

J



T

新课标教材

根据新课标由全国著名特级高级教师编写

初中数学解答题典

题典

第五版

JIETITIDIAN
CONGSHU

郭奕津 主编

东北师范大学出版社

T

D

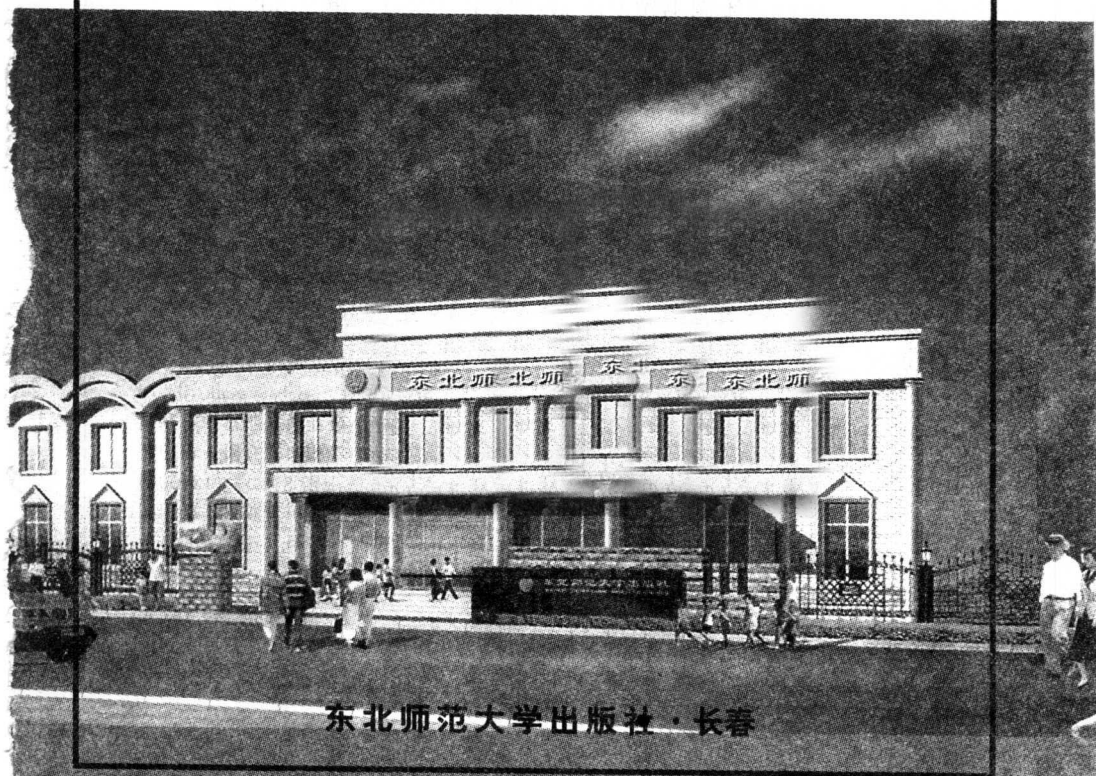


新课程标准教材

初中数学解题题典

第五版

郭奕津 主编



东北师范大学出版社·长春

图书在版编目 (CIP) 数据

初中数学解题题典/郭奕津主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2001. 5

(解题题典丛书)

ISBN 7 - 5602 - 1833 - 4

I. 初… II. 郭… III. 数学课—初中—解题
IV. G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 21302 号

☐责任编辑: 刘兆辉 陈 风 ☐封面设计: 魏国强
☐责任校对: 孙 晓 杨 光 ☐责任印制: 张文霞

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街 5268 号 (130024)

销售热线: 0431—5695744 5688470

传真: 0431—5695734

网址: <http://www.nenup.com>

电子函件: sdcbbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

延边新华印刷有限公司印装

吉林省延吉市河南街 818 号 (133001)

2005 年 5 月第 5 版第 1 次印刷

幅面尺寸: 148 mm×210 mm 印张: 22.25 字数: 880 千

印数: 604 001 — 654 000 册

定价: 28.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

出版说明

“小学、初高中各科解题题典”丛书自出版以来，已走过了十个年头，在竞争激烈、强手如林的图书市场中，以不可遏制之势保持着多年的畅销态势，这不能不说是教辅图书销售中的一个奇迹。尽管考试的指挥棒一再变更方向，尽管教材不断更新面孔，但《题典》丛书始终以旺盛的生命力与每一位读者共同成长、进步。

新的世纪，新的教学理念，新的考试方向，新的教材，作为广大师生的亲密朋友，我们不可推卸的责任仍然是为中小學生提供质量精良、内容精当的新教辅。基于此，我们对《题典》丛书作了全面的创造性的更新，进行了第五次修订。新的《题典》汲取众家所长，不受教材版本的限制，既保持了原《题典》的多方面优势，又融会了新的教育观念，更加趋于完备，更加富于创新性。在今后的岁月中，它会充满活力地继续陪伴在中小學生身旁。新的《题典》具有以下特点：

一、遵循课程标准，但不拘泥于课程标准

丛书在编写过程中，本着“遵循课程标准，但不拘泥于课程标准”的原则，将小学、初中、高中各科中的知识要点以题解的形式作科学系统的归纳整理，梳理解题思路，培养学生利用已经掌握的知识解决问题和分析问题的能力。在题型设计上，转变过去较注重知识立意的方式，强调能力立意，增加应用型和能力型题型，且不人为地设置难度极大的拔高题，而是循序渐进，步步深入，把握一定的区分度，突出理解、论证、实验能力的考查，并对可能产生疑惑的问题给予科学、详尽的解析，在分析答问中注意使其有利于学生思维的扩展，给学生留有广阔的思维空间。

二、实实在在的点拨，真真正正的实用

在目前的教育形势下，真正实用的教辅书应是对知识体系

的牢固掌握与培养创新精神的结合体,《题典》丛书无疑是一套具有多方优势的实用的教辅工具书。

《题典》丛书囊括初高中语文、数学、英语、物理、化学、政治、地理、历史、生物,小学语文、数学各科,共三十余分册。丛书不仅对学生中共性的须掌握解决的问题予以整理、归纳、提炼,而且对部分习题的解题思路作适度、合理的延伸,以丰富学生的思维触角,扩展知识层面。对于某些学科中的重点部分,丛书又单列成册,如“初高中作文”、“初高中物理实验”、“初高中化学实验”、“文科综合题”、“理科综合题”、“高中古诗文阅读”等。丛书在题目设置上,注重典型性、实用性、灵活性,以期举一反三,触类旁通;在题型选择上,注重应用性、科学性、新颖性,以期稳中求进,开阔视野;在思路点拨上,注重可操作性、规律性,以期激发创新,拓展思维。整套书凝聚着编创人员的汗水和心血,体现着现代教育的精华。

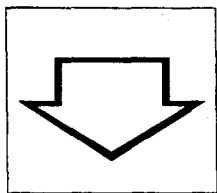
三、专家、学者、一线教师携手之作

《题典》丛书的编写队伍,注重专家、学者和中小学一线特高级教师的紧密结合,以期各取所长,各展所能,优势互补,达到命题思想、能力考查、解题技巧的最佳组合。一线教师最贴近学生,最了解学生的实际需要,来自他们的提醒无疑是中肯、严谨的。

作为《题典》丛书的策划、编创人员,我们始终将“出精品,创名牌”作为出版宗旨,同时也相信,新《题典》会以更高的含金量,更丰富的信息,更深邃的内涵,使广大读者于激烈的竞争中脱颖而出,立于不败之地。我们希望能一如既往地得到广大朋友的热心支持,听到更多真诚的反馈意见,以便不断臻于完善。

东北师范大学出版社

第一编辑室



题典

目 录

第一部分 代 数

第一章 有理数	1
一、有理数的意义(题 1~题 21)	1
有理数的概念	
数轴及其画法	
有理数比较大小	
探索规律	
绝对值	
二、有理数的运算(题 22~题 48)	9
有理数的运算方法	
有理数的运算律	
绝对值的运算	
探索运算规律	
第二章 整式的运算	15
一、整式(题 1~题 18)	15
列代数式	
代数式的意义	
单项式及多项式	
二、整式的乘除(题 19~题 37)	20
三、整式的加减(题 38~题 58)	23
整式加法	
应用整式加减法则解题	

第三章 一元一次方程	29
一、方程(题 1~题 8)	29
二、一元一次方程及解法(题 9~题 17)	31
三、一元一次方程的应用(题 18~题 37)	33
第四章 二元一次方程组	39
一、二元一次方程组的解法(题 1~题 16)	39
二元一次方程组的解	
用代入法解二元一次方程组	
用加减法解二元一次方程组	
解三元一次方程组	
二、二元一次方程组的应用(题 17~题 32)	44
二元一次方程组的应用	
综合不等式	
用一次函数等知识解二元一次方程组的问题	
第五章 一元一次不等式(组)	53
一、一元一次不等式(组)的解法(题 1~题 13)	53
解一元一次不等式	
解一元一次不等式组	
不等式组的整数解	
二、一元一次不等式(组)的应用(题 14~题 29)	57
第六章 因式分解	65
一、提公因式法(题 1~题 4)	65
二、运用公式法(题 5~题 19)	66
三、分组分解法(题 20~题 32)	69
四、十字相乘法(题 33~题 46)	72
第七章 分式	77
一、分式(题 1~题 11)	77
分式有意义的条件	
分式中符号的转化	
二、分式的运算(题 12~题 43)	79
分式的加、减、乘、除运算	
分式的化简及求分式的值	
三、可化为一次方程的分式方程及其应用(题 44~题 71)	90
解分式方程的方法及应用	

含两个未知数的分式方程

第八章 实数	100
一、实数(题 1~题 23)	100
实数的意义	
开平方	
开立方	
应用问题	
二、实数的运算(题 24~题 35)	105
第九章 二次根式	110
一、二次根式有关性质(题 1~题 22)	110
二次根式的定义及有关性质	
比较二次根式的大小	
二、二次根式的运算(题 23~题 52)	116
最高根式	
同类根式	
根式的加减、乘运算	
根式的分母有理化	
第十章 一元二次方程	126
一、一元二次方程的解法(题 1~题 9)	126
开平方法	
配方法	
公式法	
因式分解法	
二、一元二次方程的根的判别式、根与系数的关系(题 10~题 48)	129
利用判别式判断根的情况	
应用根与系数的关系解题	
三、一元二次方程的应用(题 49~题 58)	142
四、分式方程及应用(题 59~题 87)	146
五、二元二次方程组及应用(题 88~题 102)	159
解二元二次方程组	
二元二次方程组的应用	
含两个未知数的分式方程	
第十一章 函数及其图像	168
一、函数的意义(题 1~题 28)	168
坐标的概念	

函数的定义	
函数有意义的条件	
函数的表示法	
二、正比例函数、一次函数(题 29~题 88)	174
正比例函数	
一次函数的意义	
函数的图像	
函数的解析式	
利用一次函数决策	
三、反比例函数(题 89~题 117)	208
反比例函数的定义及图像	
利用反比例函数解综合问题	
四、二次函数(题 118~题 218)	224
二次函数的定义及图像	
二次函数解析式	
二次函数的应用问题	

第二部分 空间与图形

第一章 图形与坐标	281
一、线与角(题 1~题 35)	281
直线、射线、线段	
角的度量	
比较大小	
相交线	
平行线	
二、尺规作图(题 36~题 42)	289
三、图形与坐标(题 43~题 67)	292
认识简单图形	
认识坐标的关系	
发现图形的联系及规律	
第二章 三角形	305
一、三角形的有关概念(题 1~题 35)	305
三角形的分类	
三角形的内角、外角	

三角形的边的关系	
二、三角形全等(题 36~题 54)	315
三、等腰三角形(题 55~题 90)	321
四、直角三角形(题 91~题 118)	335
直角三角形的定义、性质及判定	
勾股定理	
五、对称(题 119~题 134)	345
轴对称图形	
中心对称图形	
图形的平移	
第三章 四边形	353
一、四边形的有关概念(题 1~题 12)	353
二、平行四边形(题 13~题 85)	356
平行四边形的定义、性质及判定	
矩形的性质及判定	
菱形的性质及判定	
正方形的性质及判定	
三、梯形(题 86~115)	384
四、图形的平移与旋转(题 116~题 141)	396
图形平移、旋转的方法及性质	
镶嵌	
第四章 相似形	410
一、比、比例(题 1~题 21)	410
线段的比例关系	
平行线分线段成比例	
二、相似形的性质、判定(题 22~题 67)	416
相似形性质的应用	
相似形的判定方法	
三、放大与缩小(题 68~题 73)	442
利用相似、位似、旋转、平移、放大或缩小图形	
第五章 解直角三角形	446
锐角三角函数	
解直角三解形	
解直角三角形应用	

第六章 圆	462
一、圆的有关概念 (题 1~题 39)	462
与圆有关的概念	
垂径定理	
三角形的外接圆	
二、圆周角、圆心角 (题 40~题 76)	476
圆周角、圆心角的定义	
圆周角、圆心角的关系	
三、切线 (题 77~题 195)	492
切线的定义	
切线的判定及相关的计算	
有关切线的证明问题	
四、扇形、弓形、圆柱、圆锥 (题 198~题 268)	551
扇形、弓形、圆柱、圆锥的定义	
与扇形、弓形、圆柱、圆锥相关的计算问题	

第三部分 统计与概率

第一章 统计初步	580
平均数的定义及计算	
众数、中位数的定义及计算	
方差、极差的定义及计算	
统计的应用	
第二章 概率常识	615

第四部分 综合题

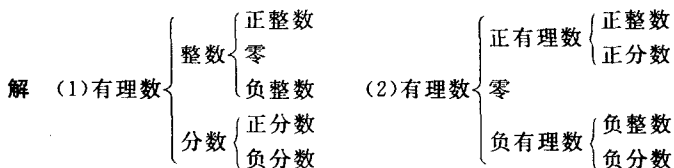
第一章 与方程有关的综合问题	624
第二章 与函数有关的综合问题	638
第三章 与圆有关的综合问题	676

第一部分 代 数

第一章 有 理 数

一、有理数的意义

题 1 有理数的分类有哪几种方法?



题 2 下面说法中,正确的是()

- (A) 在有理数中,零的意义仅表示没有.
- (B) 正有理数和负有理数组成全体有理数.
- (C) 0.7 既不是整数,也不是分数,因此它不是有理数.
- (D) 零既不是正数,也不是负数.

解 0 是一个很重要又很特殊的数,它不是正数,也不是负数,它既是整数,也是偶数,还是自然数. 所以选择(D).

题 3 下列结论中,正确的是()

- (A) 一个数的相反数一定是负数.
- (B) 一个数的绝对值一定不是负数.
- (C) 一个数的绝对值的相反数一定不是负数.
- (D) 一个数的绝对值一定是正数.

解 根据绝对值的意义,一个数 a 的绝对值 $|a|$ 是一个非负数,即一定不是负数. 该题正确的为(B).

题 4 将正偶数按下表排成 5 列:

第 1 列 第 2 列 第 3 列 第 4 列 第 5 列

2 初中数学解答题典

第 1 行		2	4	6	8
第 2 行	16	14	12	10	
第 3 行		18	20	22	24
.....			28	26	

根据上面排列规律,则 2004 应在().

(A)第 126 行,第 2 列

(B)第 126 行,第 3 列

(C)第 251 行,第 3 列

(D)第 251 行,第 2 列

解 按表中前几行的规律可看出每 8 个数占两行,那么从 2 到 2000 共有 1000 个正偶数,共占 125 个两行,即 250 行. 2000 是第 125 组 8 个数中的最后一个,它的位置在第 250 行第 1 列. 因此 2004 在第 251 行第 3 列. 应选择(C).

题 5 (1)当 $|x|=12$ 时, $x-(+7)$ 一定等于 5 吗? (2) a 为整数, a 的倒数是 $\frac{1}{a}$ 吗?

上述问题如果不对,请说明理由.

解 上述说法都不正确.

(1)因为 $|x|=12$ 时, $x=\pm 12$,如果 $x=12$ 时,上式 $x-(+7)=5$ 正确,但当 $x=-12$ 时, $x-(+7)=-14$,则上述说法错误.

(2) a 为整数, a 的倒数是 $\frac{1}{a}$ 也不正确. 因为当 $a=0$ 时, $\frac{1}{a}$ 不存在.

题 6 数 a 在数轴上的位置如图 1-1,试把 a , a 的相反数, a 的倒数和 a 的倒数的绝对值从小到大用“ $<$ ”连接起来.

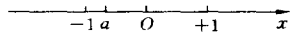


图 1-1

解 因为 a 的相反数是 $-a$, a 的倒数的 $\frac{1}{a}$, a 的倒数的绝对值是 $|\frac{1}{a}|$.

如图 1-1,因为 $-1 < a < 0$,所以 $0 < -a < 1$, $\frac{1}{a} < -1$, $|\frac{1}{a}| > 1$

所以 $\frac{1}{a} < a < -a < |\frac{1}{a}|$.

题 7 如图 1-2,在数轴上,

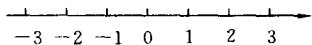


图 1-2

从-1到1有3个整数,它们是:-1,0,1;

从-2到2有5个整数,它们是:-2,-1,0,1,2;

从-3到3有7个整数,它们是:-3,-2,-1,0,1,2,3;

.....

从 $-n$ 到 n (n 为正整数)有_____个整数.

解 从 $-n$ 到 -1 有 n 个整数,从 1 到 n 有 n 个整数,另外 0 也是整数,从而从 $-n$ 到 n 有 $(2n+1)$ 个整数,应填 $(2n+1)$.

题 8 如图 1-3, 已知 $\triangle ABC$ 周长为 1, 连接 $\triangle ABC$ 三边的中点构成第二个三角形, 再连接第二个三角形三边中点构成第三个三角形. 依此类推, 第 2005 个三角形周长为()

(A) $\frac{1}{2004}$.

(B) $\frac{1}{2005}$.

(C) $\frac{1}{2^{2004}}$.

(D) $\frac{1}{2^{2005}}$.

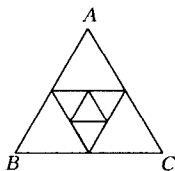


图 1-3

题 9 用方木块堆积金字塔型的结构(如下图所示), 若按图示规律继续, 第 6 层需要的方木块数为()

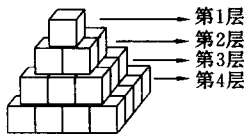


图 1-4

(A) 16.

(B) 20.

(C) 25.

(D) 36.

解 第 1 层有 1 块方木块, 第 2 层有 4 块方木块, 第 3 层有 9 块方木块, 第 4 层有 16 块方木块, ..., 第 n 层有 n^2 块方木块. 则第 6 层有 $6 \times 6 = 36$ 块方木块, 选择(D).

题 10 某超市推出如下优惠方案: (1) 一次性购物不超过 100 元不享受优惠; (2) 一次性购物超过 100 元但不超过 300 元一律九折; (3) 一次性购物超过 300 元一律八折. 王波两次购物分别付款 80 元、252 元. 如果王波一次性购买与上两次相同的商品, 则应付款()

(A) 288 元.

(B) 332 元.

(C) 288 元或 316 元.

(D) 332 元或 363 元.

解 按超市推出的优惠方案: 王波付款 80 元时, 他没有享受优惠.

王波付款 252 元时, 他有可能是买了 280 元物品而享受九折优惠, 付了 252 元. 也可能是买了 315 元物品而享受八折优惠, 同样也付 252 元.

因此, 当他一次性购买上述物品时, 需付款:

(1) $(80+280) \times 80\% = 288$ (元).

(2) $(80+315) \times 80\% = 316$ (元).

因此应选择(C).

4 初中数学解答题典

例 13 一个正方体的每个面分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6. 根据下图中 A、B、C 三种状态所显示的数字, 可推出“?”处的数字是_____.

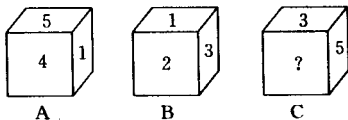


图 1-5

解 观察 A、B 两图可知 1 与 3、5 两个面相邻, 由 C 图可知 3 和 5 两个面也相邻, 则在 A 图中可知 4 的对面是 3. 则由 B 图可知 2 的对面是 5, 因此 1 的对面是 6.

因此 C 图中? 处应为 6.

例 14 观察下列算式:

$$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, 3^6 = 729, 3^7 = 2187, 3^8 = 6561, \dots$$

用你所发现的规律写出 3^{2005} 的末位数字是_____.

解 当 n 是正整数时, 3^{4n+1} 的末位数字是 3, 3^{4n+2} 的末位数字是 9, 3^{4n+3} 的末位数字是 7, 3^{4n+4} 的末位数字是 1, 而 $3^{2005} = 3^{1 \times 501 + 1}$, 因此 3^{2005} 的末位数字是 3.

例 15 小王利用计算机设计了一个计算程序, 输入和输出的数据如下表:

输入	...	1	2	3	4	5	...
输出	...	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{5}{26}$	...

那么, 当输入数据是 8 时, 输出的数据是()

- (A) $\frac{8}{61}$. (B) $\frac{8}{63}$. (C) $\frac{8}{65}$. (D) $\frac{8}{67}$.

解 输出数据的分子等于输入数据.

输出数据的分母第 1 个为 2, 第 2 个为 $2+3=5$, 第 3 个为 $5+5=10$, 第 4 个为 $10+7=17$, ..., 依次为前一个数的分母加上一个奇数 $(2n-1)$.

因此第 6 个数为 $\frac{6}{26+(2 \times 6-1)} = \frac{6}{37}$, 第 7 个数为 $\frac{7}{37+(2 \times 7-1)} = \frac{7}{50}$, 第 8 个数为 $\frac{8}{50+(2 \times 8-1)} = \frac{8}{65}$. 应选择 (C).

例 16 学校阅览室有能坐 4 人的方桌, 如果多于 4 人, 就把方桌拼成一行, 2 张方桌拼成一行能坐 6 人(如图 1-6 所示).

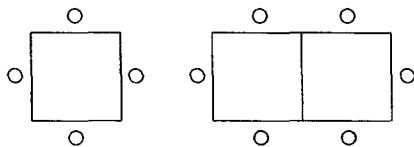


图 1-6

按照这种规定填写下表的空格：

拼成一行的桌子数	1	2	3	...	n
人 数	4	6		...	

解 第 1 张桌可坐 4 人,以后每多 1 张桌可多坐 2 人,第 n 张桌可坐 $(2n+2)$ 人. 因此,填 $8, 2n+2$.

题 14 将一张长方形的纸对折,如下图所示,可得到 1 条折痕(图中虚线). 继续对折,对折时每次折痕与上次的折痕保持平行,连接对折 3 次后,可以得到 7 条折痕,那么对折 4 次可以得到_____条折痕. 如果对折 n 次,可以得到_____条折痕.



图 1-7

解 第 1 次对折,得到 1 条折痕,即 (2^1-1) 条折痕;第 2 次对折,得到 3 条折痕,即 (2^2-1) 条折痕;……;第 4 次对折,可得到 15 条折痕,即 (2^4-1) 条折痕.

因此第 n 次对折,可得到 (2^n-1) 条折痕.

而 $2^n-1=1+2+2^2+2^3+\dots+2^{n-1}$.

因此,应填: $15, 2^n-1$ 或 $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{n-1}$.

题 15 如图 1-8,这是用火柴棍摆出的一系列三角形图案. 按这种方式摆下去,当每边上摆 20(即 $n=20$)根时,需要的火柴棍总数为_____根.

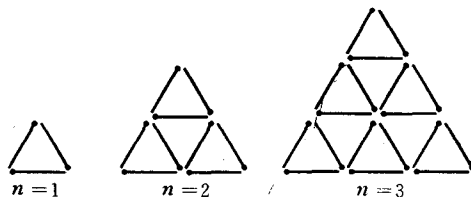


图 1-8

6 初中数学解答题典

解 第1层有1个三角形,第2层有2个三角形,第3层有3个三角形,……,那么第20层有20个三角形,这时,三角形的个数为: $1+2+3+\cdots+20=\frac{(1+20)\times 20}{2}=210(\text{个})$.

1个三角形有3根火柴根,则一共有 $3\times 210=630$ 根火柴根.应填630.

题17 下面是按照一定规律画出一列“树型”图:

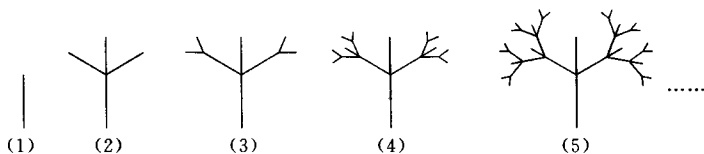


图 1-9

经观察可以发现:图(2)比图(1)多出2个“树枝”,图(3)比图(2)多出5个“树枝”,图(4)比图(3)多出10个“树枝”,照此规律,图(7)比图(6)多出_____个“树枝”.

解 这一组图的第(1)个图有1个树枝,第(2)个图有3个树枝,第(3)个图有8个树枝,……

发现从第(3)个图开始,每个图都是中间有2个树枝,左、右两边的树枝都等于前一个图形中的树枝.如果第 n 个图有 x 个树枝,那么第 $(n+1)$ 个图就有 $(2x+2)$ 个树枝.

于是第(4)个图有18个树枝,第(5)个图有38个树枝,第(6)个图有78个树枝,第(7)个图有158个树枝.因此第(7)个图比第(6)个图多80个树枝.应填80个.

题19 平面上有 $n(n\geq 3)$ 个点,任意3个点不在同一直线上,过任意3点作三角形,一共能作出多少不同的三角形?

(1)分析:当仅有3个点时,可作_____个三角形;

当有4个点时,可作_____个三角形;

当有5个点时,可作_____个三角形;

……

(2)归纳:考察点的个数 n 和可作出的三角形的个数 S_n ,发现:

点的个数	可连成三角形个数
3	
4	
5	
...	...
n	