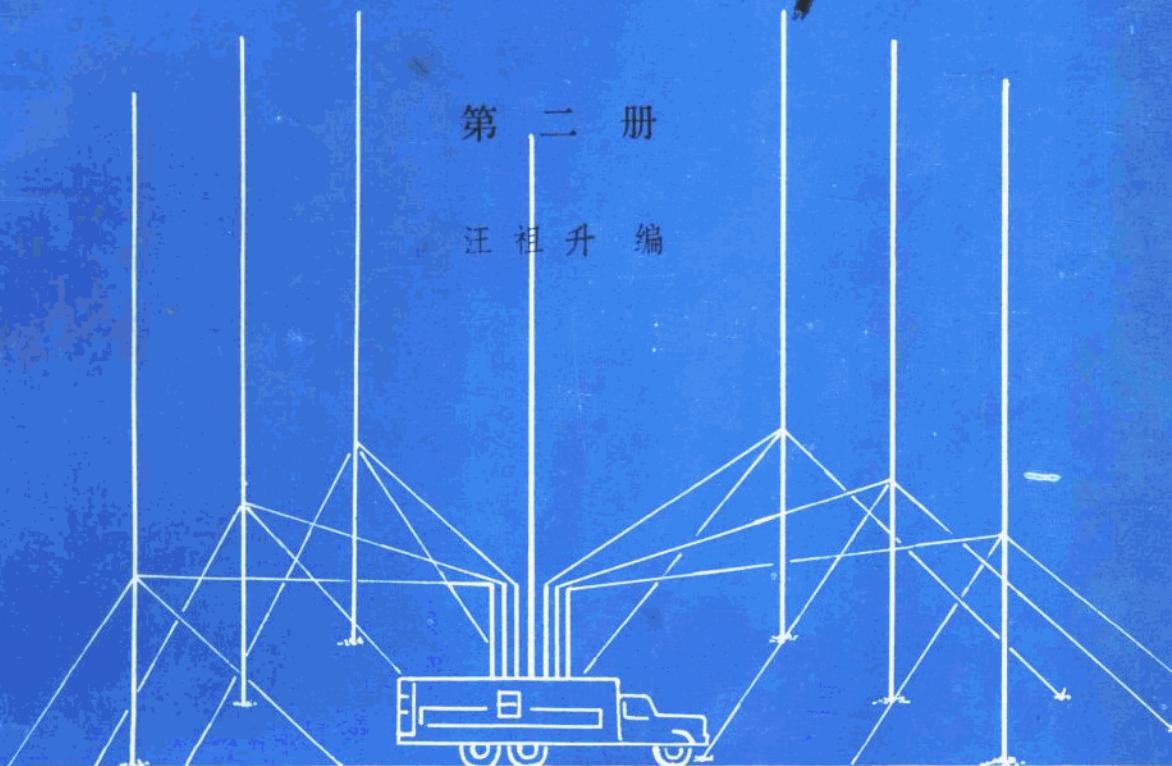


无线电测向

第二册

汪祖升 编



WULIJIABIAODIANGEXIAXIAO

中国人民解放军信息工程学院

目 录

第七章 测向误差分析 1

§ 7—1 引言.....	1
§ 7—2 本机误差.....	2
7—2—1 旋转环状天线的本机误差.....	2
7—2—2 测角系统的误差.....	5
7—2—3 间隔垂直天线体系的本机误差.....	21
7—2—4 n根间隔垂直天线测角系统的间隔误差.....	25
7—2—5 间隔天线测角系统的架设误差.....	29
7—2—6 电缆参数不一致的影响.....	35
§ 7—3 场地环境误差.....	40
7—3—1 引言.....	40
7—3—2 海岸效应.....	41
7—3—3 测向场地附近物体的影响.....	45
7—3—4 测向机附近天线的影响.....	55
7—3—5 测向场地附近反射环路的影响.....	60
§ 7—4 电波传播引起的测向误差.....	63
7—4—1 极化误差.....	63
7—4—2 电离层反射波的侧向偏移误差.....	74
7—4—3 短波波段的电波干涉.....	77
§ 7—5 误差曲线分析.....	85
§ 7—6 不同波段的测向特点及其天线体系的选择.....	88
7—6—1 长波和超长波测向 ($f \leq 100 \text{ KHz}$)	88
7—6—2 中波测向 ($f = 1000 \sim 1500 \text{ KHz}$)	88
7—6—3 短波测向 ($f = 1.5 \sim 30 \text{ MHz}$)	89
7—6—4 超短波测向 ($f = 30 \sim 1200 \text{ MHz}$)	91
习题与思考题.....	93

第八章 无线电测向机的灵敏度 96

§ 8—1 接收机的信号噪声功率比.....	96
8—1—1 接收机的绝对灵敏度.....	96
8—1—2 接收机线性部分输出端的信噪比.....	100
8—1—3 检波器输出端的信噪比.....	100
§ 8—2 测向接收机通频带的选择.....	101
§ 8—3 听觉测向机的灵敏度.....	102
§ 8—4 双波道测向机的灵敏度.....	106
§ 8—5 相位法测向机的灵敏度.....	109
§ 8—6 比较法无线电测向机的灵敏度.....	111
§ 8—7 调制小音点测向机的灵敏度.....	114
§ 8—8 无线电测向机的抗扰度.....	117
习题与思考题.....	121

第九章 无线电测向机的测试	122
§ 9—1 旋转环状天线测向机的室内测试	122
§ 9—2 旋转角度计测向机的室内测试	126
§ 9—3 大基础天线无线电测向机的室内测试	134
§ 9—4 测向机的野外测试	135
习题与思考题	141
第十章 地面无线电测向机使用中的几个问题	142
§ 10—1 地面无线电测向机安装场地的选择	142
§ 10—2 无线电测向机架台时参考方向的确定	145
§ 10—3 无线电测向台的架设与校准	149
§ 10—4 无线电测向示向度在地图上的标绘	151
10—4—1 关于地图的简要知识	152
10—4—2 在地图上对无线电示向度划线	153
10—4—3 确定台位的自动化	155
10—4—4 方位角的计算	160
习题与思考题	162
附录 I 环状天线参数的计算	163
附录 II 多绕组角度计的内磁场公式推导	167
附录 III 椭圆场参数的一般表达式	169
附录 IV 贝塞尔函数与汉格尔函数	172
附录 V 几个公式的证明	178
附录 VI 经纬仪及角度测量	180
VI—1 角度测量的概念	180
VI—2 J ₀ 级光学经纬仪	180
VI—3 水平角和垂直角观测	184
附录 VII 地电阻率的测量	189
第二册参考资料	191

第七章 测向误差分析

§ 7—1 引言

在实际无线电测向技术中，通常所测得的示向度与被测目标的真实方位角之间往往存在着或大或小的误差。产生这些误差的原因很多，通过分析或试验找出这些误差产生的原因，从而找出排除或减小它们的方法。因此研究测向误差是测向技术中的一个重要方面。

无线电测向技术中，各种误差千差万别，从其特征上看，可以分为恒定误差与随机误差两种。

所谓恒定误差是指这样的一种误差：就是所测得的示向度与被测电台的真实方位角之间存在着一个固定的偏差。在这种情况下，示向度的显示往往很稳定，因而读取示向度的主观误差往往容易避免。而读出的示向度显示数值本身中存在着误差。对这种误差理论上可以通过对测向机的校准或在取向时予以修正。

校准测向机的恒定误差的方法是这样的：在正式测向之前，通过测定已知方位电台或测定置于已知方位的振荡源，求出恒定误差，对测向机示向度盘进行校正或在读取示向度后进行修正读数。但是，正如后面我们将会看到的那样，由于引起误差的原因很多，这种校准实际上是很困难的，即使经过校准，要在测向机使用中引入数目众多的修正值亦是非常困难的。鉴于这种情况，我们必须在设计、制造中尽量排除这种恒定误差。只有对那些误差不大，其规律性只依赖一、两个因素，而且可以精确定出来时，才用校准的方法来排除。近年来，对电波传播多径效应的误差分析与处理上有些新进展。例如，利用计算机进行自动校正。

所谓随机误差是指测向中所得到的示向度的数值随机出现偏差，或偏差随着时间变动，这种变动有快的，有慢的，也有极慢的。对于变动的误差在一段较长时间中进行多次取向，可以发现示向度读数相对于某一个值的左右偏差数大致相等，所以随机误差的平均值为零。实际中，并非所有的变动都能测其平均值，只有对一定摆动频率范围内才能实现。对于变动很慢的情况，要测大量数据，需要的时间太长，求多次取向的平均值就有困难了。对随机误差的估算通常用其均方根值表示。

一次取向的误差决定了无线电测向机的实际准确度。

除了上述分类方法之外，测向误差还可按引起测向误差的原因来分类。产生测向误差的原因很多，大体上可归纳为：

一、本机误差：所谓本机误差是由测向机体系本身的缺陷而产生的示向度误差。它包括所用的测向体制的工作原理上的固有误差及生产制造、安装架设所引起的误差。天馈线系统引起的天线效应、以及接收机、显示器性能的不理想而产生的误差，也属于本机误差。如天线系统不平衡对称，测向机内部噪声、接收机谐振回路偏调、本振不稳定、多通道接收机的测向系统中，各通道的不一致性，显示器的偏转板的灵敏度不一致等原因均引起本机误差。

二、测向站周围场地环境的影响而产生的误差：从测向原理中已经知道，无线电测向就是通过测量电磁波传播的波阵面的法线方向而确定被测电台的方向。由于场地导电性能的不一致，或者由于测向站周围的各种物体，例如，山脉、高大的建筑物、天线、高压线、树木等所产生的二次辐射场，使波阵面畸变而产生测向误差。

三、电波传播引起的测向误差。电波传播除了受地面物体的影响外，还受到电离层的影响，因为从电波传播理论已知，存在着来自天空的天波，它通常为椭圆极化波，即是具有电场的垂直分量和水平分量，这二分量间一般存在相位差，而常用的测向天线体系，对这两个分量的方向特性是不同的，其最大值（大音点）或者最小值（小音点）是不重合的。而在一般测向机中，要求天线体系只接收电场的垂直分量（或水平分量）而对水平分量（或垂直分量）设法抑制，如果不能完全抑制，就会产生误差。由于电离层的参数是时刻变化着的，造成接收点的电波极化也不断地变化，所以误差也不断地变化，我们把这种误差称为极化误差。在相位无线电测向机中，同时接收两个电场分量也会产生误差。中长波传播的“夜间效应”亦会引起严重的极化误差。

除了上述三类测向误差之外，还存在着一种测量误差，这种测量误差是由于测向人员在视觉、听觉或计数过程中所产生的，称为人为误差，也称为主观误差。主观误差取决于多种因素。概括如下：

(1) 显示示向度的信号质量的优劣：例如，在听觉测向中，取决于显示在耳机中的小音点的清晰度及稳定性，根据试验证明，示向度误差约等于静音角的 $\frac{1}{4} \sim \frac{1}{10}$ ，在自动视觉无线电测向中，取决于确定示向度的示线宽度（或椭圆率）及稳定性等。

(2) 与测向人员的技术能力、经验多少、熟练程度、精力集中、疲劳程度等因素有关。例如不同的人员用同一测向设备，测量同一电台，可能测得的示向度不一样，即使是同一个人测量多次读数也可能每次取向不同。

(3) 与测向方法有关：例如：用余弦形方向图天线测向时，以小音点取向为好，用锐方向性天线测向时，以大音点取向抗干扰能力强。

§ 7—2 本机误差

我们知道，本机误差是由于测向设备本身的复杂性，引起本机误差的原因亦是很多的，有关接收机，显示器引起的本机误差，已在第五章中叙述了，这里所论讨的本机误差，只限天线、角度计等组成的测角系统引起的本机误差。

7—2—1 旋转环状天线的本机误差

旋转环状天线的本机误差的产生原因大体上可概括为如下七个方面：

(一) 环状天线的侧面效应：对于多匝立体形环状天线，各匝线圈的侧面又等效于一个垂直于主环面的环，如图 3—21(g) 所示。由于该侧面环的存在，势必产生对电磁波的接收，而它的方向图与主环正交，因此整个环的总接收使合成方向图畸变，于是引起示向度误差。其值已由式 (3.72) 决定^[1]

$$\Delta = \arctg \frac{S_b}{NS} \quad (3.72)$$

其中 S_b —— 为环的侧面积；该面垂直于主环。

S —— 环的主环面积；

N —— 环的匝数；

这个误差与工作波长无关，是一个恒定的常数，因此在核准测向机时，将该值计算出来，以消除之。

如果将环状天线绕成平面螺旋线的结构，使其各匝严格处于同一平面中亦可消除侧面效应引起的误差。

(二)位移电流效应：在多匝环状天线，尤其是立体环状天线中，由于每一匝环处于不同的电位，通过各圈间的分布电容在各匝环中产生位移电流，这个电流的数值随着环的旋转按余弦的规律变化。因为对于这个电流来说，电路是失谐的，所以它与主环产生的电流相位差为 $\frac{\pi}{2}$ ，因此引起小音点模糊，而不引起小音点位移。从这一点来看，位移电流的影响类似于天线效应的异分量的影响，但是，当环状天线旋转180°时，位移电流反相，而天线效应的大小和相位均与环状天线的旋转无关，可见位移电流与天线效应的影响又存在着差别。

若以矢量图来描述位移电流的影响，如图7—1所示。图中，两个相切的大圆A是理想的环状天线的接收方向性图，而两个相切又较小的圆B是位移电流效应的等效方向性图，它在相位上比A环相差 $\frac{\pi}{2}$ ，幅度上比A环小。总的等效接收方向性图示于最外层“8”字形方向图D，它是A环与B环的矢量和。我们不难理解位移电流将如同侧面效应一样，会引起示向度模糊。单匝环构成的环状天线，不存在这种位移电流。

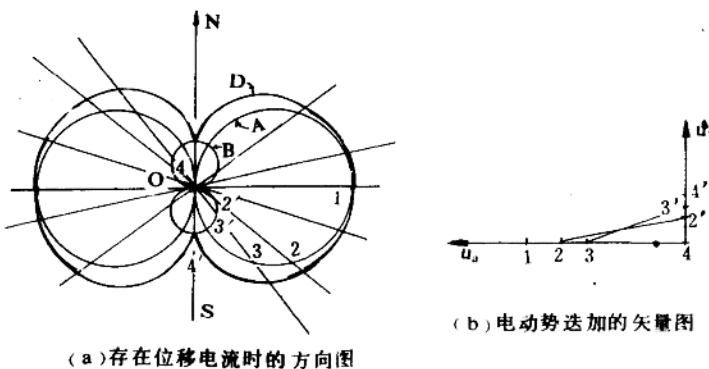


图7—1 位移电流的影响

(三)直接接收：所谓直接接收是指连接环状天线的馈线，接收机的线圈与导线直接由空间电磁场感应出无方向性的感应电动势，形成无方向性的接收，我们把这个电动势称为额外电动势。额外电动势与环状天线的主电动势相互作用，根据它们之间的相位关系，或者产生示向误差，或者产生小音点模糊。它完全类似于天线效应：同相分量引起小音点位移，(每当环状天线旋转180°时，误差改变一次符号。)而异相分量引起小音点模糊。该模糊程度与天线旋转无关。如果是由于随天线旋转的部分产生的直接接收电动势，那么所引起的示向度误差符号将不随天线的旋转而变化。而异相分量引起与位移电流效应相类似的小音点模糊。

消除测向体系的直接接收可采取如下措施：

- 1) 将测向设备全部屏蔽，如果是用的环状天线，那么馈线的屏蔽是较容易的。
- 2) 在馈线电路、电源电路中加入去耦滤波电路，以消除残存在馈线上、电源线上直接接收的感应电动势。

(四)接收机的反射与辐射：接收机本身也是电的良导体，它可以起到一个反射物体的作用

用，将作用到接收机上的电磁波反射到天线所在空间形成一个反射场；接收机收到的射频信号经放大的射频泄漏也将产生二次辐射场，作用到天线所在的空间。这些场与来波电磁场形成合成电磁场会产生波阵面的畸变，从而引起测向误差或小音点模糊。

消除这种误差与模糊的方法，如同对付直接接收一样，必须将整个接收机很好地屏蔽起来。

(五)环状天线轴的倾斜：当环状天线架设时，若天线的轴线产生倾斜，例如垂直架设的环状天线其轴线若与地面的垂线发生倾斜 γ 度的角度，则所产生的最大误差可由下式计算

$$\Delta = \frac{r^2}{229} \text{ (度)} \quad (7.1)$$

在地面架设环状天线，这个误差可以做到很小，而对于船舶或飞机，情况就不同，当倾斜角较大时，该误差也就比较大，例如 $\gamma=30^\circ$ 时，误差角 $\Delta=4^\circ$ 。

(六)刻度盘的偏心：当环状天线的方位度盘相对于环状天线的轴偏心时，亦会引起误差，若在 0° — 180° 方向上偏心的弧度数为 ε_1 (弧度)，在 90° — 270° 方向上的偏心的弧度数为 ε_2 (弧度)，则所产生的测向误差 Δ 为

$$\Delta = \left(\frac{\varepsilon_1}{R} \cos \theta + \frac{\varepsilon_2}{R} \sin \theta \right) \times 57.3 \text{ (度)} \quad (7.2)$$

其中 R 为度盘的半径，单位为米。

此外，由于度盘刻度的不均匀或度盘零位未校准，均会产生测向误差。

(七)间隔双环中的二个环状天线的不平行引起误差：

在间隔双环天线体系中，除了其中各个单环存在上述可能的误差外，由于双环的不平行也会产生误差。

假设一对间隔双环天线相对于其正确的环面方向分别偏转了 $\Delta\theta_1$ 和 $\Delta\theta_2$ 角度。来考察这种情况。

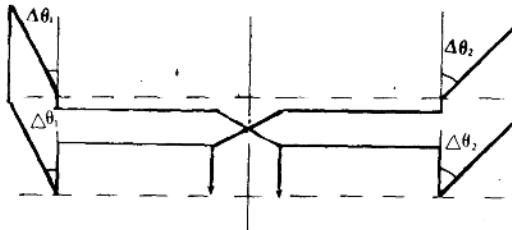


图 7-2 不平行的间隔双环天线

将各个环中的感应电动势的 θ 因子分别以 $\theta+\Delta\theta_1$ 和 $\theta+\Delta\theta_2$ 取代，则其合成电势可以反映出这种情况下的测向结果。

若 $\Delta\theta$ 很小，则：

$$\begin{aligned} \cos(\theta + \Delta\theta) &\approx \cos\theta - \Delta\theta \sin\theta \\ \sin(\theta + \Delta\theta) &\approx \sin\theta + \Delta\theta \cos\theta \end{aligned} \quad (7.3)$$

因此对于双环的不平行，好象是在原双环上平衡且对称地补加了一个相对有效高度为 $\Delta\theta_1$ ， $\Delta\theta_2$ 弧度的小环状天线。在天线体系的方向图上，又加上了一个垂直于原天线体系的小环状天线方向图。同时，此小环状天线上的感应电动势，可能与原天线电动势是同相或反相

相加。这时的等效附加环的作用就相当于简单的环状天线一样。

若 $\Delta\theta_1 \neq \Delta\theta_2$, 则所产生的天线效应与环状天线的不平行角($\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2$)成正比关系。

为了限制所述的有害影响。设允许最大误差为 $30'$, 则间隔双环平行的精确度应达到 $10' - 15'$ 。

7—2—2 测角系统的误差:

这里所讨论的测角系统是由两个互相垂直交叉、对称地架设的环状天线或两对间隔天线置于正方形的四个顶点形成的天线体系与角度计所组成, 且其角度计由两个场线圈 L_1 和一个搜索线圈 L_s 所组成。如图 7—3 所示。

显然, 该测角系统的测向误差是来自天线与角度计这两部分。现分别讨论如下:

(一) 一对交叉垂直的环状天线的天线效应

既然天线体系是由环状天线组成, 当然这种测角系统也会产生类似如旋转环状天线的天线效应, 而且天线效应亦可分解为同相分量和异相分量。

现在来研究一下一对相互垂直的交叉环状天线所组成的天线体系的天线效应所引起的误差(对两对分离天线也有效)。

假设测角系统中的两个环状天线的天线效应电动势同相分量的幅度与无天线效应(理想情况下)时感应电动势的最大振幅之比为 a_1 、 a_2 ; 而且环状天线效应电动势的异相分量与无天线效应时感应电动势的最大振幅之比为 b_1 和 b_2 。若一个环平面方向与参考方向一致, 沿 θ 角方向传来一电波, 分析天线效应引起的测向误差。

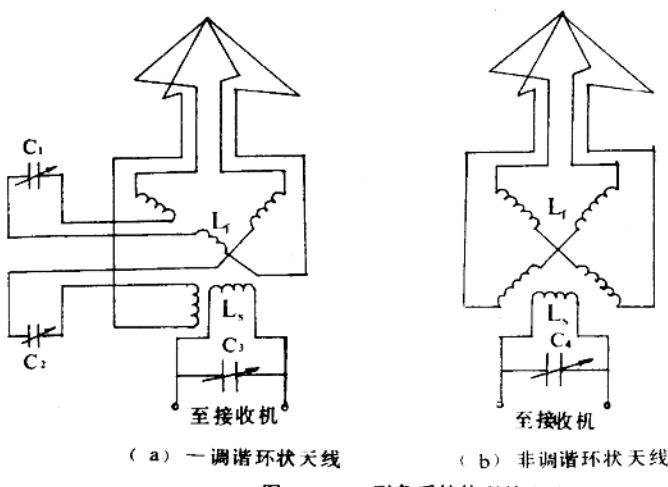


图 7—3 测角系统的联接电路

根据第三章所述的天线理论, 考虑天线效应时, 由于两个环状天线正交架设, 故在每一个环状天线中产生的合成电势分别为:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= E [(\cos\theta + a_1) + jb_1] \\ \dot{E}_2 &= E [(\sin\theta + a_2) + jb_2] \end{aligned} \quad (7.4)$$

其中 $E \cos\theta$ 与 $E \sin\theta$ 分别感应到两个环状天线的电动势

由于两个环状天线的感应电动势产生的电流分别通过两个相互垂直的场线圈。于是它们

形成一个合成磁场 H (或电场 E) 该合成磁场与参考方向间的夹角为 α , 则该合成磁场在搜索圈中产生的感应电动势与两环状天线的感应电势有如下关系:

$$\begin{aligned}\dot{E} &= E_0 \cos \alpha ((\cos \theta + a_1) + jb_1) + E_0 \sin \alpha ((\sin \theta + a_2) + jb_2) \\ &= E_0 \{ [(\cos \theta + a_1) + jb_1] \cos \alpha + [(\sin \theta + a_2) + jb_2] \sin \alpha \}\end{aligned}$$

其中 E_0 是与 \dot{E}_1 和 \dot{E}_2 的矢量的模值 E 成比例的电势幅度。即

$$E_0 = K_0 E$$

其中 K_0 —— 角度计的耦合系数

与附录Ⅲ中 (Ⅲ·1) 式比较可得:

$$l = \cos \theta + a_1, \quad m = b_1, \quad -n = \sin \theta + a_2, \quad -p = b_2. \quad (7.5)$$

通常在角度计中的合成磁场呈椭圆极化。我们可求出椭圆磁场的长轴方向角 α_{min} 和磁场短半轴与长半轴之比 $(\frac{A}{B})$,

将式 (7.5) 代入附录 (Ⅲ·3)、(Ⅲ·7) 式可得

$$\tan 2\alpha_{min} = \frac{2[(a_1 a_2 + b_1 b_2) + a_1 \sin \theta + a_2 \cos \theta] + \sin 2\theta}{(a_1^2 + b_1^2) - (a_2^2 + b_2^2) + 2(a_1 \cos \theta - a_2 \sin \theta) + \cos 2\theta} \quad (7.6)$$

$$\frac{2 \frac{A}{B}}{1 - (\frac{A}{B})^2} = \frac{[(a_2 b_1 - a_1 b_2) + b_1 \sin \theta - b_2 \cos \theta] \sin 2\alpha_{min}}{(a_1 a_2 + b_1 b_2) + a_1 \sin \theta + a_2 \cos \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta} \quad (7.7)$$

其中 A 、 B 分别为椭圆极化磁场的短半轴和长半轴。

从式 (7.6) 中得出, 在一般情况下示向度误差 Δ 可按下式计算: $\Delta = \alpha_{min} - \theta$

$$\begin{aligned}\tan 2\Delta &\approx 2\Delta = \tan(2\alpha_{min} - 2\theta) \\ &= \frac{D \cos 2\theta - F \sin 2\theta + 2a_2 \cos \theta - 2a_1 \sin \theta}{F \cos 2\theta + D \sin 2\theta + 2a_1 \cos \theta + 2a_2 \sin \theta + 1} \quad (7.8)\end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} D = 2(a_1 a_2 + b_1 b_2) \\ F = (a_1^2 + b_1^2) - (a_2^2 + b_2^2) \end{array} \right\} \quad (7.9)$$

D 、 F 称为误差系数。

现在来分析单个环状天线中存在天线效应的特殊情况。

1、假设 $a_2 = b_2 = b_1 = 0$; $a_1 \neq 0$, 即第一个环状天线中具有同相天线效应。

从式 (7.8) 得

$$\Delta \approx -0.5 \frac{2a_1 \sin \theta + a_1^2 \sin 2\theta}{1 + 2a_1 \cos \theta + a_1^2 \cos 2\theta}$$

当 $a_1 \ll 1$ 时, 则近似为:

$$\Delta \approx -\frac{a_1 \sin \theta}{1 + 2a_1 \cos \theta} \quad (7.10)$$

式 (7.10) 说明, 在只有一个环状天线中具有同相天线效应的测角系统中, 当 θ 变化 180° 时, 误差反号, 即是测向误差与示向度 θ 有关, 而产生等于 2Δ 的小音点轴曲。令 (7.10) 式对 θ 的导数为零, 求出 θ_{max} , 可得到出现最大误差 Δ_{max} :

$$\begin{aligned}\cos\theta_{\max} &= -2a_1 \\ \theta_{\max} &= \arccos(-2a_1)\end{aligned}$$

于是最大误差将为

$$\Delta_{\max} = \frac{a_1}{\sqrt{1-4a_1^2}} \text{ (弧度)} \quad (7.11)$$

该式说明，由一个环状天线中的同相天线效应所引起的最大误差与其同相分量不是简单的线性关系。

在这种情况下， $\frac{A}{B} = 0$ ，即角度计中的磁场是线性正弦的。

如果将小音点的轴曲限制在 2° ($\Delta = 1^\circ$)，那么同相天线效应不应该超过环状天线最大电动势的1.8%（或者对一对间隔天线来说）。

假设只有第一个环状天线中具有异相天线效应，即 $a_1 = a_2 = b_2 = 0$ ， $b_1 \neq 0$ ，

从式(7.8)得：

$$\Delta \approx -0.5 \frac{b_1^2 \sin 2\theta}{1 + b_1^2 \cos 2\theta} \quad (7.12)$$

同样令式(7.12)对 θ 的导数为零，求出 θ_{\max} ，此时可求得最大误差 Δ_{\max} ：

$$\cos 2\theta_{\max} = -b_1^2$$

将 θ_{\max} 代入(7.12)，求得最大误差为

$$\Delta_{\max} = -0.5 \frac{b_1^2}{\sqrt{1-b_1^4}} \text{ (弧度)} \quad (7.13)$$

该式说明：当仅有一个环状天线中有异相天线效应时，天线效应所引起测角系统的测向误差与其异相天线效应因子亦不是简单的线性关系。

根据式(7.7)可求出在这种情况下的磁场椭圆半轴比为

$$\frac{\frac{2}{B}}{1 - (\frac{A}{B})^2} = \frac{2b_1 \sin\theta}{\sqrt{1 + 2b_1^2 \cos 2\theta + b_1^4}} \approx \frac{2b_1 \sin\theta}{1 + b_1^2 \cos 2\theta}$$

若 b_1 的值较小，可近似得到

$$\frac{\frac{2}{B}}{1 - (\frac{A}{B})^2} \approx 2b_1 \sin\theta \text{ 与 } (\frac{A}{B})_{\max} \approx b_1 \quad (7.14)$$

若限制误差不超过 $30'$ ，则允许的异相天线效应不能大于环状天线接收的13.2%。此时磁场的椭圆率（短半轴与长半轴之比） $\frac{A}{B} \approx 13.2\%$ 。

从上面所讨论的两种特殊情况来看，对测角系统来说，为了限制其天线效应的影响，必须满足如下要求：

- 1、环状天线（或两对间隔天线）在电路上必须严格对称（间隔天线的参数应完全一致）。
- 2、用变压器来实现输入回路与角度计间的耦合，以减小由于输入回路所引起的不对称性。

3、在角度计中采用静电屏蔽，或者另外加绕组间有屏蔽的中间变压器，系统中点接地，以降低天线效应。

(二) 测角系统的误差

在讨论了测角系统的天线效应的基础上，现在进一步地来分析包括天线与角度计的整个测角系统的误差特性。

当角度计场圈中的最大电流不一致，或者在角度计的场圈之间、在两付环状天线之间存在相互耦合，或者角度计内磁场的分布不均匀等情况下，均会产生测向误差。下面我们研究几种测角系统正常工作条件被破坏的几种情况下的测向误差。

1、两个场圈电流的不一致所引起的测向误差的分析。

由于角度计中搜索圈与场圈间的最大互感的不一致性；环状天线与场圈联接形成的两个回路阻抗的不一致性；或者两个环状天线上的感应电动势的不一致等原因，均可引起两个场圈回路电流的不一致性。从角度计所需满足的条件来看，即是式(3.141)中的 $M_{1\max} = M_{2\max}$; $Z_{11} = Z_{22}$; $E_{M_1} = E_{M_2}$ 不再成立。

先研究一下场圈与天线形成的回路阻抗不相等的情况，在一般的情况下，这种不相等包含着阻抗模值的不相等和幅角的不相等。我们不妨先导出这两者都不相等情况下的示向误差与模糊情况，然后再讨论仅只其一（即模值或幅角）不相等的情况。

假设：两场圈回路中（包括所联接的天线）的总阻抗 Z_{11} 、 Z_{22} 不等，满足下式：

$$\frac{Z_{11}}{Z_{22}} = ae^{j\varphi} = a\cos\varphi + j\sin\varphi \quad (7.15)$$

其中 a ——两场圈回路中的阻抗模数比， $a = \left| \frac{Z_{11}}{Z_{22}} \right|$ ；

φ ——两场圈回路中的阻抗的幅角差。

将式(7.15)和(3.141)（除 $Z_{11} = Z_{22}$ 外），(3.140)代入式(3.139)得：

$$I_3 = j\omega ME h_{af} \frac{\sin\alpha\cos\theta - \frac{Z_{11}}{Z_{22}}\cos\alpha\sin\theta}{Z_{11}Z_{33} + \frac{Z_{11}}{Z_{22}}\omega^2 M^2 \cos^2\alpha + \omega^2 M^2 \sin^2\alpha}$$

$$= j\frac{\omega M}{Z_{11}Z_{33}} E h_{af} \times \frac{\sin\alpha\cos\theta - a\cos\varphi\cos\alpha\sin\theta - j\sin\varphi\cos\alpha\sin\theta}{1 + a\frac{\omega^2 M^2}{Z_{11}Z_{33}}\cos\varphi\cos^2\alpha + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{11}Z_{33}}\sin^2\alpha + ja\frac{\omega^2 M^2}{Z_{11}Z_{33}}\sin\varphi\cos^2\alpha}$$

在通常的情况下，可以近似认为 $\varphi \approx 0$ ， $a \approx 1$ ，这样就有 $\sin\varphi \approx 0$ $\cos\varphi \approx 1$ ，于是电流 I_3 可简化为：

$$I_3 \approx j\frac{\omega M}{Z_{11}Z_{22}} E h_{af} \times \frac{-(a\cos\varphi\sin\theta + j\sin\varphi\sin\theta)\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha}{1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{11}Z_{33}}} \quad (7.16)$$

在这种情况下，式(7.16)无论在何时分子均不等于零。这就是说，在测向过程中，无论如何也不能够出现可闻度完全消失的情况，即找不到零收讯点。而可能察觉到的仅是可闻度的最小值，因此造成测向中示向度的读数成为不肯定。为了通过角度计来确定一个能够出

现可闻度最小值的角度，从数学分析的角度来看，必须使电流 I_3 的振幅（或 I_3^2 ）对 α 的导数等于零。

当 α 不大时，可近似认为 (7.16) 式的分母与 α 无关，而看作一常数。于是

$$I_3 \propto \cos \theta \sin \alpha - (a \sin \theta \cos \varphi + j a \sin \theta \sin \varphi) \cos \alpha = L \quad (7.17)$$

或

$$I_3^2 \propto a^2 \sin^2 \theta \cos^2 \alpha + \cos^2 \theta \sin^2 \alpha - 2 a \sin \theta \cos \theta \sin \alpha \cos \alpha \cos \varphi \approx L^2 \quad (7.18)$$

式中 \propto 表示成正比例的符号。

我们取 L^2 对 α 的导数，并使其等于零。

$$\frac{\partial (L^2)}{\partial \alpha} = -a^2 \sin 2\alpha \sin^2 \theta + \sin 2\alpha \cos^2 \theta - a \cos 2\alpha \sin 2\theta \cos \varphi = 0$$

解该式，可得电流 I_3 取得最小值的条件为：

$$\tan 2\alpha_{\min} = \frac{a \sin 2\theta \cos \varphi}{\cos^2 \theta - a^2 \sin^2 \theta} = \frac{2 a \tan \theta \cos \varphi}{1 - a^2 \tan^2 \theta} = \tan 2\theta_1 \cos \varphi \quad (7.19)$$

其中 $\tan \theta_1 = a \tan \theta$ ； α_{\min} 表示当可闻度为最小值时读出方位的瞬间，角度计搜索圈平面与第一场线圈平面的法线间的夹角。该式表明了 $\alpha_{\min} \neq 0$ ，即是产生了测向误差 Δ 。

$$\Delta = \alpha_{\min} - \theta$$

我们可以求出该误差值如下：

$$\tan 2\Delta = \tan 2(\alpha_{\min} - \theta)$$

经过三角函数的运算可得：

$$\tan 2\Delta = \frac{2(a^2 - 1) \sin 2\theta - (1 - 2a \cos \varphi + a^2) \sin 4\theta}{(1 + 2a \cos \varphi + a^2) - 2(a^2 - 1) \cos 2\theta + (1 - 2a \cos \varphi + a^2) \cos 4\theta} \quad (7.20)$$

令 $D = \frac{a^2 - 1}{1 + 2a \cos \varphi + a^2}$ 与 $K = \frac{1 - 2a \cos \varphi + a^2}{1 + 2a \cos \varphi + a^2}$

从式 (7.20) 得

$$\tan 2\Delta = \frac{2D \sin 2\theta - K \sin 4\theta}{1 - 2D \cos 2\theta + K \cos 4\theta} \quad (7.22)$$

式 (7.20) 说明了在两个相互垂直的环状天线与角度计构成的测角系统中，当两个场圈回路的阻抗模值和相位都不相同时，会造成测向误差和示向模糊。其误差的大小与两个场圈回路阻抗模值差、相位差有关，而且与来波方向有关。

为了讨论问题的方便，示向模糊度可用最小可闻度与最大可闻度之比来表示，或者是以角度计搜索圈的最小电流与最大电流之比来表示。它们是与角度计中磁场的短半轴与长半轴之比成正比的。

分析式 (7.17) 发现该式与椭圆方程一致。因为搜索圈中的电流 I_3 与穿过它的磁通量成正比，故从式 (7.17) 可见，角度计中的磁场随 α 角的变化具有椭圆规律。所以可用求解椭圆的长轴指向和短、长轴之比的数学表达式来描述显示示向度的图形。

应用附录Ⅲ中的公式 (Ⅲ.3) 和 (Ⅲ.7) 求解式 (7.17)。为此假定： $I = -a \sin \theta \cos \varphi$ ， $m = -a \sin \theta \sin \varphi$ ， $-n = \cos \varphi$ ， $p = 0$ 。

不难发现，用这种方法所求出的长轴指示示向角 α_{\min} 的表达式与式 (7.20) 完全一致。故不赘述，而由 (Ⅲ.7) 式与 (7.17) 式可得到：

$$\frac{2 \frac{A}{B}}{1 - (\frac{A}{B})^2} = \frac{-a \sin \theta \cos \theta \sin \varphi}{-a \sin \theta \cos \theta \cos \varphi} \sin 2\alpha_{\min} = \tan \varphi \sin 2\alpha_{\min} \quad (7.23)$$

由式(7.23)可以求得,当 $\alpha_{\min} = 45^\circ$ 时, $(2A/B)/[1-(A/B)^2]$ 有最大值,

$$\frac{2(\frac{A}{B})_{\max}}{1 - (\frac{A}{B})_{\max}^2} = \tan \varphi$$

根据该式由正切倍角公式对比不难得到:

$$(\frac{A}{B})_{\max} = \tan \frac{\varphi}{2} \quad (7.24)$$

从式(7.23)可见,当 $\alpha_{\min} = 45^\circ$ 时,角度计中磁场的短、长轴之比取得最大值,该值的大小仅与两个场圈回路阻抗幅角差有关,而与其模值比无关。

当 a 值接近于1,相位差 φ 甚小时,利用附录Ⅲ中式(Ⅲ.5),将 $f = -a \sin \theta \cos \varphi$, $m = -a \sin \theta \sin \varphi$, $n = \cos \theta$, $p = 0$ 代入,且利用数学中的近似关系式

$$\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4}x^2 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 - \dots$$

则可得: $\frac{A}{B} = \frac{\varphi}{2} \sin 2\theta$ (弧度)

$$\text{当 } \theta = 45^\circ \text{ 时, } (\frac{A}{B})_{\max} = \frac{\varphi}{2} \quad (\text{弧度}) \quad (7.25)$$

从式(7.25)可见,在用两个相互垂直的环状天线与具有两个场线圈的角度计组成的测角系统中,当两场圈回路的阻抗模值近似相等,相角差甚小时,在示向度为 45° 时,所显示的图形短、长轴比最大,即是椭圆图形最肥。

综上所述,得到的结论是:在一般情况下,由两个相互垂直的环状天线与角度计组成的测角系统,当两个场圈回路的阻抗不一致时,会引起示向度的误差和模糊。其计算可按式(7.20)——(7.23)进行。

当上述测角系统中,两个环状天线中的感应电动势的振幅与相位不平衡时,亦有与上述阻抗不一致性类似的影响。此时,上述的 a 与 φ 是对 $E_{1\max}$ 和 $E_{2\max}$ 而言。

现在我们来讨论上述测角系统在下述的特殊条件下的误差特性。

(1) 当角度计的两个场圈分别与其所连接的天线构成的两个回路中的阻抗的幅角相等,而阻抗的模数不等时,即 $\varphi = 0$, $a \neq 1$ 。将这条件代入式(7.19)、(7.20)、(7.21)得:

$$\tan \alpha_{\min} = a \tan \theta \quad (7.26)$$

$$D_1 = \frac{a^2 - 1}{1 + 2a + a^2} = \frac{a - 1}{a + 1} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (7.27)$$

$$K_1 = \frac{1 - 2a + a^2}{1 + 2a + a^2} = \frac{(1-a)^2}{(1+a)^2} = D_1^2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

$$\tan 2\Delta_1 = \frac{2 \frac{a-1}{a+1} \sin 2\theta - (\frac{a-1}{a+1})^2 \sin 4\theta}{1 - 2 \frac{a-1}{a+1} \cos 2\theta + (\frac{a-1}{a+1})^2 \cos 4\theta} \quad (7.28)$$

此时，将 $Z_{11}/Z_{22}=a$ 及 (3.141) 的其它条件代入式 (3.139) 即得 \dot{I}_3 :

$$\dot{I}_3 = \frac{j \omega M E h_{ab} (Z_{22} \sin \alpha \cos \theta - Z_{11} \cos \alpha \sin \theta)}{Z_{11} Z_{22} (Z_{33} + \frac{\omega^2 M^2 \cos^2 \alpha}{Z_{22}} + \frac{\omega^2 M^2 \sin^2 \alpha}{Z_{11}})} \quad (7.29)$$

当 $\dot{I}_3=0$ 时，对应于小音点，此时读取示向度。而 $\dot{I}_3=0$ 的条件必然是式 (7.29) 的分子为零，于是得到

$$\begin{aligned} Z_{22} \sin \alpha \cos \theta - Z_{11} \cos \alpha \sin \theta &= 0 \\ \tan \alpha = \frac{Z_{11}}{Z_{22}} \tan \theta &= a \tan \theta = \tan \alpha_{\min} \end{aligned} \quad (7.30)$$

该结果与式 (7.26) 相同。

示向度误差由下式确定:

$$\begin{aligned} \tan \Delta_1 &= \tan(\alpha_{\min} - \theta) = \frac{\tan \alpha_{\min} - \tan \theta}{1 + \tan \alpha_{\min} \tan \theta} = \frac{a \tan \theta - \tan \theta}{1 + a \tan^2 \theta} \\ &= \frac{(a-1) \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta + a \sin^2 \theta} = \frac{\frac{a-1}{a+1} \sin 2\theta}{1 - \frac{a-1}{a+1} \cos 2\theta} = \frac{D_1 \sin 2\theta}{1 - D_1 \cos 2\theta} \end{aligned} \quad (7.31)$$

其中 $D_1 = \frac{a-1}{a+1}$ 。

令 (7.31) 式对 θ 的导数等于零，可以确定 θ_{\max} ，从而求出最大误差 Δ_{\max} 。

$$\frac{\partial \tan \Delta_1}{\partial \theta} = \frac{2 D_1 \cos 2\theta - 2 D_1^2 (\cos 2\theta)^2 - 2 D_1^2 + 2 D_1^2 \cos^2 2\theta}{1 - 2 D_1 \cos 2\theta + D_1^2 (\cos 2\theta)^2} = 0$$

由此得:

$$\theta_{\max} = \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{a-1}{a+1}\right) \quad (7.32)$$

将式 (7.32) 代入 (7.31)

$$\tan \Delta_{\max} = \frac{D_1 \sin\left(\arccos\left(\frac{a-1}{a+1}\right)\right)}{1 - D_1 \cos\left(\arccos\left(\frac{a-1}{a+1}\right)\right)} = \frac{D_1}{1 - D_1^2} \sin\left(\arccos D_1\right) \quad (7.33)$$

由 $\sin[\arccos D_1] = \sqrt{1 - \cos^2[\arccos D_1]} = \sqrt{1 - D_1^2}$ ， $\tan \Delta_{\max}$ 取得最大值。

$$\tan \Delta_{\max} = \frac{D_1}{\sqrt{1 - D_1^2}} = \frac{a-1}{\sqrt{2} a} \quad (7.34)$$

当系数 a 接近于 1 时，式 (7.31) 可简化为:

$$\Delta_1 = \frac{a-1}{a+1} \sin 2\theta \approx \frac{1}{2} (a-1) \sin 2\theta \quad (7.35)$$

据此作出的误差曲线如图 7-1。

由式 (7.35) 和其对应的图 7-4 可见，在 360° 方位内，误差的最大值出现四次，这种误差具有四分圆的规律，又称做四分圆误差。其四个误差最大值出现在 $\theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 四个方位角上。当两个场圈绕组的阻抗模值相差较大时，两回路中电流的差别较大，则需用式 (7.31) 来计算其误差，此时，误差的变化规律较复杂，除了四分圆误差之外，还有八分

圆误差分量。

表7—1表示了当a不同时， θ_{\max} 与最大误差 Δ_{\max} 的关系

表 7—1

a	1.01	1.02	1.05	1.1
Δ_{\max}	17'	34'	1°24'	2°43'
θ_{\max}	45°	44°50'	44°20'	43°30'

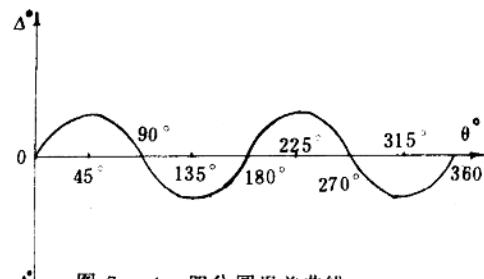


图 7—4 四分圆误差曲线

从式(7.32)、(7.34)或表7—1的数值变化规律可见，当a增加时，误差角 Δ_{\max} 也随之增加，但发生最大误差的方位角 θ_{\max} 却随之减小。

从表7—1还可发现，若将误差数值限制为0.5°，那么允许的场圈电流幅度的不一致性是±2%。

必须指出，当a≠1时，从研究 \vec{I}_1 表达式中可以得到：自环状天线电路反射到搜索圈回路中的阻抗，将随着角度计搜索圈的旋转而改变，即对于搜索圈的每一个位置，回路都要进行微调。这种现象是环状天线回路与场圈不一致的特征之一。

角度计搜索圈与其两个场圈的互感最大值的不同，环状天线的有效高度的不相等。均产生测向误差，这些误差亦可用式(7.30)至(7.35)计算。

将 $a \neq 1$, $\varphi = 0$ 代入式(7.23)可得到 $\frac{A}{B} = 0$ ，即示向度不产生模糊，此时角度计中合成磁场的椭圆率为零。

(2) 当两个环状天线及其与之相联接的角度计场圈回路的阻抗模值相等，而幅角却不相等时，即 $Z_{11} = Z_{22}$ （或 $a = 1$ ）， $\varphi \neq 0$ ，于是由式(7.19)与(7.21)得到

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{\min} = \operatorname{tg} 2\theta \cos \varphi \quad (7.36)$$

$$D = C, \quad K = \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} = K_2 \quad (7.37)$$

示向度误差 Δ_2 的计算式，可将式(7.37)代入式(7.22)得到：

$$\operatorname{tg} 2\Delta_2 = \operatorname{tg} 2(\alpha_{\min} - \theta) = \frac{-K_2 \sin 4\theta}{1 + K_2 \cos 4\theta} = \frac{-\operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \sin 4\theta}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \cos 4\theta} \quad (7.38)$$

为了求出最大误差所在的角度，将式(7.38)对 θ 求导，并令其导数为零，即可求得 θ_{\max}

$$\theta_{\max} = \frac{1}{4} \arccos(-K_2) \quad (7.39)$$

将式(7.39)的 θ_{\max} 代入(7.38)式中，则得到最大误差的表示式：

$$\operatorname{tg} 2\Delta_{2\max} = \frac{-K_2}{\sqrt{1 - K_2^2}} = \frac{-\operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}} = -\frac{1}{2} \times \frac{1 - \cos \varphi}{\sqrt{\cos \varphi}} \quad (7.40)$$

因为 $\frac{1}{2}(1 - \cos \varphi) = \sin^2 \frac{\varphi}{2}$

当 φ 很小时,

$$\sin^2 \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi^2}{4}; \quad \sqrt{\cos \varphi} \approx 1; \quad \tan^2 \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi^2}{4} \quad (7.41)$$

由式 (7.38)

$$\tan 2\Delta_2 = \frac{-\tan^2 \frac{\varphi}{2} \sin 4\theta}{1 + \tan^2 \frac{\varphi}{2} \cos 4\theta} \approx \frac{-\frac{\varphi^2}{4} \sin 4\theta}{1 + \frac{\varphi^2}{4} \cos 4\theta}$$

由于 φ 很小, 所以可以认为 $\frac{\varphi^2}{4} \cos 4\theta \ll 1$, 于是

$$\begin{aligned} \tan 2\Delta_2 &\approx -\frac{\varphi^2}{4} \sin 4\theta \\ \Delta_2 &\approx -\frac{\varphi^2}{8} \sin 4\theta \end{aligned} \quad (7.42)$$

由式 (7.40)

$$\tan 2\Delta_{\max} = -\frac{1}{2} \frac{1 - \cos \varphi}{\sqrt{\cos \varphi}} \approx -\sin^2 \frac{\varphi}{2} \approx -\frac{\varphi^2}{4}$$

因此

$$\Delta_{\max} = -\frac{\varphi^2}{8} \quad (7.43)$$

由附录 III 中式 (III.5) 求磁场椭圆率。将 $l = -\sin \theta \cos \varphi$, $m = -\sin \theta \sin \varphi$, $-n = \cos \varphi$, $p = 0$ 代入 (III.5) 即得:

$$\frac{A^2}{B^2} = \frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \varphi}}{1 + \sqrt{1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \varphi}} \quad (7.44)$$

当 φ 值很小时, 有 $\sqrt{1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \varphi}$ 的近似表达式:

$$\sqrt{1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \varphi} \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2} \sin^2 2\theta$$

于是

$$\frac{A^2}{B^2} = \frac{1 - (1 - \frac{\varphi^2}{2} \sin^2 2\theta)}{1 + (1 - \frac{\varphi^2}{2} \sin^2 2\theta)} = \frac{\frac{\varphi^2}{2} \sin^2 2\theta}{2 - \frac{\varphi^2}{2} \sin^2 2\theta}$$

因为

$$\frac{\varphi^2}{2} \sin^2 2\theta \ll 2$$

于是

$$\frac{A}{B} = \frac{\varphi}{2} \sin 2\theta \quad (\text{弧度}) \quad (7.45)$$

综上述分析可见, 在由两对相互垂直对称架设的环状天线与角度计组成的测角系统中, 如果两个场圈回路的阻抗模值相等, 而相角差不为零时, 则存在着示向误差和示向模糊, 在一般的情况下, 示向误差除了呈八分圆的特性外, 还有近似于十六分圆的更复杂的误差特性, 仅当两个场圈回路中阻抗的幅角差 φ 很小时, 误差才近似呈八分圆的特性。

在表 7—2 中列出了测角系统的两个场圈回路的阻抗幅角差 φ 为几种不同值时的 Δ_{\max} 以

及角度计中磁场的椭圆率 $\frac{A}{B}$ 。由表 7—2 中的数据分布可得出结论（当然亦可由误差计算式得出该结论）：如果由相位差引起的误差值限制在 0.5° 的范围内，则两回路的阻抗相位差 φ 角允许为 15° 左右，此时最大椭圆率为 13% 。

表 7—2 两个场圈中最大电流之间有不同相位差 φ 时的误差

φ	10°	20°	30°	45°	60°	75°	90°
$ \Delta_{\max} $	$13'$	$54'$	2.1°	5.0	10.1	20.8	—
θ_{\max}	$23^\circ 37'$	$22^\circ 57'$	$23^\circ 31'$	$24^\circ 58'$	$27^\circ 23'$	$31^\circ 30'$	45°
$(\frac{A}{B})_{\theta=\theta_{\max}}$	6.5×10^{-2}	12×10^{-2}	18.8×10^{-2}	29.2×10^{-2}	41.4×10^{-2}	56.8×10^{-2}	圆周

在讨论了上面两种特殊情况之后，我们再回到一般的情况中来，也就是说，在上述的测角系统中，若两个场圈回路的最大电流的振幅不相等，且两个电流的相位也不相同，即是： $a \neq 1$ ， $\varphi \neq 0$ ，这时测角系统的误差特性可用下式计算：

$$\Delta = \alpha_{\min} - \theta = (\alpha_{\min} - \theta_1) + (\theta_1 - \theta) = \Delta_1 + \Delta_2 \quad (7.46)$$

其中： $\Delta_1 = \theta_1 - \theta$ ——只由于两个场圈中的电流幅度不相等所产生的误差；

$\Delta_2 = \alpha_{\min} - \theta_1$ ——只由于两个场圈的电流存在相位差而产生的误差。

当 Δ_1 与 Δ_2 不大时，它们可各自根据式 (7.35) 和 (7.42) 分别计算。然后按式 (7.46) 求和。

这样，我们可以得出如下结论：

当两个垂直对称安装的环状天线与角度计的两个场圈形成的两个回路中，若其电流的振幅不相等，相位不相同，且产生的误差值不大时，则其示向度误差为仅是由电流振幅不一致及仅是由电流相位不一致分别产生的误差之和，这样就可简化一般情况下测角系统的误差的计算了。

现将同时考虑二个场圈回路中的电流振幅不相等，相位不相同的情况下，各种不同的最大测向误差 Δ_{\max} 与磁场椭圆率的关系列于图 (7—5) 中。图中实线表示测角系统在各种不同最大误差时（误差表示在曲线上） a 随 φ 的变化关系；虚线表示磁场椭圆率 $(A/B)_{\max}$ 随 φ 变化的关系。

2、角度计场圈间或两个环状天线之间存在耦合时引入的测向误差分析：

场线圈回路之间有耦合存在，也就是说耦合阻抗 $Z_{12} = Z_{21} = Z_c \neq 0$ 。根据式 (3.139) 当满足条件关系式 (3.141)（其中 $Z_{12} = Z_{21} = 0$ 的一条除外），则可得：

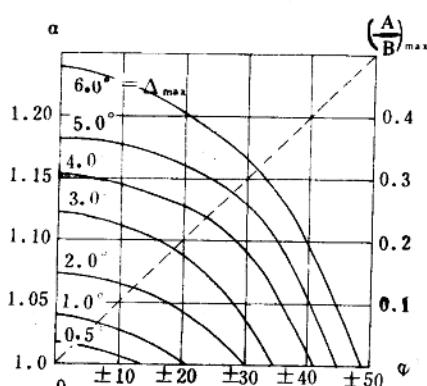


图 7—5 测角系统的最大误差