误的一般原因。掌握了学生产生错误的一般原因，再来具体分析各种计算错误，就一清二楚了。

发生计算错误的原因，可以从学生的角度和教材的角度这两方面来进行分析。

从学生的角度来看，一般有这样三个原因造成计算错误。

1. 粗心大意，造成计算错误

有些错误是由于学生粗心大意，在不知不觉中产生的。例如看错题目，写错数字，脱漏符号以及忘记写名数等等。有时把加法做成减法，减法做成加法，忘记点小数点，这些错误都是由于学生粗心大意的缘故。这类错误也称无意错误，一经教师提示，学生自己也会发现并纠正。

2. 计算法则模糊，造成计算错误

牢固地掌握计算法则是正确地进行计算的必要条件。有些错误就是由于学生没有牢固地掌握计算法则造成的。例如：

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 27 \\ \hline 515 \end{array}$$

这是由于没有掌握进位加法的计算法则所造成的错误。

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 23 \\ \hline 288 \\ 192 \\ \hline 480 \end{array}$$

这是由于没有掌握两位数乘法的计算法则所造成的错误。

$$\begin{array}{r} 2 \\ 12 \overline{) 246} \\ \underline{246} \\ 0 \end{array}$$

这是由于没有掌握小数除法的计算法则所造成的错误。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

这是由于没有掌握同分母分数加法的计算法则所造成的错误。

以上这些错误的发生，同教师的教学工作关系很大。一般来说，是因为教师在教学时没有突出重点，概念讲解模糊，没有启发诱导学生正确地牢固地掌握计算法则。发现了这类错误，一定要及时辅导，弥补缺陷。

3. 基本口算不熟练，造成计算错误

有些学生对计算法则是能够掌握的，但由于基本口算不熟练造成了计算错误。这种错误比较普遍。例如：

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 48 \\ \hline 73 \end{array}$$

$7 + 8 = 15$ ，误算成13。

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times 8 \\ \hline 524 \end{array}$$

$8 \times 8 = 64$ 写 4 进 6； $6 \times 8 + 6 = 54$ ，误算成 52。这是由于两位数加一位数的进位加法不熟练所造成的。

基本口算主要是指百以内的口算。为什么基本口算不熟练会造成算术四则计算的错误呢？这要从计算本身的规律来进行分析。算术四则计算包括整数、小数以及分数四则计算。这些内容相互之间紧密联系着，其中以整数四则计算为基础。因为小数和分数的计算只要通过某些变形，最终仍可归结为整数计算。而百以内口算又是整数四则计算的基础，因为任何多位数四则计算都可以分解成一些基本口算题。例如：

$$\begin{array}{r} 3789 \\ + 2358 \\ \hline 6147 \end{array}$$

这道多位数加法计算，是分解成 7 道 20 以内加法口算题进行计算的。（ $9 + 8 = 17$ ； $8 + 5 = 13$ ， $13 + 1 = 14$ ； $7 + 3 = 10$ ， $10 + 1 = 11$ ； $3 + 2 = 5$ ， $5 + 1 = 6$ ）

$$\begin{array}{r} 468 \\ \times 389 \\ \hline 4212 \\ 3744 \\ 1404 \\ \hline 182052 \end{array}$$

这道多位数乘法计算，是分解成 22 道百以内的加法和乘法口算题进行计算的。（ $8 \times 9 = 72$ ； $6 \times 9 = 54$ ， $54 + 7 = 61$ ； $4 \times 9 = 36$ ， $36 + 6 = 42$ ； $8 \times 8 = 64$ ； $6 \times 8 = 48$ ， $48 + 6 = 54$ ； $4 \times 8 = 32$ ， $32 + 5 = 37$ ；……）

从以上分析，我们可以看到，算这两道题目分别有 7 个和 22 个基本环节，如果一道题目中有一个环节发生错误，就会造成一道题计算结果错误。从这里我们也可以看出，如果

学生对百以内的基本口算不熟练，那么，在进行多位数四则计算时，就容易发生错误。

教学实践证明：基本口算熟练的学生，笔算速度快，成绩也好；基本口算不熟练的学生，笔算速度慢，成绩也差。一九六四年，我们曾对全国部分地区小学四、五年级158个班级、7314名学生，进行了一次基本口算与多位数笔算相关问题的调查测验，并对其中部分学生的计算错误进行过分析，发现大部分错误都是由于基本口算错误所造成的(见下表)，

笔算错误类型分析

	错 误 次 数	错 误 情 况		
		类 型	次 数	百 分 比
加 法	4 8 4	基本口算错误	4 6 7	96.5%
		计算法则错误	1 2	2.5%
		未 做 完	5	1%
减 法	4 7 8	基本口算错误	3 9 2	82%
		计算法则错误	8 6	18%
		未 做 完	0	
乘 法	1 7 6 8	基本口算错误	1 6 0 3	90.7%
		计算法则错误	1 3 4	7.6%
		未 做 完	3 1	1.7%
除 法	6 1 6	基本口算错误	4 5 1	73.2%
		计算法则错误	9 7	15.7%
		未 做 完	6 8	11.1%

可见学生基本口算不熟练是最容易造成计算错误的。

下面再从教材方面分析学生发生计算错误的原因。根据教学实践经验，学生学习教材中的难点部分、相似的部分和计算过程复杂的部分容易发生计算错误。

1.教材中难点部分，学生容易发生计算错误

加减法中的进位和退位问题，小数除法中的小数点处理问题，分数加减法中的通分问题等都是教材中的难点。教材中的难点，是学生感到比较难学的地方，往往也是学生容易发生计算错误的地方。

2.教材中相似的部分，学生容易发生计算错误

在数学教材中，有不少相似的材料，在学生的脑子里往往互相干扰，混淆起来，由此产生计算的错误。

比较突出的例子是0与1的计算问题。对任何数同0相乘都等于0，0加上一个数等于这一个数，任意一个数同1相乘还等于这一个数，学生容易混淆，往往会出现 $12 \times 0 = 12$ ， $12 + 0 = 0$ 的错误。0与1的计算问题一直是学生在四则计算中不易解决的问题。甚至到中学里进行代数运算，还发生这类错误。例如：

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-3}{5} = 0$$

$$5(x+1) - 3(x-3) = 15 \quad (0 \times 15 \text{ 误为 } 15)$$

小数加减法同整数加减法，学生也会混淆。如：

$$\begin{array}{r} 3.56 \\ + 7.2 \\ \hline 4.28 \end{array}$$
 所以发生这样的错误，主要是受整数加减法竖式

写法的影响，以为小数加减法也要末尾对齐。

其他如长方形的周长与面积计算、正负数四则运算与算术四则计算等，都会由于混淆不清而引起计算错误。

这类错误，在心理学上称为“痕迹性错误”，就是受旧知识痕迹的影响而发生的错误，也是旧有的计算方法的“惰性作用”对新的计算方法产生消极的影响。两种相似的材料，学生一时不能把它区别开来，就发生计算错误了。

3.教材中计算过程复杂的部分，学生容易发生计算错误

多位数乘法，计算过程比较复杂，学生这方面的计算错误较多。因为计算过程复杂，计算步骤多，造成错误的机会就多，只要在一个环节上稍一疏忽就会使计算结果错误。多位数除法，在计算过程中一会儿要用乘法和加法，一会儿又要用减法，就容易发生错误。带分数除法也是这种情况。

以上是从教材的角度，分析学生发生计算错误的原因，从中可以看到一些规律性的东西。了解这些规律性的东西，对我们钻研教材、备课有帮助。我们在备课时，要着重分析什么是教材的难点，哪些教材相互之间容易混淆，哪些教材计算步骤复杂。对于这些教材，我们要抓住它的主要矛盾，重点讲解，预先采取教学措施以防止学生发生计算错误。

三、怎样防止和纠正计算错误

这里有两个问题：一个是防止计算错误的发生，一个是错误发生了怎样纠正它。这两者是互相联系的。两者相比，要“防”重于“治”。下面简单讨论一下，防止和纠正计算错误的几项主要措施。

1.向学生进行“为革命而学”的学习目的性教育

防止和纠正学生的计算错误，首先要从思想教育着手，使学生明确学习计算的重要意义，树立“为革命而学”的思

想，把学习数学同实现“四个现代化”的伟大目标联系起来。有些学生以为算错几道题目没有什么要紧，不是还可以得七八十分吗？这种满足于得七八十分的思想要加以纠正。要使学生懂得在三大革命运动中，那怕是百分之一、千分之一的差错，都会给革命和建设带来损失。教学中，应该举些实例向学生进行教育。例如：农药的配方计算错了，结果庄稼“烧”坏了；技术革新中，把计算搞错了，会出现爆炸等严重事故；如果炮兵计算不正确，就打不准目标；一座南京长江大桥的设计，就有数百万次计算问题，不能有一点差错。教师可用这些材料启发学生认识计算正确无误的重要性，培养学生具有攻关不畏难的顽强斗志，勤学苦练的学习作风。同时，教师还要养成学生认真负责、书写格式符合规定以及按时独立完成作业等良好的习惯。

为了加强学生的责任感，可以要求每个学生准备一本练习簿，称为“计算错误登记簿”。把自己每次做错题目登记在上面，并加以订正。这样做，也可以使教师系统地看出每个学生计算错误的情况，从中找出原因。对长期保持作业无错误的学生要给予表扬。

2. 努力提高课堂教学质量

我们的工作重点应放在发生计算错误之前。这就要求我们认真备课，钻研教材，了解学生的知识缺陷和学习中的困难，讲究教学方法，提高课堂教学质量，使学生牢固地掌握计算法则，并且在计算过程中能够自觉地运用法则指导计算，避免错误的发生。

教学中，特别要注意容易混淆的基本概念和运算法则的教学。对于这些概念和法则要努力教好，并在适当的教学阶段，把两种容易混淆的概念和法则加以对比，使学生区别清

楚。但不要一开始就比较，应该等学生对两种材料都有了一定的理解后，再加以对比。特别是在低年级，这个问题更要注意。因为低年级学生年龄小，能力差，一个没有学好，急于同另一个比较，反而会眼花缭乱，搞不清楚。

教师不能搞“满堂灌”，要启发学生思考问题，鼓励学生多提问题。同时，必须按照年龄特点，逐步培养学生的自学能力，使学生学会独立阅读和运用课本。这样，他们在课后就能够自觉地阅读课本，复习有关知识，防止错误的发生。

要重视课堂练习。课堂上要有时间让学生板演。学生当堂到黑板上演算，教师可以及时了解他们掌握知识的情况，发现错误及时纠正。这种课堂板演，要有计划地让中等、差等水平的学生去做，以便及时发现问题。课堂上要留有充裕的时间给学生做作业。在学生作业的时候要进行个别辅导。有些教师老是到“当、当、当……”敲了下课钟，才匆匆忙忙地布置作业。这样，学生只能在课后慌慌忙忙地赶作业。俗话说“心慌意乱”，慌慌忙忙地做作业，错误一定会增多。有些教师由于不注意课堂练习，忽视课堂教学的改进，把精力大都花在课外补漏洞上，结果是旧的漏洞还没有补好，新的漏洞又来了。

3. 认真批改作业，及时辅导

认真批改作业是防止和纠正错误的重要一环。

批改作业必须及时，最好能做到当天批改，使学生能够当天知道自己的作业情况，教师自己也可以当天就知道教学中有那些缺陷，及时改进。

批改作业不能只看得数对或错，要分析错在什么地方，为什么会错。批改时对于学生的点滴进步，都应鼓励；对于

做错的学生，要耐心启发他改正。

批改作业要做到有批有改。教师可采用一定的批改符号。这些符号要能使学生清楚地看出错在什么地方，是什么一类的错误。有时可适当写上评语，鼓励学生；有时可根据错误情况，在错题旁边写上带有启发性的提示。例如：“想想看，错在哪里？”“先复习课本第×页，再把错误订正。”“先订正错误，再算下面几题。”（根据错题重编题目）“用××方法验算一遍，然后想一想为什么会算错。”等等。对于个别错误较多又无法独立订正的学生，最好采用面批的方法。一面批改，一面辅导，使学生懂得错误的地方、错误的原因以及订正的方法。

批改过程中，教师要随时把一些典型的错例记载下来，从中研究发生错误的规律，防止以后类似的错误再发生。同时可以根据错误的情况，组织特定内容的单项练习，弥补知识缺陷。

分清一般性错误和个别性错误很重要。一般性错误带有普遍性，应该在全班进行解决；个别性错误没有代表性，只要在课后个别辅导，不需要在全班解决。教师在课堂里讲个别性错误，往往会造成学生错误的印象，使本来计算无误的学生，也弄得糊涂起来。

4.加强计算基本功的训练

学生的计算错误大都是由于基本口算不熟练造成的。因此，扎扎实实练好基本口算这个基本功，对防止计算错误有很大的作用。

练好基本功，首先必须在低年级打好基础，特别对20以内加减法和表内乘除法，一定要达到不假思索、脱口而出的熟练程度。

口算是基础，口算不过关，笔算就困难。因此，小学数学教学中必须把基本口算训练放在一个极重要的地位。一般来说，每堂课都要进行。基本口算训练是一个长期的过程，要持之以恒，细水长流。

5.教会学生验算方法，培养学生验算习惯

教学中，应该有计划地教会学生几种不同的验算方法，使他们能从各个不同角度进行验算，防止错误的发生。下面简单介绍几种常用的验算方法。

(1)估计法验算

验算一道题目得数是否正确，可以采用估计的方法。例如： $412 \times 45 = 1854$ ，验算这道题，先估计一下 $400 \times 40 = 16000$ ，积是一个五位数。现在这道题目的积只有四位数，那肯定是错了。又如， $4280 \div 4 = 170$ ，用估计的方法可以立即发现计算有错误。因为 4280 除以 4 ，被除数的首位够除，商一定是四位数。再如， $150 \times \frac{4}{5} = 200$ 这道题目，用估计的方法也能立即发现错误。因为 150 的 $\frac{4}{5}$ 不会比 150 大。

积、商位数估计法，比较简单，都只有两种情况：

积的位数估计法

①首数相乘满十的

被乘数位数 + 乘数位数 = 积的位数

例如： $420 \times 55 = 23100$ ，被乘数是三位，乘数是两位，那么积是五位。

②首数相乘不满十的

被乘数位数 + 乘数位数 - 1 = 积的位数

例如： $320 \times 25 = 8000$ ，被乘数是三位，乘数是两位，那

么积是四位。

商的位数估计法

①首位够除的

被除数位数 - 除数位数 + 1 = 商的位数

例如： $79741 \div 23 = 3467$ ，被除数是五位，除数是两位，那么商是四位。

②首位不够除的

被除数位数 - 除数位数 = 商的位数

例如： $38760 \div 456 = 85$ ，被除数是五位，除数是三位，那么商是两位。

积、商位数估计法在小数运算中也能适用。但这种验算法只能估计得数的位数对不对，不能检验得数对不对，是有局限性的。

(2) 互逆法验算

加法和减法、乘法和除法之间的关系是互逆关系。可以用减法来验算加法，用加法来验算减法，用除法来验算乘法，用乘法来验算除法。

①用减法验算加法

根据减法的定义，从和里减去一个加数，所得的差必须等于另一个加数（或者等于其余各加数的和），加法的演算才是正确的。例如：

$$\begin{array}{r} 6963 \\ + 9239 \\ \hline 16202 \end{array} \quad \text{验算: } \begin{array}{r} 16202 \\ - 6963 \\ \hline 9239 \end{array} \quad \text{或 } \begin{array}{r} 16202 \\ - 9239 \\ \hline 6963 \end{array}$$

②用加法验算减法

根据减法的定义，把减数与差相加，所得的和必须等于被减数，减法的演算才是正确的。例如：