



考研经济数学题库

线性代数 习题集

胡显佑 编著

● **命题专家**精心编写 ● 经济类线性代数**专项练习** ● 附送**6**重大礼

- 作者为多年主持研究生入学考试命题工作的专家，对教学大纲和考试大纲的理解、定位及难点、重点把握准确独到
- 既适应考研数学考试的变化趋势，又考虑与大学教学过程同步，强调综合应用
- 精选习题，帮助考生加深对经济数学相关基本概念、基本定理和基本运算的理解，并对这些知识点的外延、扩展和综合有一定了解



中国人民大学出版社

考研经济数学题库

线性代数习题集

胡显佑 编著

刮 开 涂 层

获取 16 位 数字 编码

以 编 码 作 短 信 查 真 伪

上 www.1kao.net 注 册

登 录 增 值 服 务 进 免 费 课 堂

正版查询及服务程序

 中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

线性代数习题集/胡显佑编著. 3 版

北京:中国人民大学出版社,2006

(考研经济数学题库)

ISBN 7-300-05446-3

I. 线…

II. 胡…

III. 线性代数-研究生-入学考试-习题

IV. 0151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 023944 号

考研经济数学题库

线性代数习题集

胡显佑 编著

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242(总编室)

010-62511239(出版部)

010-82501766(邮购部)

010-62514148(门市部)

010-62515195(发行公司)

010-62515275(盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.lkao.net>(中国 1 考网)

经 销 新华书店

印 刷 中煤涿州制图印刷厂

开 本 787×1092 毫米 1/16

版 次 2004 年 5 月第 1 版

2006 年 4 月第 3 版

印 张 17.25

印 次 2006 年 4 月第 1 次印刷

字 数 401 000

定 价 25.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

编写说明

为适应广大读者尤其是财经、经济和管理专业的学生学习高等数学，报考经济类硕士研究生备考的需要，我们选编了这套“考研经济数学题库”。全套书共分三册：微积分习题集、线性代数习题集和概率论与数理统计习题集。

本套题库的编写范围主要是根据目前财经、管理等专业数学教学大纲，以及教育部颁布的硕士研究生入学考试数学考试大纲确定的。编者多年从事财经、管理专业数学教学工作，并主持或参加了硕士研究生入学数学考试的命题工作，对考研数学的教学辅导经验丰富，对教学大纲和考试大纲的理解、定位及难点、重点把握准确。

整套题库精心选择习题，力求帮助读者加深对经济数学相关的基本概念、基本定理和基本运算的理解，同时对这些知识点的外延、扩展和综合有一定的了解，并得到必要的训练。

本套题库还力求反映近几年来经济数学教学改革的变化和发展，尤其是研究生入学考试数学考试的变化趋势，在题型结构上适当增加了选择题和填空题的比重，并选编了一定数量的经济应用题型，以弥补目前经济数学教材在这一方面的欠缺和不足。整套书力求将大学数学与考研数学之间建立起有效的链接，在内容安排上做到与大学教学过程同步，同时加强知识的综合应用，由易到难、循序渐进，这既有助于在校生的学习提高，也有助于在职报考人员复习的需要。

为了使读者增强分析问题、解决问题的能力，题库中有适当比例的具有一定难度的习题，这部分习题更具有抽象性、综合性和灵活性，但尽量避免出现偏题以及技巧性过强或计算过于繁杂的题，通过对这部分习题的练习将有助于读者开拓思路，扩大视野。考虑到读者自学过程中咨询环境的欠缺，本套书对所有习题均附有参考解答，以便对照查询。

衷心感谢中国人民大学出版社的同志为出版这套题库所付出的努力。欢迎广大读者提出批评和建议。

编者

2006. 4.

买好书 送好礼 六重好礼等着你

一、2007 人大版考研英语类图书

书 名	作者	开本	定/估价	出版时间
历年考研英语真题名家详解 (2007 版)	张锦芯	16K	28.00	2006.3
2007 年考研英语新教程	张锦芯	16K	36.00	2006.2
2007 年考研英语阅读 200 篇	郭庆民	16K	48.00	2006.3
2007 年考研英语阅读新题型专项突破	张锦芯	16K	26.00	2006.3
2007 年考研英语写作专项突破	田育英	16K	22.00	2006.3
2007 年考研英语词汇复习指南	谢振元	16K	38.00	2006.2
2007 年考研英语高分词汇精记速记	谢振元	32K	28.00	2006.2
2007 年考研英语词汇必备	王长喜	16K	29.00	2006.2
2007 年考研英语必备	王长喜	16K	36.00	2006.3
2007 年考研英语新编考试参考书	张锦芯	16K	29.00	2006.4
2007 年考研英语活学活用 2000 难点词	白洁	32K	22.00	2006.2
2007 年考研英语短文写作及英汉翻译	刘鸿飞	16K	28.00	2006.2
2007 年考研英语阅读完形翻译全突破	袁秉政	16K	32.00	2006.2
2007 年考研英语模拟考场	张锦芯	16K	36.00	2006.9

二、2007 人大版考研政治类图书

书 名	作者	开本	定/估价	出版时间
2007 年考研政治理论新编考试参考书	考研研究中心	16K	29.00	2006.7
2007 年考研政治考前 10 小时金题预测	考研研究中心	32K	10.00	2006.12
2007 年硕士研究生入学考试政治理论复习指导	教育部	16K	36.00	2006.7
2007 年考研政治理论复习导本	李淮春	16K	39.00	2006.2
2007 年考研政治理论课常考知识点	包仁等	16K	42.00	2006.3
最新考研政治真题命题研究与高分策略	包仁 陈先奎	16K	36.00	2006.5
2007 年考研政治理论新大纲重要知识点深度解析	陈先奎 包仁	16K	42.00	2006.7
2007 年最新考研政治全真模拟 6 套卷	陈先奎 包仁	16K	19.00	2006.12
2007 年考研政治理论实用经典复习教程	包仁等	16K	42.00	2006.7
2007 年考研政治理论精讲精背 1000 题	包仁等	16K	39.00	2006.7
2007 年考研政治理论形势与政策预测	包仁等	32K	10.00	2006.10
2007 年考研政治理论复习串讲	王晓峰	16K	22.00	2006.10
2007 年考研政治理论形势与政策复习指南	王晓峰	32K	10.00	2006.10

三、2007 人大版考研数学类图书

书 名	作者	开本	定/估价	出版时间
考研数学最新历年真题 200 题型解析 (一)	黄先开 曹显兵	16K	28.00	2006.4
考研数学最新历年真题 200 题型解析 (二)	黄先开 曹显兵	16K	28.00	2006.4
考研数学最新历年真题 200 题型解析 (三)	黄先开 曹显兵	16K	28.00	2006.4
考研数学最新历年真题 200 题型解析 (四)	黄先开 曹显兵	16K	28.00	2006.4
2007 年考研数学最新经典讲义 (理工类)	黄先开 曹显兵	16K	39.00	2006.6
2007 年考研数学最新经典讲义 (经济类)	黄先开 曹显兵	16K	39.00	2006.6
2007 年考研数学最新精选 600 题 (理工类)	黄先开 曹显兵	16K	32.00	2006.5
2007 年考研数学最新精选 600 题 (经济类)	黄先开 曹显兵	16K	32.00	2006.5
2007 年考研数学新编考试参考书	李恒沛	16K	48.00	2006.4
2007 年考研数学新编考试参考书 (经济类)	胡显佑等	16K	46.00	2006.4
2007 年考研数学模拟冲刺试卷	李恒沛	16K	20.00	2006.9
线性代数习题集 (考研经济数学题库)	胡显佑	16K	25.00	2006.4
微积分习题集 (考研经济数学题库)	严守权	16K	28.00	2006.4
概率论与数理统计习题集 (考研经济数学题库)	姚孟臣	16K	19.00	2006.4

四、2007 人大版其他考研图书

书 名	作者	开本	定/估价	出版时间
2007 年考研日语指南	易友人	16K	48.00	2006.4
2007 年考研俄语指南	钱晓惠	16K	52.00	2006.3
2007 年考研中医综合科目辅导讲义	赵百孝	16K	49.00	2006.4
2007 年考研西医综合科目辅导讲义	于吉人	16K	56.00	2006.4

五、2007 人大版法硕 (1 月份考试) 图书

书 名	作者	开本	定/估价	出版时间
法律硕士专业学位研究生入学联考考试指南 (第七版)	法硕教育指委会	16K	109.00	2006.7
2007 年法律硕士联考最新试题分析及考点解析	曾宪义等	16K	33.00	2006.5
法律硕士联考专业基础课必备·经典案例分析	刘守芬等	16K	28.00	2006.3
法律硕士联考重要法条释解	曾宪义等	16K	32.00	2006.4
法律硕士联考四年真题归类详解及知识清单	万国学校	16K	29.00	2006.4
2007 年法律硕士联考试题大纲重要知识点深度解析及模拟试卷	命题研究组	16K	85.00	2006.7
2007 年法律硕士联考试题大纲配套练习	曾宪义等	16K	69.00	2006.7
2007 年全国法律硕士专业学位研究生入学联考模拟试卷及解析	曾宪义等	16K	59.00	2006.8
2007 年全国法律硕士专业学位研究生入学联考大串讲	曾宪义等	16K	46.00	2006.9
法律硕士联考前最后 5 套题	刘守芬等	16K	28.00	2006.11

中国 1 考网: www.1kao.net

咨询电话: (010) 82501868-405

咨询信箱: lity@crup.com.cn

邮购电话: (010) 82501766

读者服务部: (010) 62514148 62516566 (人大院内)

目 录

第一章 行列式

一、基本要求	1
二、内容简介	1
三、习题	2
(一)填空题	2
(二)选择题	5
(三)解答题	7
四、习题解答	11
(一)填空题	11
(二)选择题	17
(三)解答题	21

第二章 矩阵

一、基本要求	35
二、内容简介	35
三、习题	39
(一)填空题	39
(二)选择题	42
(三)解答题	45
四、习题解答	50
(一)填空题	50
(二)选择题	59
(三)解答题	65

第三章 向量和向量空间

一、基本要求	87
二、内容简介	87
三、习题	91
(一)填空题	91
(二)选择题	92
(三)解答题	96
四、习题解答	100
(一)填空题	100
(二)选择题	104
(三)解答题	111

第四章 线性方程组

一、基本要求	131
二、内容简介	131
三、习题	133
(一)填空题	133
(二)选择题	135
(三)解答题	140
四、习题解答	148
(一)填空题	148
(二)选择题	153
(三)解答题	160

第五章 矩阵的特征值和特征向量

一、基本要求	188
二、内容简介	188
三、习题	189
(一) 填空题	189
(二) 选择题	191
(三) 解答题	194
四、习题解答	199
(一) 填空题	199
(二) 选择题	205
(三) 解答题	209

第六章 二次型

一、基本要求	238
二、内容简介	238
三、习题	240
(一) 填空题	240
(二) 选择题	241
(三) 解答题	244
四、习题解答	247
(一) 填空题	247
(二) 选择题	251
(三) 解答题	256

第一章 行列式

一 基本要求

1. 了解行列式的概念.
2. 掌握行列式的性质.
3. 会应用行列式的性质和行列式按行(列)展开定理计算行列式.
4. 了解拉普拉斯定理及其应用.

二 内容简介

1. 排列和逆序 由自然数 $1, 2, \dots, n$ 组成的一个有序数组 $(i_1, i_2, \dots, i_n)$ 称为一个 n 级排列. n 级排列共有 $n!$ 个.

在一个排列 $(i_1, i_2, \dots, i_n)$ 中, 若 $i_t > i_s$ ($t < s$), 则称数 i_t, i_s 组成一逆序. 一个 n 级排列 $(i_1, i_2, \dots, i_n)$ 中逆序的总数称为该排列的逆序数. 记为 $\tau(i_1, i_2, \dots, i_n)$

2. 奇排列和偶排列 一个 n 级排列的逆序数为奇数时, 称该排列为奇排列, 逆序数为偶数时, 称该排列为偶排列.

3. 对换 在一个 n 级排列 $(i_1, i_2, \dots, i_n)$ 中, 交换两个数 i_t 和 i_s 的位置, 称为一次对换, 一次对换改变排列的奇偶性.

4. n 阶行列式的定义 n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{(j_1 j_2 \cdots j_n)} (-1)^{\tau(j_1, j_2, \dots, j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}.$$

其中 $\sum_{(j_1 j_2 \cdots j_n)}$ 表示对所有的 n 级排列求和. 故 n 阶行列式等于取自不同行、不同列的 n 个元素的乘积 $a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$ 的代数和, 每一项的符号取决于组成该项的 n 个元素列下标(行下标按自然顺序排列时)的逆序数, 即当 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 为偶排列时, 取正号; 当 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 为奇排列时取负号. n 阶行列式简记为 $D_n = |a_{ij}|$.

5. 行列式的性质

- (1) 行列式的行列互换, 行列式的值不变.
- (2) 互换行列式的两行(列), 行列式的值反号.

(3) 行列式某一行(列)的所有元素都乘以数 k , 等于 k 乘此行列式.

推论 1 行列式一行(列)所有元素的公因子可以提到行列式的外面.

推论 2 如果行列式中有一行(列)的元素全为零, 则此行列式的值为零.

推论 3 如果行列式中有两行(列)的对应元素成比例, 则此行列式的值为零.

(4) 如果行列式中某一行(列)的所有元素都是两个元素之和, 则此行列式等于两个行列式的和. 这两个行列式的这一行(列)的元素分别为对应的两个相加元素之一, 其余各行(列)的元素与原行列式相同.

(5) 把行列式的某一行(列)的所有元素乘以数 k 加到另一行(列)的相应元素上, 行列式的值不变.

6. 行列式按行(列)展开

(1) **余子式和代数余子式** 对于 n 阶行列式 $D_n = |a_{ij}|$, 划去第 i 行、第 j 列, 即划去元素 a_{ij} 所在的行和列的所有元素, 其余元素按原来的顺序所构成的 $(n-1)$ 阶行列式 M_{ij} 称为元素 a_{ij} 的余子式; 称 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ 为元素 a_{ij} 的代数余子式.

(2) **定理** n 阶行列式 $D_n = |a_{ij}|$ 等于其某一行(列)的所有元素与它的代数余子式的乘积之和. 即

$$D_n = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in} \quad (i=1, 2, \cdots, n)$$

或 $D_n = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} \quad (j=1, 2, \cdots, n)$

推论 n 阶行列式 D_n 的任意一行(列)的元素与另一行(列)对应元素的代数余子式乘积的和等于零. 即

$$a_{i1}A_{s1} + a_{i2}A_{s2} + \cdots + a_{in}A_{sn} = 0 \quad (i \neq s)$$

$$a_{1j}A_{1t} + a_{2j}A_{2t} + \cdots + a_{nj}A_{nt} = 0 \quad (j \neq t).$$

7. 拉普拉斯定理 在 n 阶行列式 D_n 中任意取定 k 行 ($1 \leq k \leq n$), 由这 k 行元素组成的所有 k 阶余子式与它们的代数余子式乘积之和等于 D_n . 即

$$D_n = M_1A_1 + M_2A_2 + \cdots + M_tA_t \quad (t = C_n^k)$$

其中 A_i 是余子式 M_i ($i=1, 2, \cdots, t$) 对应的代数余子式.

三 习 题

(一) 填空题

$$1. \begin{vmatrix} 1 & -c & -b \\ c & 1 & -a \\ b & a & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$2. D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设行列式 $D = \begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & x & 3 \\ x & x & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & -3x \end{vmatrix}$, 则 D 的展开式中, x^4 的系数是 $\underline{\hspace{2cm}}$, x^3 的系数是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设行列式 $D = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$, 则第四行各元素余子式之和的值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

6. 如果行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$, 则行列式 $D = \begin{vmatrix} 4a_{11} & 2a_{12}-3a_{11} & a_{13} \\ 4a_{21} & 2a_{22}-3a_{21} & a_{23} \\ 4a_{31} & 2a_{32}-3a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 如果 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = m$, 则 $\begin{vmatrix} a_1+3b_1 & b_1+2c_1 & c_1+a_1 \\ a_2+3b_2 & b_2+2c_2 & c_2+a_2 \\ a_3+3b_3 & b_3+2c_3 & c_3+a_3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & x & 3 & 4 \\ 1 & 2 & x & 4 \\ 1 & 2 & 3 & x \end{vmatrix}$, 则方程 $f(x) = 0$ 的根为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

9. 设行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4-x \\ a_1 & a_2 & a_3-x & a_4 \\ a_1 & a_2-x & a_3 & a_4 \\ a_1-x & a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix} = f(x)$, 则方程 $f(x) = 0$ 的根为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & x & -1 & 1 \\ 0 & -2 & x+1 & 1 \\ -2 & 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}$, 则 $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 设行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = f(x)$

则 $f(x)$ 的 4 阶导数 $f^{(4)}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 五阶行列式

$$D_5 = \begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

13. n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{1n} \\ 0 & 0 & \cdots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{n-12} & \cdots & a_{n-1n-1} & a_{n-1n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn-1} & a_{nn} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

14. n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & n \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

15. n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

16. 设 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & \cdots & 2n-1 \\ 1 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix}$$

则 D_n 的第一行各元素的代数余子式之和 $A_{11} + A_{12} + \cdots + A_{1n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

18. n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1-a_1 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-a_{n-1} & a_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1-a_n \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

19. $(n+1)$ 阶行列式

$$D_{n+1} = \begin{vmatrix} -a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ a_1 & -a_2 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & a_2 & -a_3 & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(二) 选择题

1. 四阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$ 的值等于 [].

A. $a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 b_2 b_3 b_4$

B. $a_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 b_2 b_3 b_4$

C. $(a_1 a_2 - b_1 b_2)(a_3 a_4 - b_3 b_4)$

D. $(a_2 a_3 - b_2 b_3)(a_1 a_4 - b_1 b_4)$

2. 行列式 $\begin{vmatrix} y & x & x+y \\ x & x+y & y \\ x+y & y & x \end{vmatrix} = []$.

A. $2(x^3 + y^3)$

B. $-2(x^3 + y^3)$

C. $2(x^3 - y^3)$

D. $-2(x^3 - y^3)$

3. 已知 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = m$, 则 $\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 2a_{31} - a_{11} & 2a_{32} - a_{12} & 2a_{33} - a_{13} \\ 3a_{11} + 2a_{21} & 3a_{12} + 2a_{22} & 3a_{13} + 2a_{23} \end{vmatrix} = []$.

A. $6m$

B. $-6m$

C. $12m$

D. $-12m$

4. 多项式 $f(x) = \begin{vmatrix} x & -1 & 0 & x \\ 2 & 2 & 3 & x \\ -7 & 10 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 1 & x \end{vmatrix}$ 中的常数项是 [].

A. 3

B. -3

C. 15

D. -15

5. 设多项式

$$f(x) = \begin{vmatrix} a_{11}+x & a_{12}+x & a_{13}+x & a_{14}+x \\ a_{21}+x & a_{22}+x & a_{23}+x & a_{24}+x \\ a_{31}+x & a_{32}+x & a_{33}+x & a_{34}+x \\ a_{41}+x & a_{42}+x & a_{43}+x & a_{44}+x \end{vmatrix},$$

则 $f(x)$ 的次数至多是 [].

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

6. 记行列式 $\begin{vmatrix} x-2 & x-1 & x-2 & x-3 \\ 2x-2 & 2x-1 & 2x-2 & 2x-3 \\ 3x-3 & 3x-2 & 4x-5 & 3x-5 \\ 4x & 4x-3 & 5x-7 & 4x-3 \end{vmatrix}$ 为 $f(x)$, 则方程 $f(x)=0$ 的根的个数为

[].

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

7. 记 $f(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 2x & 1 \end{vmatrix}$, 则 $f(x)$ 中含 x^3 项的系数为 [].

A. -3

B. -2

C. -1

D. 1

8. 记 $f(x) = \begin{vmatrix} 2-x & 2 & -2 \\ 2 & 5-x & -4 \\ -2 & -4 & 5-x \end{vmatrix}$, 则方程 $f(x)=0$ 的根 [].

A. 全为正数

B. 全为负数

C. 有正有负

D. 不是实数

9. n 阶行列式 ($n > 2$)

$$D_n = \begin{vmatrix} a_1+1 & a_1+2 & \cdots & a_1+n \\ a_2+1 & a_2+2 & \cdots & a_2+n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n+1 & a_n+2 & \cdots & a_n+n \end{vmatrix} = [].$$

A. $n!$

B. $a_1 a_2 \cdots a_n$

C. 0

D. $-n!$

10. $\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = [].$

A. $a^3 + b^3$

B. $a^3 - b^3$

C. $(a+b)^3$

D. $(a-b)^3$

11. n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 2 & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ 3 & 2 & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ n & n-1 & n-2 & \cdots & 2 & 1 \end{vmatrix} = [\quad].$$

A. $(-1)^n 2^{n-2} (n+1)$

B. $(-1)^{n-1} 2^{n-2} (n+1)$

C. $(-1)^n 2^{n-1} (n+1)$

D. $(-1)^{n-1} 2^{n-2} n$

12. n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1+1 & x_2+1 & x_3+1 & \cdots & x_n+1 \\ x_1^2+x_1 & x_2^2+x_2 & x_3^2+x_3 & \cdots & x_n^2+x_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1}+x_1^{n-2} & x_2^{n-1}+x_2^{n-2} & x_3^{n-1}+x_3^{n-2} & \cdots & x_n^{n-1}+x_n^{n-2} \end{vmatrix} = [\quad].$$

A. $x_1 x_2 \cdots x_n$

B. $(x_1 x_2 \cdots x_n)^{\frac{n(n-1)}{2}}$

C. $\prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$

D. $\prod_{i=1}^n x_i \cdot \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$

(三) 解答题

1. 计算下列行列式

$$(1) \begin{vmatrix} 32 & 153 & 32 & 053 \\ 72 & 284 & 72 & 184 \end{vmatrix}; \quad (2) \begin{vmatrix} 103 & 100 & 204 \\ 199 & 200 & 395 \\ 301 & 300 & 600 \end{vmatrix}$$

2. 计算下列行列式

$$(1) D = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & -2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 2 & -5 & 1 & 2 \end{vmatrix}; \quad (2) D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 7 \\ -1 & 2 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. 证明

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3.$$

4. 证明

$$(1) \begin{vmatrix} y+z & z+x & x+y \\ x+y & y+z & z+x \\ z+x & x+y & y+z \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{vmatrix};$$

$$(2) \begin{vmatrix} by+az & bz+ax & bx+ay \\ bx+ay & by+az & bz+ax \\ bz+ax & bx+ay & by+az \end{vmatrix} = (a^3+b^3) \begin{vmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{vmatrix}.$$

5. 设 $f(x) = \begin{vmatrix} x & a & b & c \\ a & x & b & c \\ a & b & x & c \\ a & b & c & x \end{vmatrix}$, 求方程 $f(x)=0$ 的根.

6. 解方程

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & x^2-5 & -2 & 6 \\ -3 & 2 & -1 & x^2+1 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0.$$

7. 计算 $n+1$ 阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{vmatrix} \quad (\text{其中 } a_i \neq 0, i=1, 2, \dots, n.)$$

8. 计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} a_1 - x & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 - x & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n - x \end{vmatrix}.$$

9. 计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} a_0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_1 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-2} & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}.$$

10. 计算 $2n$ 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} a & & & & & b \\ & a & & & & b \\ & & \ddots & & & \\ & & & a & b & \\ & & & b & a & \\ & & & & & \ddots \\ b & & & & & & a \\ & & & & & & & a \end{vmatrix}$$

11. 证明范德蒙(Van der monde)行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & x_3^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq j < i \leq n} (x_i - x_j), (n \geq 2)$$

其中 $\prod_{1 \leq j < i \leq n} (x_i - x_j)$ 表示所有可能的 $(x_i - x_j) (i > j)$ 的乘积, 即

$$\begin{aligned} \prod_{1 \leq j < i \leq n} (x_i - x_j) &= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) \cdots (x_n - x_1) \cdot \\ &\quad (x_3 - x_2) \cdots (x_n - x_2) \cdot \\ &\quad \cdots \cdots \cdots \\ &\quad (x_n - x_{n-1}). \end{aligned}$$

12. 利用范德蒙行列式, 证明

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \\ x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 \end{vmatrix} = (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3) \prod_{1 \leq j < i \leq 3} (x_i - x_j).$$

13. 利用“加边法”计算下列行列式

$$(1) D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1^2 & a_1 a_2 & \cdots & a_1 a_n \\ a_2 a_1 & 2+a_2^2 & \cdots & a_2 a_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n a_1 & a_n a_2 & \cdots & n+a_n^2 \end{vmatrix}.$$

$$(2) D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & 2+a_2 & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ n & n & \cdots & n+a_n \end{vmatrix}, \text{ 其中 } a_1 a_2 \cdots a_n \neq 0.$$

14. 利用“递推法”计算下列行列式

$$(1) D_{n+1} = \begin{vmatrix} a & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ ax & a & -1 & \cdots & 0 \\ ax^2 & ax & a & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ ax^n & ax^{n-1} & ax^{n-2} & \cdots & a \end{vmatrix}.$$

$$(2) D_n = \begin{vmatrix} 9 & 5 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 9 & 5 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 9 & 5 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 4 & 9 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 4 & 9 \end{vmatrix}.$$