

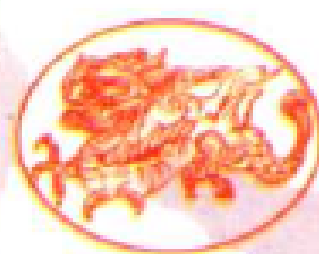
根据教育部《国家课程标准》编写

龙门专题

初中数学

方程(二)

主 编 南秀全
本册主编 付东峰



龍門書局

www.Longmenbooks.com

- ◎ 组稿编辑：田 旭
- ◎ 责任编辑：马建丽 李妙茶
- ◎ 封面设计： 13701038154

龙门专题



朱师达 (2005年湖北省理科第一名，现就读于北京大学元培计划实验班)

《龙门专题》这套书习题讲解详细而具体，不仅例题，而且每章后的练习题都有详细的解答过程，只要认真阅读和揣摩，就一定能起到举一反三的效果，这是非常难能可贵的。



徐岸汀 (2003年广东省理科第一名，综合总分900分，现就读于北京大学元培计划实验班)

《龙门专题》这套书是一套很好的教辅材料，知识板块合理细化，我曾经有几个知识点掌握得不够好，后来有针对性地选择了几本，弥补自己不足，感觉用起来很方便，成绩也提高得很快。这套书题目难度把握得也很好，是巩固基础、提高能力不可缺少的好帮手。



王佳杰 (2004年上海市高考第一名，上海市优秀毕业生，高考总分600分)

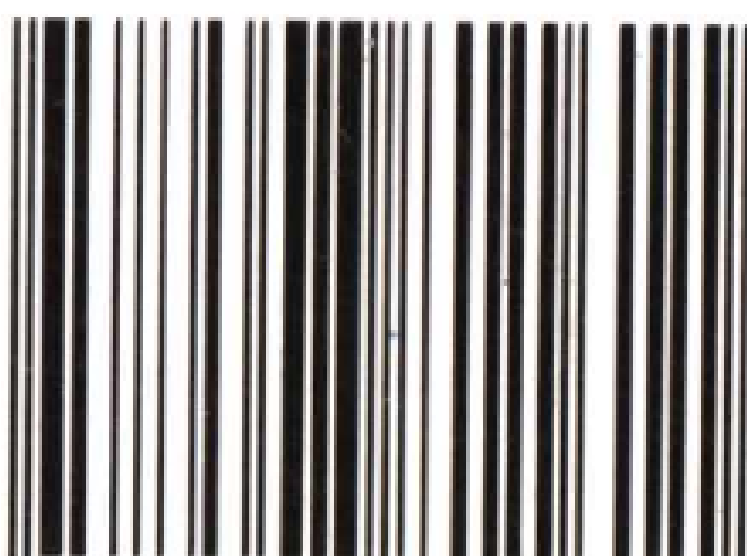
《龙门专题》这套书给你的是脚踏实地备战考试的正道，如果还有老师在旁指导挑选出最重要的例题和习题，有和你同样选择《龙门专题》的同学相互切磋的话，那就几乎是完美了。



刘诗泽 (2005年黑龙江省高考理科第一名，现就读于北京大学元培实验班)

好的参考书必须要根据考试的方向走，围绕考试的考查重点来布局。我在备考时使用《龙门专题》这套书，正是紧跟着考试走，例如数学等科目的参考书，都在每小节后列出了相关的典型考题，以进一步强化复习相关知识点。

ISBN 7-5088-1161-5



9 787508 811611 >

ISBN 7-5088-1161-5

定价：13.00 元

方程

(二)



主 编 南秀全

本册主编 付东峰

编 者 付东峰 肖九河 石 涧

姜文清 余 梦 肖一鸣

汪 彬



龍門書局

北京

版权所有 翻印必究

举报电话:(010)64034160,13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64034160

图书在版编目(CIP)数据

方程(二)/南秀全主编;付东峰分册主编. —北京:科学出版社:
龙门书局,2006

(龙门专题)

ISBN 7-5088-1161-5

I. 方… II. ①南…②付… III. 代数课—中学—教学参考资料 IV. G634.623

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 089964 号

组稿编辑:田 旭/责任编辑:马建丽 李妙茶/封面设计:耕 者

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

北京市东华印刷厂 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2006 年 8 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2006 年 8 月第一次印刷 印张:8 1/4

印数:1—20 000 字数:237 000

定 价:13.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



生命如歌

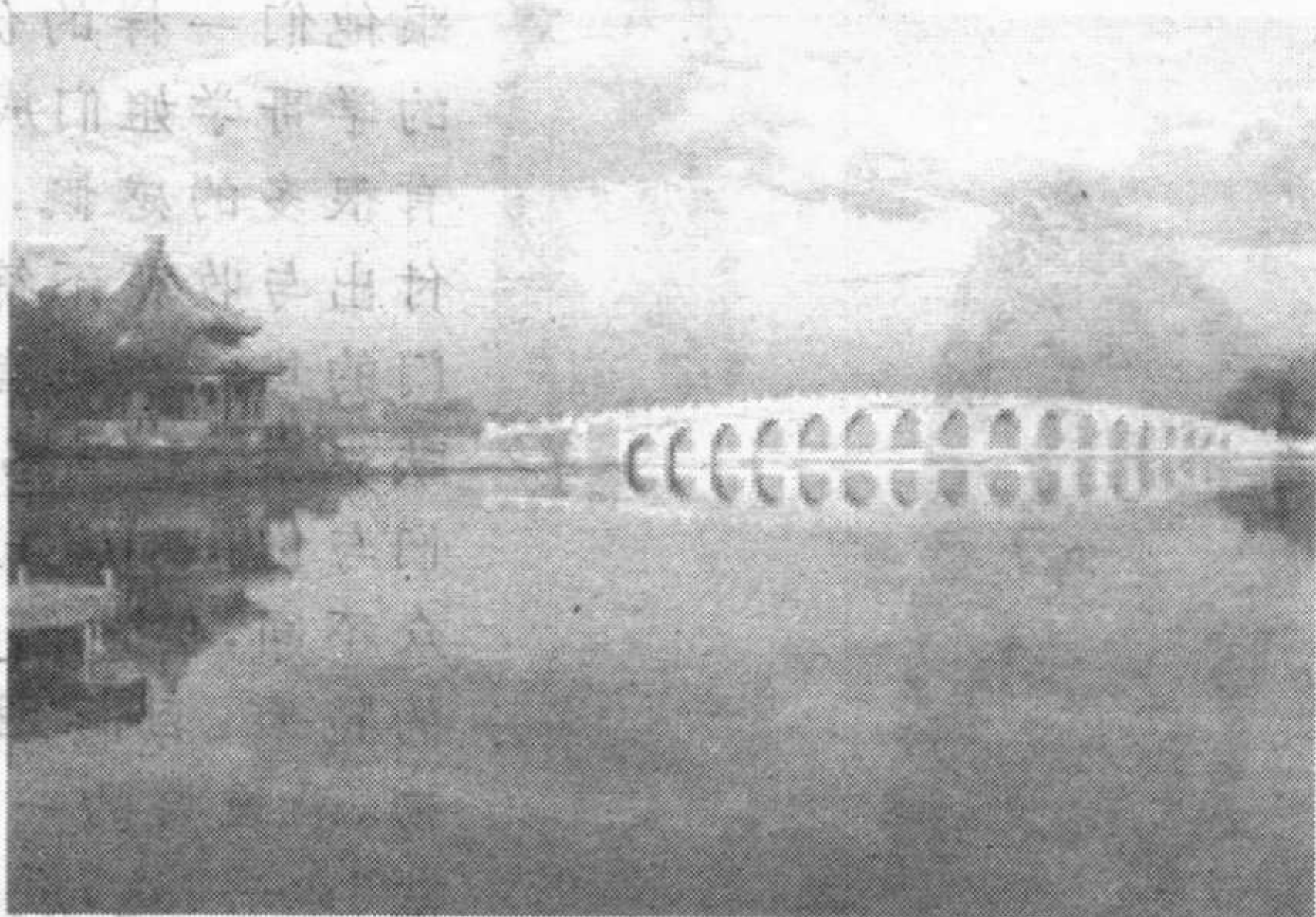
——来自北大清华优秀学子的报告

未名湖畔，博雅塔旁。六月的晨光穿透枝叶，懒散地泻落在林间小道上，水银泻地。微风拂起，垂柳摇曳，湖面荡起阵阵涟漪，黑魇魇的博雅塔倒映在湖面，随着柔波翩翩起舞。林间传来朗朗的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，有人静静坐着，那是在求索知识的宝库……

在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨也都是这样；其实在每一所高校，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在长达两年的时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主还有其他优秀学子到全国各地去巡回讲演。揭开他们光彩夺目的荣誉的面纱，他们是那样的平凡、普通，跟我们是那么的相像接近；但在来来往往出差的路上，深入了解他们的过去、成长历程，我才发现，在平凡、普通的背后，他们每个人的成长都勾勒出一道独特的风景，都是一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的生命都是一首隽永悠长的歌曲，成功更是偶然中的必然。

小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，所以一直学习平平，不思进取；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了。”她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大年三十的晚上还学习到深夜三点？你们又



有谁发烧烧到 39 度以上还在病床上看书? ……”那一年,她以总分 684 分成为了浙江省文科高考状元。

小弟姓谭,因为年龄最小,所以大家都叫他小弟,2003 年广东省理科状元,佛山人。我们到广东巡讲结束后,车到了佛山,他却不下车,他说从这里找不到回家的路,因为在佛山上了三年学,除了回家的路知道,从来没有走出过学校的大门。我们只好把他送到广州汽车站,只有在那里他才知道怎么回家。我们大家都哈哈大笑,觉得有些不可思议,只有司机师傅道出天机:“小谭要是能找到回家的路,就不会是高考状元了!”

陆文,一个出自父母离异的单亲家庭的女孩,她说,她努力学习的动力就是想让妈妈高兴,因为从小她就发现,每次她成绩考得很好,妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子,她选择了出国这条路,考托福,考 GRE,最后如愿以偿,被芝加哥大学以每年 6.4 万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。6.4 万美金,相当于人民币 52 万。

齐伟,湖南省高考第七名,清华大学计算机学院的研究生,最近被全球最大的软件公司 MICROSOFT 聘为项目经理;霖秋,北京大学数学学院的小妹,在坚持不懈的努力中完成了自身最重要的一次涅槃,昨天的她在未名湖上游弋,今天的她已在千里之外的西雅图……

还有很多很多优秀学子,他们都有自己的故事,酸甜苦辣,但都很真实,很精彩。亲爱的同学们,你们是否也已有了自己的理想,有了自己憧憬的高等学府,是否也渴望着跟他们一样的优秀?在分享这些优秀的学姐学姐们成功的喜悦时,你是否会有很多的感慨,曾经虚度光阴的遗憾,付出与收获不符的苦恼,求知而不入其门的焦虑?我有幸与他们朝夕相处,默默观察,用心感受,感受颇深。其实他们与你一样,并不见得更聪明,或者与众不同,但他们的成功却源于某些共同的特质:目标明确,刻苦勤奋,执着坚韧,最重要的一条是:他们都“学而得其法”,——这,就是为什么我们在本书的前言要讲述他们故事的原因;这,也是



我们策划出版《龙门专题》这套丛书的原因了。

在跟这些清华、北大优秀学子的交往过程中,曾多次探讨过具体学习方法的问题,而学习辅导资料则是他们反复谈到的话题。我们惊喜地发现:他们及他们的同学中,大部分人都使用过《龙门专题》这套书,有很多同学对《龙门专题》推崇备至,有人甚至还记得本套丛书的一些经典例题和讲解。有时,看着他们互相交流使用《龙门专题》心得时的投入,像小孩子一样争辩着其中哪个知识版块,哪道题目最经典实用时的忘我,我们的激动溢于言表,于是,我让他们把自己使用这套书的心得体会写下来,跟更多的学子们来分享。说句实话,对本套丛书的内容和体例特点,他们的理解很全面也很深刻。受篇幅所限,在此只能简要地摘录一部分,与同学们共勉:

朱师达:(男,2005年湖北省理科第一名,现就读于北京大学元培实验班)

对于数学、物理、化学等科目来讲,一定要有高质量的练习,《龙门专题》这套书习题讲解详细而具体,不仅例题,而且每章后的练习题都有详细地解答过程,只要认真阅读和揣摩,就一定能起到举一反三的效果,这是非常难能可贵的。

王佳杰:(2004年高考上海市第一名,毕业于上海控江中学,高考总分600(满分610分),现就读于北京大学,获2004年上海优秀毕业生,2004年北大新生奖学金等荣誉)

《龙门专题》所选的题目固然多,但决无换个数字就算新题的滥竽充数之招;题目虽然要求较高,但坡度合理,决非书后题和奥赛题的简单结合;《龙门专题》虽然针对的是全国卷的考生,但却也覆盖了所有上海卷的基本考点,又略微拔高一些,基于课本又高于课本——这正是上海考试卷的一向风格。总而言之,这套书给你的是脚踏实地备战考试的正道,如果,还有老师在旁指导挑选出最重要的例题和习题,有和你同样选择《龙门专题》的同学相互切磋的话,那就几乎是完美了。

孙田宇:(2005年吉林省文科第一名,高考总分682)

参考书是每一位学生在学习过程中必不可少的,我在自己备考时用的是

《龙门专题》。很推崇其中的“知识点精析与应用”、“综合应用篇”。“知识点精析与应用”将基础知识脉络理清,可检验我们对基础知识的掌握是否牢固扎实。“综合应用篇”则可以帮助我们打开综合题和应用题的解答思路,面对纷繁多样的试题,发掘一些固定的方法,以不变应万变,我从中受益匪浅。

李原草:(男,2003年安徽省高考文科第一名,现就读于北京大学光华管理学院,曾获得北京大学明德奖学金和社会工作优秀奖)

我认为,一本好的参考书首先要条理清晰,重点突出,讲述透彻明了,参考书是对教材的补充而不是简单的重复。《龙门专题》这套书,依据教材而不是简单地重复教材,将数学、物理、化学等学科的知识分成很多知识点、知识块,分为很多册,分别加以总结和归纳,非常适用于平时有针对性地查漏补缺和系统强化复习。

徐惊蛰:(2003年河南省高考理科第一名,高考总分697,北京大学光华管理学院金融系)

我觉得《龙门专题》这套书非常人性化,适合不同的学生根据自身情况有针对性地进行辅导学习。题目设计难度适宜,由浅入深。我当时在排列组合、电磁学等章节上学得不是很好,做题也不得心应手,而这几本龙门的参考书,讲解非常细致,不论是前面对于章节要点的总结归纳,还是后面习题的解析都比较到位,尤其是练习题的答案,像这样详尽明晰的解析是很少见的。所以这样的书比较适合在某些知识版块上学习有困难的同学,以及自学者使用。建议专题细化的同时,也可以将某知识版块的内容与相关知识点结合、联系,使学生加强综合能力,融会贯通,而不仅仅掌握本知识版块。

刘诗泽:(2005年黑龙江省高考理科第一名,现就读于北京大学元培实验班)

好的参考书必须要根据考试的方向走,围绕考试的考查重点来布局。《龙门专题》这套书正是紧跟着考试走,例如数学等科目的参考书,都在每小节后列出了相关典型考题,以进一步强化复习相关知识点。

一本好书可以改变一个人的命运!我们真诚的希望每一个学生都能学会学习,梦想成真。

《龙门专题》,走向清华北大的阶梯!

《龙门专题》编委会

2006年8月



目 录

基础篇

第一章 一元二次方程	(1)
1.1 一元二次方程	(1)
1.2 一元二次方程的解法	(12)
1.2.1 配方法	(12)
1.2.2 公式法	(26)
1.2.3 因式分解法	(38)
1.3 一元二次方程的应用	(53)
1.4 一元二次方程的根的判别式	(67)
1.5 一元二次方程的根与系数的关系	(82)
1.6 可化为一元二次方程的分式方程	(103)
1.7 二元二次方程组	(122)
中考热点题型分析(1)	(141)
中考热点题型分析(2)	(148)
中考热点题型分析(3)	(156)
综合测试题一	(165)
综合测试题二	(170)

综合应用篇

1. 一元二次方程与数式的综合	(176)
2. 一元二次方程根的不对称式的求值	(189)
3. 一元二次方程的应用	(197)
4. 一元二次方程与几何知识的综合	(207)
5. 一元二次方程的综合问题	(220)
6. 方程(组)、不等式(组)、函数的综合应用	(234)

基础篇

第一章 一元二次方程

1.1 一元二次方程

学习指导

[考纲要求]

本节知识是全章的基础,一元二次方程的定义及与定义相关的待定字母求值是考查重点,考查题型以填空题、选择题为主,分值在3分上下.

重点聚焦

重点:1. 一元二次方程的定义.

2. 一元二次方程的解的定义.

难点:应用一元二次方程及其解的定义求待定字母的值或范围.

知识点精析与应用

知识点精析

1. 一元二次方程

方程中只含有一个未知数,并且未知数最高次数是二次,这样的整式方程叫做一元二次方程.

2. 任何一个关于 x 的一元二次方程都可化为 $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c 为常数,且 $a \neq 0$) 的形式,这种形式叫做一元二次方程的一般形式

其中 ax^2, bx, c 分别叫做二次项,一次项,常数项. a, b 分别为二次项系数和一次项系数.

3. 一元二次方程的解

能够使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解,这与一元一次方程,二元一次方程的解的意义一样.

4. 解一元二次方程

求出一元二次方程的解的过程,叫做解一元二次方程.

对于实际问题列出一元二次方程,先确定解的大致范围,再通过具体计算两边“夹逼”,逐步找到近似解.

问题探究

和同伴一起阅读下列趣闻,并共同探究:

生活正是引领我们发现
数学知识的最好途径

从前,有一个醉汉拿着一根竹竿进屋,横拿竖拿都进不去,横着比门框宽 4 尺,竖着比门框高 2 尺.这时一起的另一个醉汉教他沿着门的两条对角线斜着拿竿,这个醉汉一试不长不短刚好把竹竿拿进去了,你知道竹竿有多长吗?

请你根据这一问题列出方程,并把自己所列的方程与以前学习过的一元一次方程,二元一次方程比较有什么不同之处再与其他的同伴交流自己的看法.

[点拨] 本例中,设竹竿长为 x 尺,则门框宽为 $(x-4)$ 尺,门框高为 $(x-2)$ 尺,门框的对角线长为 x 尺,根据“宽²+高²=对角线²”可列方程为 $(x-4)^2 + (x-2)^2 = x^2$,化简整理后即为 $x^2 - 12x + 20 = 0$,这个方程与以前学习过的方程相比较有:(1)只含一个未知数;(2)未知数的最高次数为 2 这两个特点.本例实则是一个笑话,实际上不必这么麻烦,只需将竹竿垂直于门所在的平面就可以很方便地进去了,但我们还应在谈笑之后,掌握其中的数学知识.

解题方法指导

1. 识别一元二次方程

判断一个方程是否是一元二次方程的方法:(1)是否只含有一个未知数;(2)未知数最高次数是否为 2;(3)是否是整式方程;(4)能否化为 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的形式.

[例 1] 下列关于 x 的方程:

$$(1) ax^2 + bx + c = 0; (2) k^2 + 5k + 6 = 0; (3) \frac{\sqrt{3}}{3}x^3 - \frac{\sqrt{2}}{4}x - \frac{1}{2} = 0;$$

$$(4) (m^2 + 3)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0; (5) x^2 + \frac{1}{x^2} = 4\frac{1}{4}, \text{其中是一元二次方程的是}$$

(只填序号).

分母中含有未知数必不是整式方程

[分析] 关于“ x ”的一元二次方程,就是方程中只含有一个未知数 x ,而其他的字母均理解为已知数.(1)不一定是一元二次方程,因为当 $a=0$ 时,它不是一元二次方程;(2)中不含未知数 x ;(3)中 x 的最高次数为 3,故(3)也不是一元二次方

程;(4)中含一个未知数 x ,且其最高次数为 2,其系数 $(m^2+3)>0$,故它是关于 x 的

非负数与正数的和必大于0

的一元二次方程;(5)是分式方程,故它也不是一元二次方程.

[解答] 应填(4).

[说明] 判断一个表达式是否是一元二次方程,应先对原等式化简,由其最终形式做出判断,如 $(2x+1)^2-(4x+1)(x+1)=2$ 经化简后可确认不是一元二次方程.

[例2] (2005·甘肃省) 若 $(a-1)x^2+bx+c=0$ 是关于 x 的一元二次方程,则 ()

A. $a \neq 0$

B. $a \neq 1$

C. $a=1$

D. $a \neq -1$

[分析] 根据一元二次方程的定义,本题中应有二次项系数 $a-1 \neq 0$,故 $a \neq 1$,选 B.

[说明] 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 中,要特别注意 $a \neq 0$ 的条件.

2. 一元二次方程项的系数、常数项

一元二次方程的项以及系数是针对方程的一般形式而言的,在确定一元二次方程的项或系数时必须先把方程化为一般形式,然后再确定.另外,这类问题的答案并不唯一,如方程 $2x^2-4x-6=0$, $x^2-2x-3=0$ 都是同一个方程的一般形式,因而依据不同形式确定的项及系数也是不同的.

确定一元二次方程各项系数及常数项时,一定要带上原有的性质符号.如果二次项系数是负数,可根据等式性质,在方程两边同乘以 -1 ,使二次项系数变为正数.

[例3] 求出下列方程的二次项,一次项及常数项:(1) $6x^2=5x+2$;
(2) $(3x-1)(x+2)=3\frac{1}{2}$. 二次项与二次项系数是不同的概念

[解答] (1)把方程化成一般形式为: $6x^2-5x-2=0$, $\therefore$ 这个方程的二次项,一次项,常数项分别为 $6x^2$, $-5x$, -2 ;

(2)把方程化成一般形式为: $3x^2+5x-5\frac{1}{2}=0$, $\therefore$ 这个方程的二次项,一次项,常数项分别为 $3x^2$, $5x$, $-5\frac{1}{2}$.

[说明] 如果表达式不是一元二次方程的一般形式,需要经合并同类项、化简后,确定左边是含未知数的二次式,右边等于 0,然后再做出系数大小的结论.一元二次方程的一次项系数或常数项可以为 0,如方程 $3x^2=1$ 中,一次项系数为

0; 方程 $2x^2 - x = 0$ 中, 常数项为 0.

3. 检验一元二次方程的根

检验一个值是否是一元二次方程的解的方法: 将未知数的值代入方程的左右两边, 分别计算结果, 再比较左右两边是否相等. 如果左右两边相等, 则未知数的值是原方程的解, 否则就不是原方程的解.

[例 4] 判断方程后面括号里的数是否是方程的解:

$$(1) 2x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \left(\frac{1}{2}, 1\right); \quad (2) x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0 \quad (\sqrt{3}, 1);$$

$$(3) (2x-1)^2 = 3 \quad \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right).$$

[分析] 根据检验一元二次方程根的方法, 分别用每个方程后面括号内的值替代方程中的未知数 x , 再比较左右两边是否相等.

[解答] (1) $x = \frac{1}{2}$, $x = 1$ 是此方程的解; (2) $x = \sqrt{3}$ 是此方程的解, $x = 1$ 不是此方程的解; (3) $x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$, $x = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ 均是此方程的解.

[说明] 一元二次方程并不像一元一次方程一般只有一个根, 所以, 对于给定的值都要检验, 不能顾此失彼.

4. 估算一元二次方程的近似解

这类问题先要确定解的大致范围, 再通过具体计算进行两边“夹逼”, 逐步获得近似解.

[例 5] 求方程 $t^2 - 5t + 3 = 0$ 的近似解(精确到 0.1).

[分析] 先根据题意, 列出表格, 再用估算的方法求出方程的近似解.

[解答]

t	0	1	2	3	4	5	6
$t^2 - 5t + 3$	3	-1	-3	-3	-1	3	9

由表格知 $0 < t < 1$ 或 $4 < t < 5$.

t	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$t^2 - 5t + 3$	2.51	2.04	1.59	1.16	0.75	0.36	-0.01	-0.36

由表格知 $0.6 < t < 0.7$, 所以 $t_1 \approx 0.7$

t	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5
$t^2 - 5t + 3$	-0.69	-0.36	-0.01	0.36	0.75

由表格知 $4.3 < t < 4.4$, 所以 $t_2 \approx 4.3$. 综上所述, $t \approx 0.7$ 或 $t \approx 4.3$.

[说明] 估算一元二次方程的解时, 未知数的值不能盲目的选取, 一般可根据方程根的大致范围估算第一个数字, 再根据精确度继续列表估算第二个数字, 如此类推, ……

5. 列出实际问题的一元二次方程

把实际问题转化为方程, 关键在于抓住问题中的关键词语, 以及等量关系.

[例6] 如图 1-1-1, 一个长为 10 m 的梯子斜靠在墙上, 梯子的顶端距地面的垂直距离为 8 m. 如果梯子的顶端下滑 1 m, 那么梯子的底端滑动多少米? (列出方程即可.)

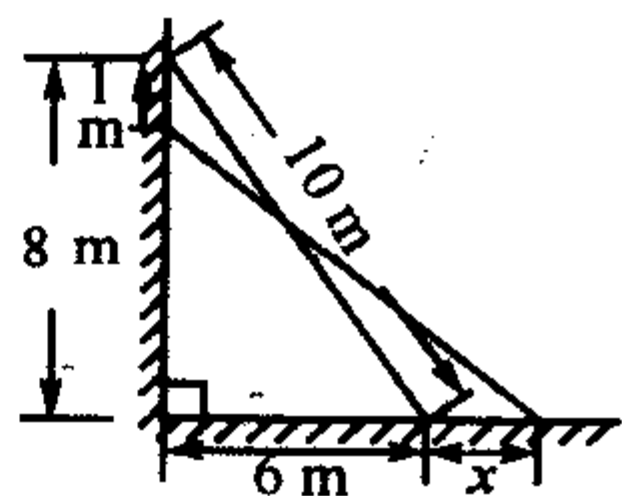


图 1-1-1

[分析] 题设中隐含了墙面与地面垂直的条件, 由此联想勾股定理的应用. 同时, 要结合实际情况认识到, 梯子在滑动过程中, 其长度保持不变, 这就是等量关系.

[解答] 滑动前梯子的底端距墙 6 m, 设梯子底端滑动 x m, 那么滑动后梯子底端距墙 $(6+x)$ m.

根据勾股定理, 可得方程: $8^2 + (6+x)^2 = 10^2$.

[说明] 如设滑动后梯子底端离墙 x m, 则可列方程为: $x^2 + 8^2 = 10^2$, 则滑动距离为 $(x-6)$ m.

基础达标演练

1. 下列方程不是整式方程的是 ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}x^2 - \frac{1}{12}x = 7$

B. $3x^2 - 4x^3 = 0$

C. $\frac{2x^2 + 10}{25} = 75$

D. $\frac{4}{x^2 + 2x} = 26$

2. 在下列方程中, 一元二次方程的个数是 ()

① $3x^2 + 17 = 0$; ② $ax^2 + bx + c = 0$; ③ $(x+2)(x+3) = x^2 - 1$; ④ $x^2 - 15\sqrt{x} + 14 = 0$; ⑤ $x^2 - (\sqrt{2}+1)x + \sqrt{2} = 0$; ⑥ $3x^2 - \frac{14}{x} + 6 = 0$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

3. 关于 x 的一元二次方程 $8x^2 = 5x - 12$ 的二次项系数, 一次项和常数项, 下列说法完全正确的是 ()

A. 8、-5、-12 B. 8、-5x、12 C. 8、5x、-12 D. 8、-5、12

4. 一元二次方程 $-5x^2 + x - 3 = 0$, 把二次项系数变为正数, 且使方程的根不变的是 ()

A. $5x^2 - x + 3 = 0$

B. $5x^2 - x - 3 = 0$

C. $5x^2 + x - 3 = 0$

D. $5x^2 + x + 3 = 0$

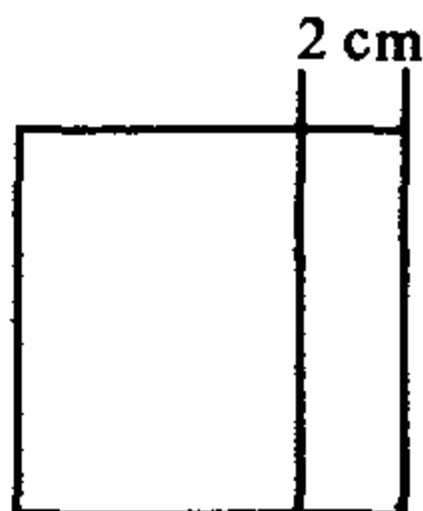
5. 如图 1-1-2 所示, 在正方形的铁片上截去 2 cm 宽的一个长方形, 余下的面积是 48 cm^2 , 则原来的正方形铁片的面积是 ()

A. 81 cm^2

B. 64 cm^2

C. 16 cm^2

D. 8 cm^2



6. 若 $px^2 - 3x + p^2 - p = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则

() 图 1-1-2

A. $p \neq 1$

B. $p \neq 0$ 且 $p \neq 1$

C. $p \neq 0$

D. p 为任意实数

7. 小王在超市用 24 元买了某种品牌的牛奶若干盒, 过一段时间再去超市, 发现这种牛奶进行让利销售, 每盒让利 0.4 元, 他用 24 元钱比上次多买了 2 盒, 若设这种牛奶原价为每盒 x 元, 则可列方程为_____, 若设后来买了 y 盒, 则依题意可列方程为_____.

8. 某农场的粮食产量在两年内从 3000 吨增加到 3630 吨, 若设平均每年的增长率为 x , 则所列方程为_____.

9. 将方程 $18x^2 = 15x - 1$ 化为一元二次方程的一般形式为_____.

10. 数 1、-2 中, _____ 是方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解.

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 = 0$, $4x^2 = 3(2x - 5)$, $\frac{1}{x^2 + 1} = x + 1$, $\frac{1}{3}x - \sqrt{2}x^2 = \sqrt{7}$ 中, 是一元二次方程的有_____个.

12. 若关于 x 的方程 $kx^2 + x = 3x^2 + 1$ 是一元二次方程, 则 k 的取值范围是_____.

13. 方程 $4x^2 = 3x - \sqrt{2} + 1$ 的二次项是_____, 一次项是_____, 常数项是_____.

14. 已知关于 x 的方程 $mx^{|m-2|} + (2m+1)x = 3$ 是一元二次方程, 则 $m =$ _____.

15. 一元二次方程 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 的二次项系数、一次项系数及常数项之和为_____.

16. 将下列方程化为 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的形式:

(1) $(x-1)(x-2) = 4$;

(2) $2(x+1)^2 = 7$.

17. 检验数 5、-3 是否是一元二次方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的根.

18. 某经济开发区今年一月份工业产值达 50 亿元, 第一季度总产值 175 亿元, 设平均每月增长的百分率为 x , 那么 2 月份的产值为_____亿元, 3 月份的产值为_____亿元, 为了求出 x 的值可列出方程为_____.

你能求出其近似解吗? (精确到 0.01)

19. 列出下列问题的方程(不求解).

一块四周镶有宽度相等的花边的地毯, 如图 1-1-3 所示, 它的长为 8 m, 宽为 5 m. 如果地毯中央长方形图案面积为 18 m^2 , 那么花边有多宽?

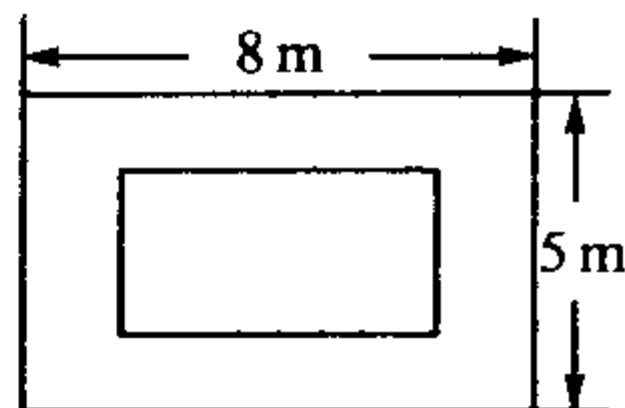


图 1-1-3

20. (印度古题)(1) 有一群蜜蜂, 其半数的平方根只飞向茉莉花丛, $\frac{8}{9}$ 留在家里, 还有两只去寻找荷花瓣里嗡嗡叫的

雄蜂. 这两只雄蜂被荷花的香味所吸引, 傍晚时由于花瓣合拢, 飞不出去了. 请你告诉我蜂群中有多少只蜜蜂?

请根据这一问题, 列出方程.

(2) 静静的湖面上, 一枝直立的荷花, 露出水面半英尺, 一阵风把它吹斜, 恰巧使荷花与水面齐平. 一位老渔翁发现, 此时荷花已离原来位置 2 英尺. 问湖水深几英尺? (请列方程).

答案与提示

1. D 提示: D 中分母含有未知数.

2. B 提示: ②中 a 可能为 0; ③化简后不含二次项; ④、⑥中化简后未知数最高次数不是 2. ①⑤是一元二次方程.

3. B 提示: 先把方程化成一般式为 $8x^2 - 5x + 12 = 0$.

4. A 提示: 注意把方程中每一项都乘以 -1.

5. B 提示: 设原正方形边长为 $x \text{ cm}$, 则 $x^2 - 2x = 48$, 即 $x^2 - 2x - 48 = 0$, 可估算出 $x = 8$ (负值已舍).

6. C 提示: 只要二次项系数 $p \neq 0$, 本题未知数是 x .

$$7. \frac{24}{x-0.4} - \frac{24}{x} = 2, \frac{24}{y-2} - \frac{24}{y} = 0.4$$

$$8. 3000(1+x)^2 = 3630$$

$$9. 18x^2 - 15x + 1 = 0$$

10. 1 提示: 把 $x = 1$ 代入方程, 左边 $= 1 - 3 + 2 = 0 =$ 右边.

11. 3 提示: $\frac{1}{x^2+1} = x+1$ 不是一元二次方程.

12. $k \neq 3$ 提示:原方程化为 $(k-3)x^2 + x - 1 = 0$, 则 $k-3 \neq 0$.

13. $4x^2, -3x, \sqrt{2}-1$

14. 4 提示:由题意得 $|m-2|=2$, 则 $m=0$ 或 $m=4$, 又 $m=0$ 时不含二次项, 应舍去, 取 $m=4$.

15. 5 提示:即 $2+4+(-1)=5$.

16. (1) $x^2-3x-2=0$, (2) $2x^2+4x-5=0$

17. 5 是 $x^2-6x+5=0$ 的根, -3 不是

18. $50(1+x), 50(1+x)^2, 50+50(1+x)+50(1+x)^2=175$, 化为一般式为 $x^2+3x-0.5=0$, 列表可推出其近似解为 $x=15\%$

19. 设花边的宽为 x m, 则 $(8-2x)(5-2x)=18$

20. (1) 设飞向茉莉花丛的蜜蜂数为 x 只, 则蜂群有 $2x^2$ 只蜜蜂, 留在家里的蜜蜂数为 $2x^2 \times \frac{8}{9} = \frac{16}{9}x^2$.

根据题意, 有 $x + \frac{16}{9}x^2 + 2 = 2x^2$. 即 $2x^2 - 9x - 18 = 0$

(2) 如图 1-1-4, 设水深 AD 为 x 英尺, 则 AB' 为 $(x + \frac{1}{2})$ 英尺, BD 为 2 英尺.

根据题意, 得 $(x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + 2^2$

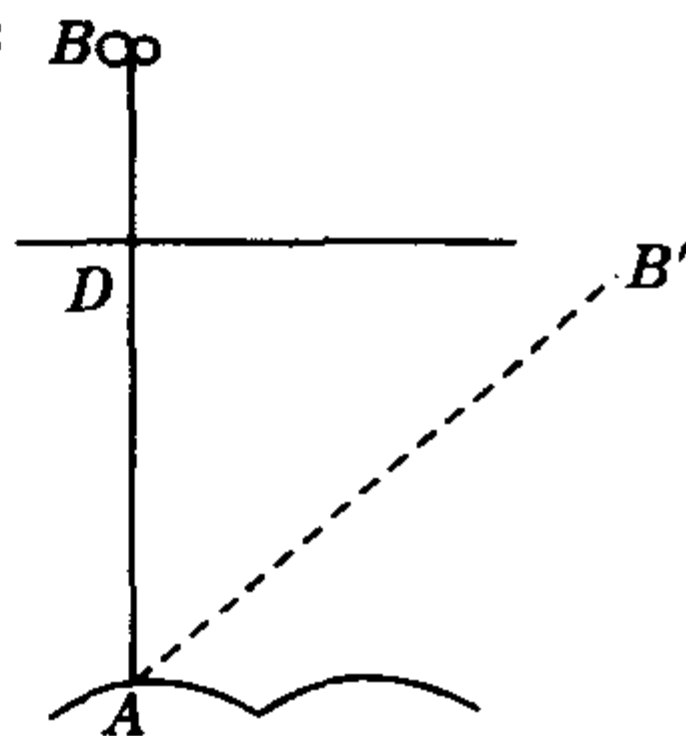


图 1-1-4

视野拓展

难点指津

1. 判断含待定字母的方程是否是一元二次方程时, 要同时兼顾考虑含未知数最高次项的系数与次数, 不能顾此失彼.

2. 确定一元二次方程中二次项系数、一次项系数及常数项时, 一定要先把方程化为一般形式.

3. 逆用一元二次方程解的定义, 可探求待定字母的值.

定义中都包含了这个概念的性质

综合延伸

1. 应用一元二次方程的定义求待定字母的值

解这类题关键是要同时考虑方程中含未知数项的系数及未知数的次数, 依此舍去不合题意的值.