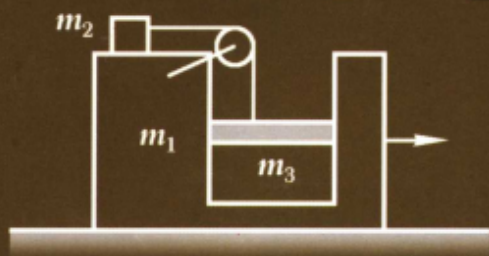


奥林匹克竞赛集粹

高中物理



编著 高爱英 郭亚芳 姚爱玲 杜先智



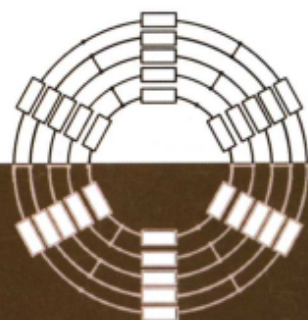
名师精编

精选国内外最新赛题
给出最妙解法与点评

金盾出版社

AOLINPIKE JINGSAI JICUI GAOZHONG WULI

责任编辑：杨世福 封面设计：赵小云



ISBN 7-5082-3815-X



9 787508 238159 >



ISBN 7-5082-3815-X

G · 1616 定价：29.50 元

奥林匹克竞赛集粹

高中物理

编著 高爱英 郭亚芳
姚爱玲 杜先智

金盾出版社

内 容 提 要

本书包括以下十个专题:力的平衡,运动学与动力学,动量与能量,振动与波,热学基础,电场与磁场,电流与电路,电磁感应,光学,近代物理及其他。本书所选题目为1998~2003年国际、国内高中物理竞赛中富有思考性、趣味性的试题,每题均有简明解答和点评。每个专题有“赛点分析”,指出竞赛题的常见类型、解题常用方法和所需着重复习的物理知识。本书供中学师生使用。

图书在版编目(CIP)数据

奥林匹克竞赛集粹·高中物理/高爱英等编著. —北京:金盾出版社,2005.12
ISBN 7-5082-3815-X

I. 奥… II. 高… III. 物理课—高中—解题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 109587 号

金盾出版社出版、总发行

北京太平路 5 号(地铁万寿路站往南)

邮政编码:100036 电话:68214039 83219215

传真:68276683 电挂:0234

封面印刷:北京精彩雅恒印刷有限公司

正文印刷:北京金盾印刷厂

各地新华书店经销

开本:787×1092 1/16 印张:24.75 字数:783 千字

2005 年 12 月第 1 版第 1 次印刷

印数:1—8000 册 定价:29.50 元

(凡购买金盾出版社的图书,如有缺页、
倒页、脱页者,本社发行部负责调换)

前 言

近些年来,全国及部分省市举办了不同层次的高中物理竞赛,竞赛的宗旨是激发学生学习物理的兴趣,拓展学生的知识视野,培养学生的科学思维方法和分析解决问题的能力,努力为提高中学物理教学质量服务。

为了给广大中学生和中学物理教师适时提供最新中学物理竞赛的信息,我们精心编写了本书。与近年来国内其他类似出版物相比,我们在以下几个方面作出了努力。

1. 对近五年来国际物理奥林匹克竞赛试题和全国及部分省市高中物理竞赛试题作了全面而认真的筛选,选题突出物理知识的应用,注重理论联系实际,使试题更加贴近生活、生产和科研的实践。强调对学生应用能力和创造精神的培养,力求为中学物理教学起到良好的导向作用。注意使考题既不脱离中学教学实际,而又略高于现行的教学要求,为那些学有余力的学生提供较大的发展空间。

2. 打破试题的固定模式,将精选后的试题归纳为 10 个专题。这样做的好处是:便于学生系统地掌握各个专题的知识,了解命题的走向;有利于学生在分析、比较中深化和提高对相关知识的理解;便于中学物理教师对参加竞赛的学生进行指导。

3. 对各类试题,包括选择题、填空题、计算题等,均给出参考解答。在试题的解答中注重思路的分析,力求简明扼要,以起到画龙点睛的作用。

4. 对各个专题试题的编排,贯彻了由易到难的原则。学生可根据自己学习的阶段性,从容易掌握的问题入手,逐步深化。这样有利于培养学生学习物理的积极性,有利于培养学生科学的学习方法和智力的开发。

我们的目标是为对物理有浓厚学习兴趣的学生提供一个拓展的新天地,为这些学生和中学物理教师提供一本有特色的、确有实际应用价值的物理竞赛参考书。希望我们的努力能获得成功!如果本书仍有不足之处的话,我们会在今后不断的努力中,去求得完善和提高。

作者

2005 年 9 月

• 1 •

目 录

一、力的平衡	(1)
赛点分析	(1)
赛题解析与点评	(2)
二、运动学与动力学	(31)
赛点分析	(31)
赛题解析与点评	(32)
三、动量与能量	(68)
赛点分析	(68)
赛题解析与点评	(69)
四、振动与波	(113)
赛点分析	(113)
赛题解析与点评	(114)
五、热学基础	(142)
赛点分析	(142)
赛题解析与点评	(143)
六、电场与磁场	(187)
赛点分析	(187)
赛题解析与点评	(188)
七、电流与电路	(236)
赛点分析	(236)
赛题解析与点评	(237)
八、电磁感应	(284)
赛点分析	(284)
赛题解析与点评	(285)
九、光学	(308)
赛点分析	(308)
赛题解析与点评	(309)
十、近代物理及其他	(352)
赛点分析	(352)
赛题解析与点评	(353)

一、力的平衡

赛点分析

力的概念和物体的平衡是力学中最基本也是最重要的概念之一,多年来国内外的物理奥林匹克竞赛都把这部分知识作为重点考查内容,近5年来的竞赛也不例外.常涉及的问题有:

1. 摩擦力

力是物体间的相互作用,力总是与物体的运动联系在一起的,这在下一部分将会经常出现;而摩擦力也是竞赛的热点之一.

关于摩擦力的考查,有时会单独出现,有时会与其他问题一起出现,有时甚至会考查二维或三维情况下的摩擦力,特点是关于静摩擦力的考查多于动摩擦力的考查.

讨论摩擦力时,除了必须注意摩擦力的性质外(动摩擦还是静摩擦),还必须特别注意摩擦力的作用点及其方向.

2. 物体的平衡

物体的平衡问题历来是奥赛的热点之一.竞赛中常涉及的内容不仅有共点力作用下物体平衡问题,还有不同条件下的物体平衡问题.讨论物体的平衡问题时应当注意:

(1) 正确选择研究对象

平衡问题常涉及不同的物体,简单的问题只有一个要研究的物体,而复杂的问题往往要涉及几个不同的物体,所以正确选择研究对象就显得格外重要.因为确定了研究对象,才能进一步确定研究的方法——是采用整体法,还是采用隔离法;前者可以避免物体间相互作用力的讨论,使问题简化;但如果问题涉及物体间的相互作用时,则必须采用隔离法.

(2) 明确力的性质

竞赛中涉及的力往往是综合性的,不仅有重力、弹力、摩擦力,还会有电场力、磁场力等,甚至还包括核力等.例如,运动电荷处在电场和磁场并存的空间时,不仅存在着电荷本身的重力,电荷还将受到电场力和磁场力的作用;在讨论气体、液体的有关问题时,还要考虑它们所受到的压力.明确了这些力的性质,才能确定它们的方向,这是对物体作受力分析的前奏.

(3) 合理地进行受力分析

正确的受力分析是讨论物体平衡问题的关键.受力分析不正确,将导致错误的结果.

受力分析首先要建立合适的坐标系,其原则是要让较多的力落在坐标轴上,这样有利于问题的简化.分析力时,顺序是先重力,后弹力,最后分析摩擦力;有电场时,按电场方向来确定电荷的受力方向(当然要考虑电荷的符号);有磁场时,按磁场方向来确定运动电荷所受磁场力的方向(同样电荷要分清正负).讨论摩擦力时,要清楚物体间相对运动的方向或相对运动的趋势.

在建立了坐标系后,有时要对力作必要的合成与分解,目的是为了问题简化.力的合成就是用—个力来等效替代几个力的作用;力的分解就是使各个力转化在两个坐标轴的方向上,从而有利于问题的解决.

(4) 列方程求解



竞赛中有些问题并不涉及转动问题,这时可按照共点力的平衡条件,根据物体所受合外力为零来列方程.对于有固定转动轴的物体,可根据力矩平衡条件,按照物体所受合外力矩为零来列出方程.

对于转动问题,正确选择转动轴至关重要,转动轴选择是否合适将直接影响到解题的难易,甚至会影响能否正确解题.其原则是选多个未知力通过的点作为转动轴,使这些力的力矩都为0,这样可使解题过程简化.

3. 与生产、生活、科技实践相结合

近些年来,特别是近5年来,国内外的物理竞赛题多有与生产、生活和科研实践相结合的考题,而且有越来越多、越来越复杂的趋势.例如,国内竞赛常涉及对各类机械部件的受力和平衡问题,国际竞赛中常涉及天体运动和科学研究中的受力问题,对于这类平衡问题虽有较大的难度,但可以在深入理解题意的基础上,通过抽象和概括,充分发挥空间想像力和推理能力,来建立合理的物理模型.

赛题解析与点评

1-01 [2002年第19届全国中学生物理竞赛预赛试题]

2002年3月我国北方部分地区遭遇了近10年来最严重的沙尘暴天气.现把沙尘上扬后的情况简化为如下情景: v 为竖直向上的风速,沙尘颗粒被扬起后悬浮在空中(不动).这时风对沙尘的作用力相当于空气不动而沙尘以速度 v 竖直向下运动时所受的阻力.此阻力可用下式表达:

$$f = a\rho A v^2,$$

式中, a 为一系数, A 为沙尘颗粒的截面积, ρ 为空气密度.

1. 若沙粒的密度 $\rho_s = 2.8 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,沙尘颗粒为球形,半径 $r = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}$,地球表面处空气密度 $\rho_0 = 1.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $a = 0.45$,试估算在地面附近,上述 v 的最小值 v_1 .

2. 假定空气密度 ρ 随高度 h 的变化关系为 $\rho = \rho_0(1 - ch)$,其中 ρ_0 为 $h = 0$ 处的空气密度, c 为一常量, $c = 1.18 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$,试估算当 $v = 9.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时扬沙的最大高度.(不考虑重力加速度随高度的变化)

【解析】1. 在地面附近,沙尘扬起要能悬浮在空中,则空气阻力至少应与重力平衡,即

$$a\rho_0 A v_1^2 = mg, \quad (1)$$

式中, m 为沙尘颗粒的质量,而

$$A = \pi r^2, \quad (2)$$

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s, \quad (3)$$

得

$$v_1 = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_s g r}{a \rho_0}}. \quad (4)$$

代入数据得

$$v_1 = 4.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (5)$$

2. 用 ρ_h 、 h 分别表示 $v = 9.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时扬沙到达的最高处的空气密度和高度,则有

$$\rho_h = \rho_0(1 - ch). \quad (6)$$

此时①式应为

$$a\rho_h A v^2 = mg. \quad (7)$$

由②、③、⑥、⑦式可解得

$$h = \frac{1}{c} \left(1 - \frac{4r\rho_s g}{3av^2 \rho_0} \right). \quad (8)$$

代入数据得



$$h = 6.8 \times 10^3 \text{ m}$$

⑨

【点评】 为便于讨论,题中将沙尘暴天气的情景作了简化假设,并给出了假设中的沙尘所受阻力的关系式及空气密度 ρ 随高度 h 的变化关系.有了这些公式,根据力的平衡原理,不难求得竖直向上的风速及扬沙的最大高度.

1-02 [1997 年第 14 届全国中学生物理竞赛预赛试题]

三个质量相同的物块 A、B、C,用两个轻弹簧和一根轻线相连,挂在天花板上,处于平衡状态,如图 1-1 所示.现将 A、B 之间的轻线剪断,在刚剪断后的瞬间,三个物块的加速度分别是(设加速度的方向以竖直向下为正):

A 的加速度是_____;

B 的加速度是_____;

C 的加速度是_____.

【解析】 $-2g; 2g; 0$.

【点评】 题虽不难,但易出错.可先对三个物体作受力分析,再列出方程求解.注意所求的是三个物体“在刚剪断后的瞬间”的加速度,并已规定加速度竖直向下为正方向.

用隔离法分析如下:

物体 A:

$$mg - 3mg = ma_A,$$

$$a_A = -2g.$$

物体 B:在剪断瞬间, $T=0$, 则

$$mg + mg = ma_B,$$

$$a_B = +2g.$$

物体 C:

$$mg - mg = ma_C,$$

$$a_C = 0.$$

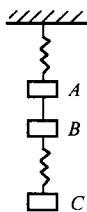


图 1-1

1-03 [1998 年第 15 届全国中学生物理竞赛预赛试题]

一个质量为 m 、管口截面积为 S 的薄壁长玻璃管内灌满密度为 ρ 的水银,现把它竖直倒插在水银槽中,再慢慢向上提起,直到玻璃管口刚刚与槽中的水银面接触.这时,玻璃管内水银的高度为 h .现将管的封闭端接在天平的一个盘的挂钩上,而在天平另一个盘中放砝码,如图 1-2 所示.要使天平平衡,则所加砝码的质量等于_____.

【解析】 $m + \rho h S$.

【点评】 根据天平的平衡原理, $F_{\text{左}} = F_{\text{右}}$; 而这时 $F_{\text{左}}$ 应当考虑高度为 h 的水银柱的质量.

1-04 [上海市中学生物理竞赛试题]

如图 1-3 所示,光滑斜面的底端 a 与一块质量均匀、水平放置的光滑平板相接,平板长为 $2L$, $L=1\text{m}$,其中心 C 固定在高为 R 的竖直支架上, $R=1\text{m}$,支架的下端与垂直于纸面的固定转轴 O 连接,因此平板可绕转轴 O 沿顺时针方向翻转,问:

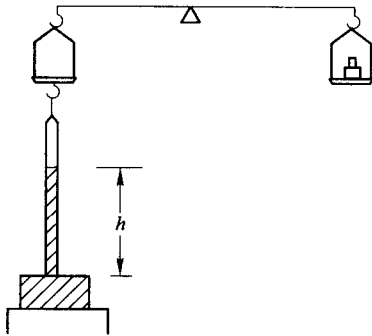


图 1-2

1. 在斜面上离平板高度为 h_0 处放置一滑块 A,使其由静止滑下,滑块与平板间动摩擦因数 $\mu=0.2$,为使平板不翻转, h_0 最大为多少?

2. 如果斜面上的滑块离平板的高度为 $h_1=0.45\text{m}$,并在 h_1 处先后由静止释放两块质量相同的滑块 A、B,时间间隔为 $\Delta t=0.2\text{s}$,则 B 滑块滑上平板后多少时间,平板恰好翻转.(重力加速度 g 取 10m/s^2)



【解析】 本题的关键在于找到滑块使平板翻转的临界位置,该点至 a 点的距离也就是滑块能在平板上滑行的最大位移,确定该位置即可求出滑块下滑的最大高度.我们假设这一位置至 a 点距离为 s ,重要的是要列出对轴 O 的力矩平衡方程.

1. 设滑块 A 滑至底端的速度为 v_0 ,由机械能守恒定律得

$$v_0 = \sqrt{2gh_0}.$$

滑块滑上平板后,受摩擦力作用做匀减速运动,设滑块质量为 m ,其加速度大小为

$$a = \frac{f}{m} = \frac{\mu N}{m} = \mu g.$$

设滑块滑上木板时,木板刚好不发生翻转,滑块离 a 点的最大距离为 s_0 ,如图 1-4 所示.由运动学公式得

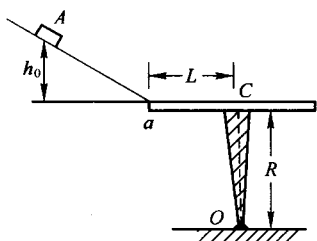


图 1-3

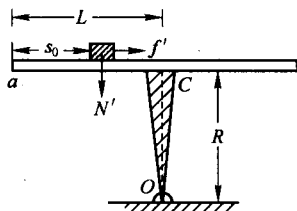


图 1-4

$$s_0 = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{2gh_0}{2\mu g} = \frac{h_0}{\mu},$$

由力矩平衡条件得

$$M_f = M_N,$$

$$\mu mgR = mg(L - s_0),$$

即

$$L - \frac{h_0}{\mu} = \mu R.$$

可得滑块在斜面上起始位置的最大高度为

$$h_0 = \mu(L - \mu R) = 0.2(1 - 0.2 \times 1)\text{m} = 0.16\text{m}.$$

2. A 、 B 两滑块从高 h_1 处滑至底端速度大小为

$$U_A = U_B = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.45}\text{m/s} = 3\text{m/s}.$$

滑上平台后两滑块作加速度大小相同的匀减速运动,其加速度为

$$a = \mu g = (0.2 \times 10)\text{m/s}^2 = 2\text{m/s}^2.$$

设木板恰好翻转时,两滑块离 a 的距离分别为 s_A 、 s_B ,如图 1-5 所示.此时滑块 B 从 a 点起已经历时间 t ,则

$$s_B = v_B t - \frac{1}{2} a t^2,$$

$$s_A = v_A(t + \Delta t) - \frac{1}{2} a(t + \Delta t)^2.$$

由于两滑块质量相同,因此对板的压力和摩擦力也相同,即

$$N'_A = N'_B = mg,$$

$$f'_A = f'_B = \mu mg.$$

由力矩平衡条件得

$$2\mu mgR = mg(L - s_A) + mg(L - s_B).$$

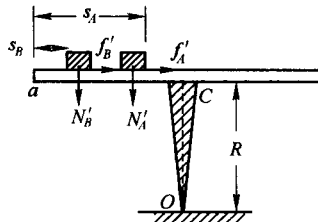


图 1-5

整理得

$$2t^2 - 5.6t + 1.04 = 0.$$

解得

$$t = 0.2\text{s}$$

【点评】 滑块滑上木板后是否会翻转取决于平衡条件是否能满足. 本题的关键是要找到木板将要翻转时的临界位置, 因为只有确定了这个临界位置(或临界点)才能确定滑块起始位置的最大高度. 显然, 这个临界位置只能出现在 AC 段; 因为过了 C 点, 滑块对木板的压力及摩擦力的力矩, 均会导致木板的翻转. 由于题中要求的是最大高度, 可见在临界位置时, 滑块的速度恰好为零.

对于第二问我们同样由力矩平衡条件, 求得木板恰好翻转的临界位置, 这时两个滑块 A 和 B 均在 O 点的左侧. 思考一下, 是否有可能在翻转时, A 和 B 分处于 O 点的两侧呢?

1-05 [1997 年第 14 届全国中学生物理竞赛预赛试题]

测定患者的血沉, 在医学上有助于医生对病情作出判断, 设血液是由红血球和血浆组成的悬浮液. 将此悬浮液放进竖直放置的血沉管内, 红血球就会在血浆中匀速下沉, 其下沉速率称为血沉. 某人的血沉 v 的值大约是 10 毫米/小时. 如果把红血球近似看作半径为 R 的小球, 且认为它在血浆中下沉时所受的粘滞阻力为 $f = 6\pi\eta Rv$. 在室温下 $\eta = 1.8 \times 10^{-3}$ 帕·秒. 已知血浆的密度 $\rho_0 \approx 1.0 \times 10^3$ 千克/米³, 红血球的密度 $\rho \approx 1.3 \times 10^3$ 千克/米³. 试由以上数据估算红血球半径的大小(结果取一位有效数字即可).

【解析】 红血球在重力、浮力和粘滞力的作用下做匀速下沉运动, 所以

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 g + 6\pi\eta Rv, \quad ①$$

取 $g \approx 10\text{m/s}^2$, 解得

$$R = \sqrt{\frac{9\eta v}{2g(\rho - \rho_0)}} = \sqrt{\frac{9 \times 1.8 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3} / 3600}{2 \times 10 \times (1.3 - 1.0) \times 10^{-3}}} \text{m} \\ = 2.73 \times 10^{-6} \text{m} \approx 3 \times 10^{-6} \text{m}.$$

【点评】 所谓“血沉”, 即假设红血球在血浆中匀速下降, 根据匀速运动的条件, 其所受合力应当为零. 注意: 粘滞力相当于一种阻力, 即流体对运动物体的阻力.

1-06 [上海市高中物理竞赛试题]

如图 1-6(a) 所示, 三根重均为 G , 长均为 a 的相同均匀木杆(其直径 $d \ll a$) 对称地靠在一起, 三木杆底端间距也为 a , 求:

1. A 杆顶端所受作用力的大小和方向;
2. 若有重为 G 的人坐在 ABC 三杆的顶端, 则 A 杆顶端所受作用力的大小和方向如何?(设杆和地面的摩擦因数 $\mu = 0.5$)
3. 如果重为 G 的人坐在 A 杆中点处, 则 A 杆顶端所受作用力的大小和方向又如何?

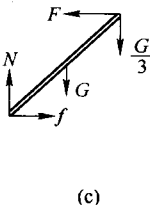
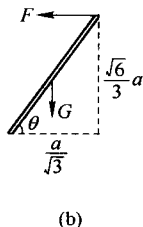
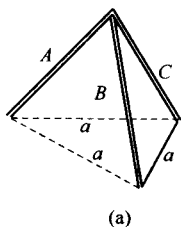


图 1-6

【解析】 1. 如图 1-6(b) 所示, A 杆: 由力矩平衡条件得



$$F\sqrt{\frac{2}{3}}a = G\frac{a}{2\sqrt{3}},$$

$$F = \frac{G}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}G.$$

(注意:杆与地面的夹角 $\theta \neq 60^\circ$)

2. 如图 1-6(c)所示,当重为 G 的人坐在顶端后,每杆受力为 $\frac{G}{3}$;由力矩平衡条件得

$$F\sqrt{\frac{2}{3}}a = \frac{G}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} + G\frac{a}{2\sqrt{3}}.$$

解得

$$F = \frac{5}{12}\sqrt{2}G.$$

(注意:此时地面对杆的最大静摩擦力 $f_m = \mu N = 0.5 \times \frac{4}{3}G = \frac{2}{3}G$, 由于 $f = F = \frac{5}{12}\sqrt{2}G < \frac{2}{3}G$, 故坐上人以后,三杆仍保持平衡.)

3. 人若坐在 A 杆中点,显然受力不再对称;A 杆要维持平衡,必须靠 B、C 二杆一起支撑,而 B、C 二杆要各自承受一半的反作用力 $\frac{F_2}{2}$,如图 1-7(a)所示.

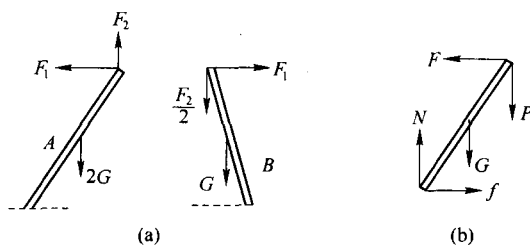


图 1-7

对 A、B 二杆:由力矩平衡条件得

$$F_1\sqrt{\frac{2}{3}}a + F_2\frac{a}{\sqrt{3}} = 2G\frac{a}{2\sqrt{3}},$$

$$F_1\sqrt{\frac{2}{3}}a - \frac{F_2}{2}\frac{a}{\sqrt{3}} = G\frac{a}{2\sqrt{3}}.$$

解以上二式得

$$F_1 = \frac{\sqrt{2}}{3}G, \quad F_2 = \frac{G}{3}.$$

则

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \frac{G}{\sqrt{3}} \text{ (方向斜向上),}$$

$$\alpha = \arctan^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

【点评】 由于三根均匀木杆对称靠在一起,这里力的分布构成了一个空间力系.但只要抓住“对称”这个关键,解题便很方便.正是由于“对称”,在(1)、(2)两种情况下,三杆顶端的作用力应当在同一水平面上,且处于对称位置,相互间的夹角为 120° ,这是“平衡”条件所决定的.当人坐在 A 杆中点时,显然对称不再,但平衡依旧,所以还是可以抓着“平衡”,来获得解题的突破.

当人坐在三杆顶端时,系统处于平衡状态,当然与地面对杆的摩擦力有关,这个摩擦力又与人的重力有关.如果无限增大顶端重物的重量,欲使系统仍保持平衡,则对地面与杆的摩擦因数有新的要求,你可以通



过图 1-7(b)对这个要求作出判断.

1-07 [上海市高中物理竞赛试题]

如图 1-8 所示,边长为 a 的均匀正方形木板,被挖去一个半径为 $\frac{a}{4}$ 的圆孔,圆孔的边缘和正方形的右边缘相切,圆心在对称轴 PQ 上,求该木板剩余部分的重心位置.

【解析】 正方形木板是个规则的均匀体,不言而喻,其重心即为其几何中心.当挖去一部分后,便成了不规则体,当然其重心不再具有原有的几何特征.但本题没有那么复杂,因为挖去的是个圆,且半径为 $\frac{a}{4}$,这样便可以考虑采用补偿法,或者叫做补全法.

如图 1-9 所示,在图中补上半径为 $\frac{a}{4}$ 的圆板,设圆板和剩余木板的重力分别为 G_1 和 G_2 ,重心分别为 O_1 和 O_2 ,单位面积的重力为 G_0 ,完整木板的重心在 C 点,距 O_2 的距离为 x ,则有

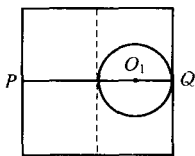


图 1-8

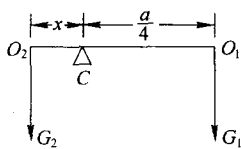


图 1-9

$$G_1 = \frac{1}{16} \pi a^2 G_0,$$

$$G_2 = \left(a^2 - \frac{1}{16} \pi a^2 \right) G_0 = \left(1 - \frac{1}{16} \pi \right) a^2 G_0,$$

由力矩平衡条件知

$$G_2 x = G_1 \frac{a}{4},$$

解得

$$x = \frac{\pi}{4(16-\pi)} a.$$

【点评】 所谓补偿法,即采取填补的方法.也可以考虑采用挖空的方法.如图 1-10 所示,在方木块的左半部对称地挖去一个半径为 $\frac{a}{4}$ 的圆,其重心在 O_3 处,设其重力为 G_3 ,剩余部分的重心仍在 C 点,设其重力为 G_4 ,显然,

$$G_3 = \frac{1}{16} \pi a^2 G_0,$$

$$G_4 = \left(a^2 - 2 \times \frac{1}{16} \pi a^2 \right) G_0 = \left(1 - \frac{\pi}{8} \right) a^2 G_0.$$

解得

$$x = \frac{\pi}{4(16-\pi)} a.$$

可见,两种方法所得的结果是一致的.

比较这两种方法,前一种叫填补法,后一种叫挖空法.方法虽不完全相同,但结果是相同的,所以也可以把它们合称为“挖补法”.

1-08 [郑州市高中物理竞赛试题]

两个半径均为 r 、重力均为 G 的光滑小球 A 和 B ,放在光滑的空心无底的圆柱形筒内,圆柱形筒的半径为 R ,且 $r < R < 2r$,如图 1-11 所示.求两个小球间的相互作用力及圆筒不会翻倒时的重力.

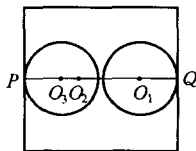


图 1-10



【解析】 A、B 二球在圆筒内处于静力平衡状态,其受力分析如图 1-12 所示.

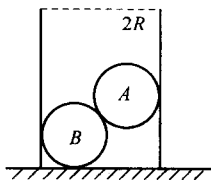


图 1-11

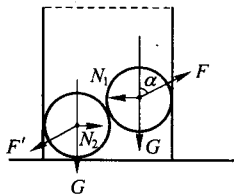


图 1-12

设二球间的相互作用力为 F , 其与竖直方向的夹角为 α , 则

$$\sin\alpha = \frac{R-r}{r},$$

$$F = \frac{G}{\cos\alpha}.$$

由以上二式解得

$$F = \frac{Gr}{\sqrt{R(2r-R)}}.$$

由受力分析知:

$$N_1 = G \cdot \tan\alpha,$$

而

$$N_1 = N_2.$$

为讨论圆筒不致翻倒的条件, 设以圆筒的右下角为转轴, 筒重为 G_m , 由力矩平衡条件得

$$N_1 d_1 = G_m R + N_2 d_2,$$

$$d_1 - d_2 = 2r \cos\alpha.$$

解得

$$G_m = 2 \left(1 - \frac{r}{R} \right) G.$$

【点评】 按照题中给出的条件, 完全可以求得二球间作用力 F 与竖直方向的夹角 α , 这是本题解题的关键, 其实最后结果并不出现角度 α , 但是可以通过它找到解题的方法. 至于圆筒是否会翻倒, 显然这是个力矩平衡问题, 你还可以考虑从重心的角度来理解和讨论这个问题, 以丰富你的想像力和理解力.

1-09 [湖北省高中物理竞赛试题]

如果把一支截面是六角形的铅笔放在与水平面成 α 角的斜面上, 垂直于铅笔母线(斜面与水平面的交线), 则铅笔静止不动. 如果把铅笔平行于母线放置, 则它将向下滚. 现将铅笔的轴与斜面母线间的夹角为 φ 放置, 如图 1-13 所示, 铅笔仍处于平衡, 试求角 φ .

【解析】 已知铅笔的截面为六角形. 设六角形中心到六角形任意一顶点的距离为 L , 由于铅笔正好处于既不向下滑动, 又不向下滚动的临界状态, 设其静摩擦系数为 $\mu_{\min}$, 此时铅笔与水平线的最小夹角为 $\varphi_{\min}$, 则其应满足物体的平衡条件为

$$mg \sin\alpha - \mu_{\min} mg \cos\alpha = 0 \quad (1)$$

$$mg \sin\alpha \cdot \cos\varphi_{\min} \cdot L \cos 30^\circ - mg \cos\alpha \cdot L \sin 30^\circ = 0 \quad (2)$$

其中, 前一方程由力的平衡条件而得, 后一方程由力矩平衡条件而得, 即以铅笔同斜面接触的下边一个棱为轴, 重力沿斜面向下和垂直于斜面的两个分力对轴的力矩代数和为零.

由②式得

$$\varphi_{\min} = \arccos \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cot\alpha \right).$$

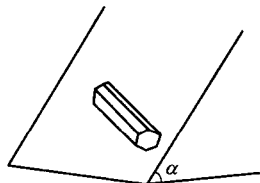


图 1-13



由此可知,当 φ 满足条件

$$\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\cot\alpha\right) \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

时,铅笔处于平衡状态.

当 $\tan\alpha \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$, 即 $\mu \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ 的情况下,角 φ 的表达式方有意义.

【点评】 和其他一些力的平衡问题相比,本题给出了一个较为复杂的物理现象,因为铅笔沿着斜面可能滑动,也可能滚动. 本题要求的恰恰是铅笔在斜面上静止的条件,这又是一类临界状态,显然,这取决于铅笔在斜面上如何放置,而铅笔放置的位置(方位)又与斜面的倾角和摩擦因数有关. 当我们通过力的平衡条件和力矩平衡条件求得结果时,不要忘了分析它的内在因素.

1-10 [上海市高中物理竞赛试题]

如图 1-14 所示,AB 棒与 BC 棒用光滑的铰链铰在 B 点,A、C 也用光滑的铰链铰于墙上,BC 棒水平,AB 棒成 45° . 两棒等长等重,每根棒重 $G=10\text{N}$,求二棒在 B 点的作用力的大小及方向.

【解析】 本题 A、B 二棒的受力方向未知,但通过分析基本可以判断,AB 棒对 BC 棒的作用力应在区域(1). 设该力在水平和竖直方向的分量分别为 F_x 和 F_y ,如图 1-15(a). 根据力矩平衡条件,则以 C 为轴,有

$$F_y \cdot L = G \cdot \frac{L}{2}.$$

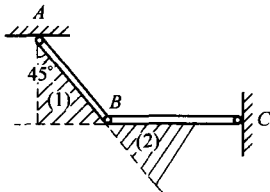
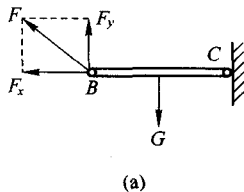
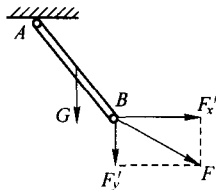


图 1-14



(a)



(b)

图 1-15

对于 AB 棒,设 BC 棒对其作用力在竖直和水平方向分量分别为 F'_x 和 F'_y ,如图 1-15(b),则以 A 为轴,有

$$G \frac{L}{2} \sin 45^\circ + F'_y \cdot L \cdot \sin 45^\circ = F'_x \cdot L \cdot \cos 45^\circ.$$

根据作用力与反作用力的关系:

$$F_x = F'_x,$$

$$F_y = F'_y.$$

解以上各式,得

$$F_x = G, \quad F_y = \frac{G}{2}.$$

所以

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} G = 5\sqrt{5}\text{N}.$$

设 F 与竖直方向的夹角为 α ,则

$$\tan\alpha = \frac{F_x}{F_y} = 2.$$



$$\varphi = \arctan 2.$$

【点评】这里是两根棒铰链在一起,类似的铰链棒可能有各种不同的类型,但相同点是它们都处于平衡状态.因此,解题的关键是抓住静力平衡条件,再在受力分析的基础上,列出方程求解.本题的特点是,作用力虽然是未知的,但是可以通过分析大致清楚这个力可能存在的区域,然后通过列分量方程求解.

1-11 [湖南省物理竞赛试题]

将三个半径均为 r 、质量相等的球平放在一个半球形的碗内,现把第四个半径也为 r 、质量也相等的球放在这三个球的正上方,要使四个球均能静止,半球形碗的半径应满足什么条件? 不考虑各处的摩擦.

【解析】设最上面的球为 A , 下面的三个球分别为 B 、 C 、 D . 由立体几何知识知,这四个球的球心构成一个正四面体,正四面体的边长均为 $2r$,如图 1-16(a)所示,且 B 、 C 、 D 球对 A 球的弹力具有对称性. 设 A 、 B 二球球心的连线与竖直方向的夹角为 α , 则

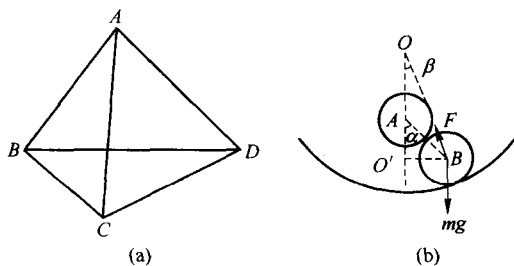


图 1-16

$$\tan \alpha = \frac{BO'}{AO'} = \frac{BO'}{\sqrt{AB^2 - BO'^2}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}r}{\sqrt{(2r)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}r\right)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

设 A 、 B 二球间的作用力为 N , 对 A 球有

$$3N \cos \alpha = mg. \quad (1)$$

根据图 1-16(b), 设 F 与竖直方向的夹角为 β , 对 B 球有

$$F \cos \beta = mg + N \cos \alpha, \quad (2)$$

$$F \sin \beta = N \sin \alpha. \quad (3)$$

联立②、③两式解得

$$\tan \beta = \frac{N \sin \alpha}{mg + N \cos \alpha}. \quad (4)$$

代①入④式得

$$\tan \beta = \frac{1}{4} \tan \alpha = \frac{1}{4\sqrt{2}}.$$

在临界条件下,半球形碗的半径为

$$R = BO + r = \frac{BO'}{\sin \beta} + r = BO' \sqrt{1 + \cot^2 \beta} + r = 7.633r.$$

故,半球形碗的半径必须满足的条件是

$$R \leq 7.633r.$$

【点评】这是个空间力系的平衡问题.解答本题必须注意两个问题:

一是对临界条件的认识,即第四个球放上去后,下面三个球之间的弹力必须恰好为零.如果这个条件不能满足,第四个球将挤下来,使三个球互相分开,这就要求半球形碗的半径不能太大,或者说,半球形碗的半



径应当有个临界值。

二是对各球的空间位置关系和数量关系的认识。本题提供的有利条件是：四个球的半径和质量均相等，这就为利用对称性解题提供了方便。在具体求解时，只要考虑这些分力在某个方向上的数量关系即可。

1-12 [上海市高中物理竞赛试题]

如图 1-17 所示，两个完全相同的光滑球 A 和 B，其质量均为 m ，放在竖直挡板与倾角为 α 的斜面间，当静止时（ ）。

- A. 两球对斜面的压力大小均为 $mg\cos\alpha$
- B. 斜面对球 A 的弹力大小为 $mg\cos\alpha$
- C. 斜面对球 B 的弹力大小为 $mg(1+\sin^2\alpha)/\cos\alpha$
- D. 挡板对 B 球的弹力大小为 $2mgsin\alpha$

【解析】将 A、B 看作一个整体，采用整体法求解。A、B 作为一个整体，其受力分析如图 1-18 所示。由图可知，挡板对 B 球的弹力为

$$N_1 = 2mg\tan\alpha,$$

斜面对二球的弹力为

$$N_2 = \frac{2mg}{\cos\alpha}.$$

A 球的受力分析如图 1-19 所示，可见斜面对 A 球的支持力为

$$N_A = mg\cos\alpha,$$

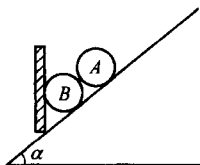


图 1-17

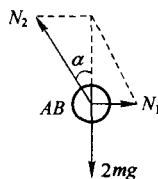


图 1-18

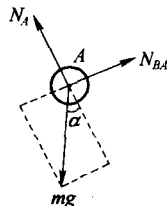


图 1-19

B 球对 A 球的弹力为

$$N_{BA} = mgsin\alpha.$$

设斜面对 B 球弹力为 N_B ，则有

$$N_2 = N_A + N_B.$$

由以上各式解得

$$N_B = N_2 - N_A = \frac{mg(1+\sin^2\alpha)}{\cos\alpha}.$$

综上所述，本题答案应是 B、C。

【点评】本题是采用整体法求解的，当然也可以用隔离法。一般来说，分析系统所受外力时常用整体法，分析系统内各部分间的受力情况时常采用隔离法。总的原则是以方便求解为主。有时，还可以把两种方法结合起来运用，视题目的要求而定。本题讨论的是两个小球，若是三个小球或更多的小球，也可以按类似方法去分析求解。

1-13 [北京市高中物理竞赛试题]

如图 1-20(a) 所示，相同的三个质量都为 m 的木块夹在两板间，各接触面的摩擦因数相同，在外力的作用下保持静止。

1. 求每个接触面上摩擦力的大小；