



中国计算机学会教育专业委员会 推荐
全国高等学校计算机教育研究会 出版
高等学校规划教材

算法设计与实验题解

王晓东 编著

计算机学科教学计划



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

高等学校规划教材

算法设计与实验题解

王晓东 编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书是与普通高等教育“十一五”国家级规划教材《计算机算法设计与分析》配套的辅助教材,对主教材中的全部习题做了解答或给出了解题思路提示,并对主教材的内容进行了扩展,有些主教材中无法讲述的较深入的主题以习题的形式展现出来。为了提高学生灵活运用算法设计策略解决实际问题的能力,本书还将主教材中的许多习题改造成算法实现题,要求学生设计出解算法并上机实现。作者还结合精品课程建设,进行了教材的立体化开发,包括主教材、辅助教材、实验与设计、电子课件和教学网站建设。本书附有光盘,包含各章算法实验题目、测试数据和答案。

本书内容丰富,理论联系实际,可作为高等学校计算机科学与技术、软件工程、信息与计算科学等专业本科生和研究生学习计算机算法设计的辅助教材,也是工程技术人员和自学者的参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

算法设计与实验题解/王晓东编著. 北京:电子工业出版社,2006.9

高等学校规划教材

ISBN 7-121-03103-5

I. 算… II. 王… III. ①电子计算机—算法设计—高等学校—解题 ②电子计算机—算法分析—高等学校—解题 IV. TP301.6-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第097930号

策划编辑:童占梅

责任编辑:童占梅

印 刷:北京市通州大中印刷厂

装 订:三河市金马印装有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:32.75 字数:830千字

印 次:2006年9月第1次印刷

印 数:5000册 定价:46.00元(附光盘1张)

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系电话:(010)68279077;邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

前 言

一些著名的计算机科学家在有关计算机科学教育的论述中认为,计算机科学是一种创造性思维活动,其教育必须面向设计。计算机算法设计与分析正是一门面向设计,且处于计算机学科核心地位的教育课程。通过对计算机算法系统的学习与研究,理解和掌握算法设计的主要方法,培养对算法的计算复杂性进行正确分析的能力,为独立地设计算法和对给定算法进行复杂性分析奠定坚实的理论基础,对从事计算机系统结构、系统软件和应用软件研究与开发的科技工作者是非常重要的和必不可少的。

电子工业出版社出版的《计算机算法设计与分析》是普通高等教育“十五”国家级规划教材,它是根据教育部高教司主持评审的《中国计算机科学与技术学科教程 2002》以及 ACM 和 IEEE/CS CC2001 组织编写的教材,在内容选材、深度把握、系统性和可用性方面进行了精心设计,力图适合高校本科生教学对学时数和知识结构的要求。本书是与《计算机算法设计与分析》配套的辅助教材,对该书中的全部习题做了解答或给出了解题思路提示。

算法设计与分析是计算学科的 9 个主科目之一,而且在整个学科知识体系中具有学科核心的重要地位,它充分体现了计算机科学方法论的理论、抽象和设计 3 个过程,知识面较宽,且有一定的深度;算法设计与分析课程需要反复再现计算机科学中用到的大问题的复杂性、效率、抽象的层次、重用、折中等带有普遍性的概念。根据作者多年的教学经验,算法设计与分析课程教学有以下 3 个特点,这使许多学生感到学习相当困难。

(1) 按照《中国计算机科学与技术学科教程 2002》以及 ACM 和 IEEE/CS CC2001 的要求,算法设计与分析课程教学包括的知识点多,内容十分丰富,学习量大。

(2) 课程内容理论性很强,对学生的抽象思维能力和逻辑推理能力要求较高。

(3) 课程内容还有很强的实践性,要求学生灵活运用所学到的算法设计策略解决实际问题。

教材中的课后习题能在很大程度上解决上面所说的困难。《计算机算法设计与分析》一书所配备的习题正是为此目的而设计的。教材出版后许多读者纷纷要求给出习题的解答和提示。为了让使用《计算机算法设计与分析》作为教材的教师和学生在广度和深度的各个层面更深刻地理解理论、抽象和设计这 3 个过程以及重复出现的12 个基本概念(绑定、大问题的复杂性、概念和形式模型、一致性和完备性、演化、效率、抽象层次、按空间排序、按时间排序、重用、安全性、折中的结论),作者根据多年的教学经验编写了这本辅助教材,旨在让使用该书的教师更容易教,学生更容易学。为了便于对照阅读,本书的章序与《计算机算法设计与分析》一书的章序保持一致,且一一对应。由于篇幅的限制,一些算法及其实现的内容可在作者编写的另一本辅助教材《算法与数据结构学习指导与习题解析》^[1]中找到。

本书的内容是对教材《计算机算法设计与分析》的扩展,一些在教材中无法讲述的较深入的主题通过习题的形式展现出来。为了提高学生灵活运用算法设计策略解决实际问题的能力,本书将原教材中的许多习题改造成算法实现题,要求学生不仅设计出解决具体问题的算法,而且能上机实现。其中很多题目使用了多种不同解法,体现了算法的灵活性和适用性。根据作者多年的教学实践,这类算法实现题的教学效果非常好。

本书内容丰富,理论联系实际,可作为高等学校计算机科学与技术、软件工程、信息与计算科学等专业本科生和研究生学习计算机算法设计的辅助教材,也是工程技术人员和自学者的参考书。

作者还结合精品课程建设,进行了教材的立体化开发,包括主教材、辅助教材、实验与设计、电子课件和教学网站建设。作者的教学网站网址是:<http://www.algorithm.fzu.edu.cn>,作者的 E-mail 地址是:wangxd@fzu.edu.cn。欢迎广大读者访问教学网站并提出宝贵意见。

本书所附光盘中包含各章算法实现题的题目、测试数据和答案。共有 13 个子目录,包括:ch1,ch2,...,ch9,midexam1,midexam2,finalexam1,finalexam2。每章的每个算法实现题都对应一个子目录,其中的 test 子目录中是测试数据,answer 子目录中是相应的答案。midexam1 和 midexam2 目录中是两套期中试卷。finalexam1 和 finalexam2 目录中是两套期末试卷。算法设计实验的实现平台是 Microsoft Visual Studio 6.0 或 Microsoft Visual Studio.NET。

在本书编写过程中,福州大学“211 工程”计算机与信息工程重点学科实验室提供了优良的设备与工作环境。电子工业出版社负责本书编辑出版工作的全体同仁为本书的出版付出了大量辛勤劳动,他们认真细致,一丝不苟的工作精神保证了本书的出版质量。在此,谨向每一位曾经关心和支持本书编写工作的各方面人士表示衷心的感谢!

作 者

2006 年 7 月

目 录

第 1 章 算法概述	(1)
习题 1-1 函数的渐近表达式	(1)
习题 1-2 $O(1)$ 和 $O(2)$ 的区别	(1)
习题 1-4 按渐近阶排列表达式	(1)
习题 1-5 算法效率	(1)
习题 1-6 硬件效率	(2)
习题 1-7 函数渐近阶	(2)
习题 1-8 $n!$ 的阶	(2)
习题 1-9 $3n-1$ 问题	(3)
习题 1-10 平均情况下的计算时间复杂性	(3)
算法实现题 1-1 统计数字问题	(3)
算法实现题 1-2 字典序问题	(4)
算法实现题 1-3 最多约数问题	(5)
算法实现题 1-4 金币阵列问题	(7)
算法实现题 1-5 最大间隙问题	(9)
第 2 章 递归与分治策略	(12)
习题 2-1 Hanoi 塔问题的非递归算法	(12)
习题 2-2 7 个二分搜索算法	(13)
习题 2-3 改写二分搜索算法	(16)
习题 2-4 大整数乘法的 $O(nm^{\lg(3/2)})$ 算法	(17)
习题 2-5 5 次 $n/3$ 位整数的乘法	(17)
习题 2-6 矩阵乘法	(19)
习题 2-7 多项式乘积	(19)
习题 2-8 不动点问题的 $O(\log n)$ 时间算法	(20)
习题 2-9 主元素问题的线性时间算法	(20)
习题 2-10 无序集主元素问题的线性时间算法	(20)
习题 2-11 $O(1)$ 空间子数组换位算法	(20)
习题 2-12 $O(1)$ 空间合并算法	(22)
习题 2-13 $\sqrt{n}$ 段合并排序算法	(29)
习题 2-14 自然合并排序算法	(29)
习题 2-15 最大值和最小值问题的最优算法	(31)
习题 2-16 最大值和次大值问题的最优算法	(32)
习题 2-17 整数集合排序	(32)
习题 2-18 第 k 小元素问题的计算时间下界	(32)
习题 2-19 非增序快速排序算法	(33)

习题 2-20	随机化算法	(34)
习题 2-21	随机化快速排序算法	(34)
习题 2-22	随机排列算法	(34)
习题 2-23	算法 QuickSort 中的尾递归	(34)
习题 2-24	用栈模拟递归	(34)
习题 2-25	算法 Select 中的元素划分	(34)
习题 2-26	$O(n\log n)$ 时间快速排序算法	(34)
习题 2-27	最接近中位数的 k 个数	(34)
习题 2-28	X 和 Y 的中位数	(35)
习题 2-29	网络开关设计	(35)
习题 2-32	带权中位数问题	(35)
习题 2-34	构造 Gray 码的分治算法	(36)
习题 2-35	网球循环赛日程表	(36)
习题 2-36	二叉树 T 的前序、中序和后序序列	(40)
算法实现题 2-1	输油管道问题(习题 2-30)	(41)
算法实现题 2-2	众数问题(习题 2-31)	(42)
算法实现题 2-3	邮局选址问题(习题 2-32)	(43)
算法实现题 2-4	马的 Hamilton 周游路线问题(习题 2-33)	(43)
算法实现题 2-5	半数集问题	(51)
算法实现题 2-6	半数单集问题	(52)
算法实现题 2-7	士兵站队问题	(53)
算法实现题 2-8	有重复元素的排列问题	(54)
算法实现题 2-9	排列的字典序问题	(55)
算法实现题 2-10	集合划分问题	(57)
算法实现题 2-11	集合划分问题	(58)
算法实现题 2-12	双色 Hanoi 塔问题	(60)
算法实现题 2-13	标准二维表问题	(61)
算法实现题 2-14	整数因子分解问题	(61)
第 3 章	动态规划	(63)
习题 3-1	最长单调递增子序列	(63)
习题 3-2	最长单调递增子序列的 $O(n\log n)$ 算法	(63)
习题 3-7	漂亮打印	(65)
习题 3-11	整数线性规划问题	(65)
习题 3-12	二维 0-1 背包问题	(65)
习题 3-14	Ackermann 函数	(66)
习题 3-17	最短行驶路线	(68)
习题 3-19	最优旅行路线	(69)
算法实现题 3-1	独立任务最优调度问题(习题 3-3)	(69)
算法实现题 3-2	最少硬币问题(习题 3-4)	(71)
算法实现题 3-3	序关系计数问题(习题 3-5)	(71)

算法实现题 3-4	多重幂计数问题(习题 3-6)	(72)
算法实现题 3-5	编辑距离问题(习题 3-8)	(72)
算法实现题 3-6	石子合并问题(习题 3-9)	(73)
算法实现题 3-7	数字三角形问题(习题 3-10)	(75)
算法实现题 3-8	乘法表问题(习题 3-13)	(76)
算法实现题 3-9	租用游艇问题(习题 3-15)	(77)
算法实现题 3-10	汽车加油行驶问题(习题 3-16)	(78)
算法实现题 3-11	最小 m 段和问题	(79)
算法实现题 3-12	圈乘运算问题(习题 3-18)	(80)
算法实现题 3-13	最大长方体问题(习题 3-21)	(85)
算法实现题 3-14	正则表达式匹配问题(习题 3-22)	(86)
算法实现题 3-15	双调旅行售货员问题(习题 3-23)	(90)
算法实现题 3-16	最大 k 乘积问题(习题 5-28)	(92)
算法实现题 3-17	最少费用购物问题(习题 3-20)	(94)
算法实现题 3-18	收集样本问题	(96)
算法实现题 3-19	最优时间表问题	(98)
算法实现题 3-20	字符串比较问题	(98)
算法实现题 3-21	有向树 k 中值问题	(100)
算法实现题 3-22	有向树独立 k 中值问题	(104)
算法实现题 3-23	有向直线 m 中值问题	(108)
算法实现题 3-24	有向直线 2 中值问题	(111)
算法实现题 3-25	树的最大连通分支问题	(114)
算法实现题 3-26	直线 k 中值问题	(116)
算法实现题 3-27	直线 k 覆盖问题	(121)
算法实现题 3-28	m 处理器问题	(125)
算法实现题 3-29	红黑树的红色内结点问题	(127)
第 4 章 贪心算法		(136)
习题 4-2	活动安排问题的贪心选择	(136)
习题 4-3	背包问题的贪心选择性质	(136)
习题 4-4	特殊的 0-1 背包问题	(136)
习题 4-10	程序最优存储问题	(136)
习题 4-13	最优装载问题的贪心算法	(137)
习题 4-18	Fibonacci 序列的哈夫曼编码	(137)
习题 4-19	最优前缀码的编码序列	(137)
习题 4-21	任务集独立性问题	(137)
习题 4-22	矩阵拟阵	(137)
习题 4-23	最小权最大独立子集拟阵	(138)
习题 4-27	整数边权 Prim 算法	(138)
习题 4-28	最大权最小生成树	(138)
习题 4-29	最短路径的负边权	(138)

习题 4-30 整数边权 Dijkstra 算法	(138)
算法实现题 4-1 会场安排问题(习题 4-1)	(138)
算法实现题 4-2 最优合并问题(习题 4-5)	(139)
算法实现题 4-3 磁带最优存储问题(习题 4-6)	(140)
算法实现题 4-4 磁盘文件最优存储问题(习题 4-7)	(141)
算法实现题 4-5 程序存储问题(习题 4-8)	(142)
算法实现题 4-6 最优服务次序问题(习题 4-11)	(143)
算法实现题 4-7 多处最优服务次序问题(习题 4-12)	(143)
算法实现题 4-8 d 森林问题(习题 4-14)	(144)
算法实现题 4-9 汽车加油问题(习题 4-16)	(146)
算法实现题 4-10 区间覆盖问题(习题 4-17)	(147)
算法实现题 4-11 硬币找钱问题(习题 4-24)	(148)
算法实现题 4-12 删数问题(习题 4-25)	(148)
算法实现题 4-13 数列极差问题(习题 4-26)	(149)
算法实现题 4-14 嵌套箱问题(习题 4-31)	(149)
算法实现题 4-15 套汇问题(习题 4-32)	(150)
算法实现题 4-16 信号增强装置问题(习题 5-20)	(152)
算法实现题 4-17 磁带最大利用率问题(习题 4-9)	(153)
算法实现题 4-18 非单位时间任务安排问题(习题 4-15)	(154)
算法实现题 4-19 多元 Huffman 编码问题(习题 4-20)	(156)
算法实现题 4-20 多元 Huffman 编码变形	(157)
算法实现题 4-21 区间相交问题	(159)
算法实现题 4-22 任务时间表问题	(159)
算法实现题 4-23 最优分解问题	(160)
算法实现题 4-24 可重复最优分解问题	(161)
算法实现题 4-25 可重复最优组合分解问题	(161)
算法实现题 4-26 旅行规划问题	(163)
算法实现题 4-27 登山机器人问题	(163)
第 5 章 回溯法	(165)
习题 5-1 装载问题改进回溯法 1	(165)
习题 5-2 装载问题改进回溯法 2	(166)
习题 5-4 0-1 背包问题的最优解	(166)
习题 5-5 最大团问题的迭代回溯法	(168)
习题 5-7 旅行售货员问题的费用上界	(169)
习题 5-8 旅行售货员问题的上界函数	(171)
算法实现题 5-1 子集和问题(习题 5-3)	(171)
算法实现题 5-2 最小长度电路板排列问题(习题 5-9)	(173)
算法实现题 5-3 最小重量机器设计问题(习题 5-10)	(175)
算法实现题 5-4 运动员最佳配对问题(习题 5-14)	(176)
算法实现题 5-5 无分隔符字典问题(习题 5-15)	(178)

算法实现题 5-6	无和集问题(习题 5-16)	(180)
算法实现题 5-7	n 色方柱问题(习题 5-17)	(181)
算法实现题 5-8	整数变换问题(习题 5-18)	(186)
算法实现题 5-9	拉丁矩阵问题	(187)
算法实现题 5-10	排列宝石问题(习题 5-19)	(188)
算法实现题 5-11	重复拉丁矩阵问题(习题 5-19)	(190)
算法实现题 5-12	罗密欧与朱丽叶的迷宫问题(习题 5-21)	(192)
算法实现题 5-13	工作分配问题(习题 5-22)	(195)
算法实现题 5-14	独立钻石跳棋问题(习题 5-23)	(196)
算法实现题 5-15	智力拼图问题(习题 5-24)	(202)
算法实现题 5-16	布线问题(习题 5-25)	(208)
算法实现题 5-17	最佳调度问题(习题 5-26)	(209)
算法实现题 5-18	无优先级运算问题(习题 5-27)	(210)
算法实现题 5-19	世界名画陈列馆问题(习题 5-29)	(212)
算法实现题 5-20	世界名画陈列馆问题(不重复监视)(习题 5-30)	(216)
算法实现题 5-21	$2 \times 2 \times 2$ 魔方问题	(218)
算法实现题 5-22	魔方(Rubik's Cube)问题(习题 5-31)	(234)
算法实现题 5-23	算 24 点问题	(250)
算法实现题 5-24	算 m 点问题	(252)
算法实现题 5-25	双轨车皮编序问题	(255)
算法实现题 5-26	多轨车皮编序问题	(259)
算法实现题 5-27	部落卫队问题(习题 5-6)	(262)
算法实现题 5-28	虫蚀算式问题	(263)
算法实现题 5-29	完备环序列问题	(267)
算法实现题 5-30	离散 0-1 串问题	(269)
算法实现题 5-31	喷漆机器人问题	(270)
算法实现题 5-32	子集树问题(习题 5-11)	(273)
算法实现题 5-33	0-1 背包问题(习题 5-11)	(274)
算法实现题 5-34	排列树问题(习题 5-12)	(276)
算法实现题 5-35	一般解空间搜索问题(习题 5-13)	(278)
算法实现题 5-36	最短加法链问题	(280)
算法实现题 5-37	n^2-1 谜问题	(286)

第 6 章 分支限界法 (292)

习题 6-1	0-1 背包问题的栈式分支限界法	(292)
习题 6-2	释放结点空间的队列式分支限界法	(294)
习题 6-3	及时删除不用的结点	(295)
习题 6-4	用最大堆存储活结点的优先队列式分支限界法	(297)
习题 6-5	释放结点空间的优先队列式分支限界法	(300)
习题 6-6	团顶点数的上界	(303)
习题 6-7	团顶点数改进的上界	(303)

习题 6-8	修改解旅行售货员问题的分支限界法	(303)
习题 6-9	解旅行售货员问题的分支限界法中保存已产生的排列树	(306)
习题 6-10	电路板排列问题的队列式分支限界法	(308)
算法实现题 6-1	最小长度电路板排列问题(习题 6-11)	(310)
算法实现题 6-2	最小长度电路板排列问题(习题 6-12)	(313)
算法实现题 6-3	最小权顶点覆盖问题(习题 6-13)	(316)
算法实现题 6-4	无向图的最大割问题(习题 6-14)	(319)
算法实现题 6-5	最小重量机器设计问题(习题 6-15)	(322)
算法实现题 6-6	运动员最佳配对问题(习题 6-16)	(325)
算法实现题 6-7	n 皇后问题(习题 6-18)	(327)
算法实现题 6-8	圆排列问题(习题 6-19)	(330)
算法实现题 6-9	布线问题(习题 6-20)	(333)
算法实现题 6-10	最佳调度问题(习题 6-21)	(335)
算法实现题 6-11	无优先级运算问题(习题 6-22)	(338)
算法实现题 6-12	世界名画陈列馆问题(习题 6-24)	(341)
算法实现题 6-13	子集空间树问题(习题 6-25)	(344)
算法实现题 6-14	排列空间树问题(习题 6-26)	(347)
算法实现题 6-15	一般解空间的队列式分支限界法(习题 6-27)	(352)
算法实现题 6-16	子集空间树问题(习题 6-28)	(357)
算法实现题 6-17	排列空间树问题(习题 6-29)	(362)
算法实现题 6-18	一般解空间的优先队列式分支限界法(习题 6-30)	(368)
算法实现题 6-19	骑士征途问题	(373)
算法实现题 6-20	推箱子问题	(374)
算法实现题 6-21	图形变换问题	(379)
算法实现题 6-22	行列变换问题	(381)
算法实现题 6-23	重排 n^2 宫问题	(386)
算法实现题 6-24	最长距离问题	(394)

第 7 章 概率算法 (399)

习题 7-1	模拟正态分布随机变量	(399)
习题 7-2	随机抽样算法	(400)
习题 7-3	随机产生 m 个整数	(400)
习题 7-4	集合大小的概率算法	(401)
习题 7-5	生日问题	(402)
习题 7-6	易验证问题的拉斯维加斯算法	(402)
习题 7-7	用数组模拟有序链表	(403)
习题 7-8	$O(n^2)$ 舍伍德型排序算法	(403)
习题 7-9	n 后问题解的存在性	(403)
习题 7-11	整数因子分解算法	(405)
习题 7-12	非蒙特卡罗算法的例子	(405)
习题 7-13	重复 3 次的蒙特卡罗算法	(406)

习题 7-14 集合随机元素算法	(407)
习题 7-15 由蒙特卡罗算法构造拉斯维加斯算法	(408)
习题 7-16 产生素数算法	(408)
习题 7-19 矩阵方程问题	(409)
算法实现题 7-1 模平方根问题(习题 7-10)	(410)
算法实现题 7-2 素数测试问题(习题 7-17)	(412)
算法实现题 7-3 集合相等问题(习题 7-18)	(412)
算法实现题 7-4 逆矩阵问题(习题 7-20)	(413)
算法实现题 7-5 多项式乘积问题(习题 7-21)	(414)
算法实现题 7-6 皇后控制问题	(414)
算法实现题 7-7 3-SAT 问题	(418)
算法实现题 7-8 战车问题	(419)
算法实现题 7-9 圆排列问题	(421)
算法实现题 7-10 骑士控制问题	(422)
算法实现题 7-11 骑士对攻问题	(423)
第 8 章 线性规划与网络流	(425)
习题 8-1 线性规划可行区域无界的例子	(425)
习题 8-2 单源最短路与线性规划	(425)
习题 8-3 网络最大流与线性规划	(426)
习题 8-4 最小费用流与线性规划	(426)
习题 8-5 运输计划问题	(427)
习题 8-6 单纯形算法	(427)
习题 8-7 边连通度问题	(428)
习题 8-8 有向无环网络的最大流	(428)
习题 8-9 无向网络的最大流	(429)
习题 8-12 最大流更新算法	(429)
习题 8-16 混合图欧拉回路问题	(429)
习题 8-22 单源最短路与最小费用流	(430)
习题 8-23 中国邮路问题	(430)
算法实现题 8-1 飞行员配对方案问题(习题 8-10)	(430)
算法实现题 8-2 太空飞行计划问题(习题 8-11)	(432)
算法实现题 8-3 最小路径覆盖问题(习题 8-13)	(433)
算法实现题 8-4 魔术球问题(习题 8-14)	(434)
算法实现题 8-5 圆桌问题(习题 8-15)	(435)
算法实现题 8-6 最长递增子序列问题(习题 8-17)	(436)
算法实现题 8-7 试题库问题(习题 8-18)	(438)
算法实现题 8-8 机器人路径规划问题(习题 8-19)	(440)
算法实现题 8-9 方格取数问题(习题 8-20)	(443)
算法实现题 8-10 餐巾计划问题(习题 8-21)	(447)
算法实现题 8-11 航空路线问题(习题 8-24)	(448)

算法实现题 8-12	软件补丁问题(习题 8-25).....	(449)
算法实现题 8-13	星际转移问题(习题 8-26).....	(451)
算法实现题 8-14	孤岛营救问题(习题 8-27).....	(452)
算法实现题 8-15	汽车加油行驶问题(习题 8-28)	(453)
算法实现题 8-16	数字梯形问题	(457)
算法实现题 8-17	运输问题	(462)
算法实现题 8-18	分配工作问题	(464)
算法实现题 8-19	负载均衡问题	(466)
算法实现题 8-20	深海机器人问题	(467)
算法实现题 8-21	最长 k 可重区间集问题.....	(471)
算法实现题 8-22	最长 k 可重线段集问题.....	(474)
算法实现题 8-23	火星探险问题	(478)
算法实现题 8-24	骑士共存问题	(479)
第 9 章 NP 完全性理论与近似算法		(485)
习题 9-1	RAM 和 RASP 程序	(485)
习题 9-2	RAM 和 RASP 程序的复杂性	(485)
习题 9-3	计算 n^n 的 RAM 程序	(485)
习题 9-4	平面图着色问题的绝对近似算法	(485)
习题 9-5	最优程序存储问题	(486)
习题 9-6	树的最优顶点覆盖	(487)
习题 9-7	顶点覆盖算法的性能比	(488)
习题 9-8	团的常数性能比近似算法	(488)
习题 9-10	旅行售货员问题的常数性能比近似算法	(489)
习题 9-11	瓶颈旅行售货员问题	(489)
习题 9-12	最优旅行售货员回路不自相交.....	(490)
习题 9-14	集合覆盖问题的实例	(490)
习题 9-16	多机调度问题的近似算法	(491)
习题 9-17	LPT 算法的最坏情况实例	(493)
习题 9-18	多机调度问题的多项式时间近似算法	(493)
算法实现题 9-1	旅行售货员问题的近似算法(习题 9-9)	(494)
算法实现题 9-2	可满足问题的近似算法(习题 9-19).....	(496)
算法实现题 9-3	最大可满足问题的近似算法(习题 9-20)	(497)
算法实现题 9-4	子集和问题的近似算法(习题 9-15).....	(499)
算法实现题 9-5	子集和问题的完全多项式时间近似算法	(500)
算法实现题 9-6	2-SAT 问题的线性时间算法	(501)
算法实现题 9-7	实现算法 greedySetCover(习题 9-13)	(504)
参考文献		(508)

第1章 算法概述

习题 1-1 函数的渐近表达式

求下列函数的渐近表达式:

$3n^2 + 10n$; $n^2/10 + 2^n$; $21 + 1/n$; $\log n^3$; $10\log 3^n$ 。

分析与解答:

$3n^2 + 10n = O(n^2)$;

$n^2/10 + 2^n = O(2^n)$;

$21 + 1/n = O(1)$;

$\log n^3 = O(\log n)$;

$10\log 3^n = O(n)$ 。

习题 1-2 $O(1)$ 和 $O(2)$ 的区别

试论 $O(1)$ 和 $O(2)$ 的区别。

分析与解答:

根据符号 O 的定义易知 $O(1) = O(2)$ 。用 $O(1)$ 或 $O(2)$ 表示同一个函数时,差别仅在于其中的常数因子。

习题 1-4 按渐近阶排列表达式

按照渐近阶从低到高的顺序排列以下表达式: $4n^2$, $\log n$, 3^n , $20n$, $2 \cdot n^{2/3}$ 。又 $n!$ 应该排在哪一位?

分析与解答:

按渐近阶从低到高,函数排列顺序如下: 2 , $\log n$, $n^{2/3}$, $20n$, $4n^2$, 3^n , $n!$ 。

习题 1-5 算法效率

(1) 假设某算法在输入规模为 n 时的计算时间为 $T(n) = 3 \times 2^n$ 。在某台计算机上实现并完成该算法的时间为 t 秒。现有另一台计算机,其运行速度为第一台的64倍,那么在这台新机器上用同一算法在 t 秒内能解输入规模为多大的问题?

(2) 若上述算法的计算时间改进为 $T(n) = n^2$,其余条件不变,则在新机器上用 t 秒时间能解输入规模为多大的问题?

(3) 若上述算法的计算时间进一步改进为 $T(n) = 8$,其余条件不变,那么在新机器上用 t 秒时间能解输入规模为多大的问题?

分析与解答:

(1) 设新机器用同一算法在 t 秒内能解输入规模为 n_1 的问题。因此有: $t = 3 \times 2^n = 3 \times 2^{n_1} / 64$,解得 $n_1 = n + 6$ 。

(2) $n_1^2 = 64n^2 \Rightarrow n_1 = 8n$ 。

(3) 由于 $T(n) = \text{常数}$,因此算法可解任意规模的问题。

习题 1-6 硬件效率

硬件厂商 XYZ 公司宣称他们最新研制的微处理器运行速度为其竞争对手 ABC 公司同类产品的 100 倍。对于计算复杂性分别为 n, n^2, n^3 和 $n!$ 的各算法, 若用 ABC 公司的计算机在 1 小时内能解输入规模为 n 的问题, 那么用 XYZ 公司的计算机在 1 小时内分别能解输入规模为多大的问题?

分析与解答:

$$n' = 100n$$

$$n'^2 = 100n^2 \Rightarrow n' = 10n$$

$$n'^3 = 100n^3 \Rightarrow n' = \sqrt[3]{100}n = 4.64n$$

$$n'! = 100n! \Rightarrow n' < n + \log 100 = n + 6.64$$

习题 1-7 函数渐近阶

对于下列各组函数 $f(n)$ 和 $g(n)$, 确定 $f(n) = O(g(n))$ 或 $f(n) = \Omega(g(n))$ 或 $f(n) = \theta(g(n))$, 并简述理由。

$$(1) f(n) = \log n^2; \quad g(n) = \log n + 5$$

$$(2) f(n) = \log n^2; \quad g(n) = \sqrt{n}$$

$$(3) f(n) = n; \quad g(n) = \log^2 n$$

$$(4) f(n) = n \log n + n; \quad g(n) = \log n$$

$$(5) f(n) = 10; \quad g(n) = \log 10$$

$$(6) f(n) = \log^2 n; \quad g(n) = \log n$$

$$(7) f(n) = 2^n; \quad g(n) = 100n^2$$

$$(8) f(n) = 2^n; \quad g(n) = 3^n$$

分析与解答:

$$(1) \log n^2 = \theta(\log n + 5)$$

$$(2) \log n^2 = O(\sqrt{n})$$

$$(3) n = \Omega(\log^2 n)$$

$$(4) n \log n + n = \Omega(\log n)$$

$$(5) 10 = \theta(\log 10)$$

$$(6) \log^2 n = \Omega(\log n)$$

$$(7) 2^n = \Omega(100n^2)$$

$$(8) 2^n = O(3^n)$$

习题 1-8 $n!$ 的阶

证明: $n! = o(n^n)$ 。

分析与解答:

Stirling's approximation:

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left[1 + \theta\left(\frac{1}{n}\right)\right]$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n! / n^n = \frac{\sqrt{2\pi n} \left[1 + \theta\left(\frac{1}{n}\right) \right]}{e^n} = 0$$

习题 1-9 $3n+1$ 问题

下面的算法段用于确定 n 的初始值。试分析该算法段所需计算时间的上界和下界。

```
while(n>1)
    if (odd(n))
        n = 3*n+1;
    else
        n=n/2;
```

分析与解答:

该算法表述的是著名的 $3n+1$ 问题。在最坏情况下, 该算法的计算时间下界显然为 $\Omega(\log n)$ 。

算法的计算时间上界至今未知。算法是否在有限时间内结束, 至今还是一个悬而未决的问题。日本学者米田信夫曾对 10^{13} 内的所有自然数验证上述算法均在有限步结束。人们猜测, 对所有自然数, 上述算法均在有限步结束, 但无法给出理论证明, 因此也无法分析上述算法的计算时间上界。这个猜测就成为著名的 $3n+1$ 猜想, 也称为 Collatz 猜想。

习题 1-10 平均情况下的计算时间复杂性

证明: 如果一个算法在平均情况下的计算时间复杂性为 $\theta(f(n))$, 则该算法在最坏情况下所需的计算时间为 $\Omega(f(n))$ 。

分析与解答:

$$\begin{aligned} T_{\text{avg}}(N) &= \sum_{I \in D_N} P(I) T(N, I) \\ &\leq \sum_{I \in D_N} P(I) \max_{I' \in D_N} T(N, I') \\ &= T(N, I^*) \sum_{I \in D_N} P(I) \\ &= T(N, I^*) \\ &= T_{\text{max}}(N) \end{aligned}$$

因此, $T_{\text{max}}(N) = \Omega(T_{\text{avg}}(N)) = \Omega(\theta(f(n))) = \Omega(f(n))$ 。

算法实现题 1-1 统计数字问题

★问题描述:

一本书的页码从自然数 1 开始顺序编码直到自然数 n 。书的页码按照通常的习惯编排, 每个页码都不含多余的前导数字 0。例如, 第 6 页用数字 6 表示, 而不是 06 或 006 等。数字计数问题要求对给定书的总页码 n , 计算出书的全部页码中分别用到多少次数字 0, 1, 2, ..., 9。

★编程任务:

给定表示书的总页码的十进制整数 n ($1 \leq n \leq 10^9$)。编程计算书的全部页码中分别用到

多少次数字 0,1,2,...,9。

★数据输入:

输入数据由文件名为 input.txt 的文本文件提供。每个文件只有 1 行,给出表示书的总页码的整数 n 。

★结果输出:

程序运行结束时,将计算结果输出到文件 output.txt 中。输出文件共有 10 行,在第 k 行输出页码中用到数字 $k-1$ 的次数, $k=1,2,\dots,10$ 。

输入文件示例	输出文件示例
input.txt	output.txt
11	1
	4
	1
	1
	1
	1
	1
	1
	1
	1

分析与解答:

考察由 0,1,2,...,9 组成的所有 n 位数。从 n 个 0 到 n 个 9 共有 10^n 个 n 位数。在这 10^n 个 n 位数中,0,1,2,...,9 每个数字使用次数相同,设为 $f(n)$ 。 $f(n)$ 满足如下递归式:

$$f(n)=\begin{cases} 10f(n-1)+10^{n-1} & n>1 \\ 1 & n=1 \end{cases}$$

由此可知, $f(n)=n10^{n-1}$ 。

据此,可从高位向低位进行统计,再减去多余的 0 的个数即可。

算法实现题 1-2 字典序问题

★问题描述:

在数据加密和数据压缩中常需要对特殊的字符串进行编码。给定的字母表 A 由 26 个小写英文字母组成 $A=\{a,b,\dots,z\}$ 。该字母表产生的升序字符串是指字符串中字母从左到右出现的次序与字母在字母表中出现的次序相同,且每个字符最多出现 1 次。例如, a,b,ab,bc,xyz 等字符串都是升序字符串。现在对字母表 A 产生的所有长度不超过 6 的升序字符串按照字典序排列并编码如下。

1	2	...	26	27	28	...
a	b	...	z	ab	ac	...

对于任意长度不超过 6 的升序字符串,迅速计算出它在上述字典中的编码。

★编程任务:

对于给定的长度不超过 6 的升序字符串,编程计算出它在上述字典中的编码。

★数据输入: