物流数学

[2006年版]

附：物流数学自学考试大纲

组编／全国高等教育自学考试指导委员会
主编／傅维潼

全国高等教育自学考试指定教材 物流管理专业（专科）

高等教育出版社

全国高等教育自学考试指定教材

物流管理专业(专科)

物 流 数 学

(2006 年版)

(附：物流数学自学考试大纲)

全国高等教育自学考试指导委员会　组编

主编　傅维潼

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

物流数学:2006年版/傅维潼主编;全国高等教育自学考试指导委员会组编.—北京:高等教育出版社,2006.4
ISBN 7-04-019113-X

Ⅰ.物… Ⅱ.①傅…②全… Ⅲ.经济数学-应用-物流-高等教育-自学考试-教材 Ⅳ.F252

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第031457号

策划编辑 黄小齐 **责任编辑** 雷旭波
责任校对 金 辉 **版式设计** 王艳红

出 版	高等教育出版社	免费咨询	800-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100011		http://www.hep.com.cn
总 机	010-58581000		

印 刷 北京飞达印刷有限责任公司

开 本	880×1230 1/32	版 次	2006年4月第1版
印 张	7.5	印 次	2006年4月第1次印刷
字 数	210 000	定 价	10.00元

全国高等教育自学考试指导委员会办公室	010-82090971
北京市教育考试院	010-62116141
天津市教育招生考试院	022-23924000
河北省教育考试院	0311-3823367
山西省招生考试管理中心	0351-4188692
内蒙古自治区教育招生考试中心	0471-6507481
辽宁省高中等教育招生考试办公室	024-86981032
吉林省高等教育自学考试办公室	0431-5390932
黑龙江省招生考试委员会办公室	0451-82376028
上海市教育考试院	021-64511403
浙江省高等教育自学考试办公室	0571-88008010
江苏省高等教育自学考试办公室	025-86299061
安徽省高等教育自学考试办公室	0551-3609528
江西省高等教育自学考试办公室	0791-8500734
山东省高等教育自学考试办公室	0531-6063548
福建省高等教育自学考试办公室	0591-7520300
河南省高等教育自学考试办公室	0371-3612680
湖北省教育考试院	027-87828336
湖南省教育考试院	0731-2297511
广东省高等教育自学考试办公室	020-37627787
广西壮族自治区教育考试院	0771-5338212
海南省考试局	0898-65851938
四川省高等教育自学考试办公室	028-85192685
贵州省高等教育自学考试办公室	0851-5951840
云南省招生考试办公室	0871-5162385
重庆市高等教育自学考试办公室	023-63853734
陕西省考试管理中心	029-85393509
甘肃省高等教育自学考试办公室	0931-8585258
宁夏回族自治区高等教育自学考试办公室	0951-6017555
青海省高等教育自学考试办公室	0971-6314528
新疆维吾尔族自治区高等教育自学考试办公室	0991-8609053

律 师 声 明

湖南通程律师集团事务所和中国律师知识产权维权业务协作网各成员所接受教育部考试中心的委托,在中华人民共和国行政辖区内依法维护其著作权及与著作权有关的权利。特声明如下:

一、教育部考试中心合法拥有全国高等教育自学考试指导委员会组编的全国高等教育自学考试指定教材近700种图书的著作权。

二、全国高等教育自学考试指定教材已采用专门的防伪措施。凡假冒其防伪措施,复制、发行全国高等教育自学考试指定教材均构成侵权,必须承担相应的法律责任;凡销售全国高等教育自学考试指定教材侵权复制品的图书经销行为亦构成侵权,亦须承担相应的法律责任。

三、湖南通程律师集团事务所和中国律师知识产权维权业务协作网各成员所,将采取必要措施制止或消除任何侵犯教育部考试中心著作权及与著作权有关的权利的侵权行为,依法维护其著作权合法权益。

欢迎社会各界人士对侵犯教育部考试中心著作权的侵权行为进行举报。

维权电话:0731－5535762　　　　**传真:**0731－5384397

特此声明!

湖南通程律师集团事务所

杨金柱律师

2004年9月

附:中国律师知识产权维权业务协作网核心成员所名单

(排名不分先后,各地普通成员所名单未列)

湖南通程律师集团事务所	内蒙诚安律师事务所	山东中强律师事务所
湖北楚风德浩律师事务所	山西黄河律师事务所	广西中司律师事务所
福建天衡联合律师事务所	四川信言律师事务所	重庆康实律师事务所
海南东方国信律师事务所	江西添翼律师事务所	浙江京衡律师事务所
陕西许小平律师事务所	河南仟问律师事务所	上海天宏律师事务所
天津华盛理律师事务所	安徽华人律师事务所	新疆巨臣律师事务所
北京市盈科律师事务所	江苏苏源律师事务所	国浩律师集团(昆明)事务所

湖南通程律师集团湘剑律师事务所深圳分所、湖南人和律师事务所珠海分所

组编前言

21世纪是一个变幻难测的世纪，是一个催人奋进的时代。科学技术飞速发展，知识更替日新月异。希望、困惑、机遇、挑战，随时随地都有可能出现在每一个社会成员的生活之中。抓住机遇，寻求发展，迎接挑战，适应变化的制胜法宝就是学习——依靠自己学习、终生学习。

作为我国高等教育组成部分的自学考试，其职责就是在高等教育这个水平上倡导自学、鼓励自学、帮助自学、推动自学，为每一个自学者铺就成才之路。组织编写供读者学习的教材就是履行这个职责的重要环节。毫无疑问，这种教材应当适合自学，应当有利于学习者掌握、了解新知识、新信息，有利于学习者增强创新意识、培养实践能力、形成自学能力，也有利于学习者学以致用、解决实际工作中所遇到的问题。具有如此特点的书，我们虽然沿用了“教材”这个概念，但它与那种仅供教师讲、学生听，教师不讲、学生不懂，以“教”为中心的教科书相比，已经在内容安排、编写体例、行文风格等方面都大不相同了。希望读者对此有所了解，以便从一开始就树立起依靠自己学习的坚定信念，不断探索适合自己的学习方法，充分利用已有的知识基础和实际工作经验，最大限度地发挥自己的潜能，达到学习的目标。

欢迎读者提出意见和建议。

祝每一位读者自学成功。

全国高等教育自学考试指导委员会

2005年11月

编者的话

《物流数学》是全国高等教育自学考试物流管理专业专科段的自学教材。

编者本着淡化理论，突出应用的精神编写了本书。在编写过程中，本人翻阅了很多参考书和资料。在此，谨向这些参考书的著作者及参考资料的作者表示衷心的感谢！

我特别要感谢的是中国人民大学公共管理学院教授杨健先生对我的大力帮助和支持。他不仅为我提供了大量很有用的资料，并对本书的内容、系统结构均无保留地提出了建设性的意见和建议，使本书的内容和结构更为合理和紧凑。中国人民大学统计学院教授于秀林女士、中国人民大学信息学院副教授余力女士都非常认真仔细地审阅了书稿，并指出和修改了许多不当之处，在此谨向她们致以谢意。

由于"物流数学"是一门为物流管理专业专科段新开设的数学课程，因此本书所选择的内容及其深浅等方面是否合适都尚在探索之中，难免存在不妥之处，欢迎读者批评指正。

傅维潼

2005.11

目　录

第一章

数学预备知识

常用部分数学符号：

（1）在同一个字母的右下角编上号码 1，2，…，n，即 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 表示 n 个实数. 其中 a_i 表示第 i 个数，i 称为 a 的**下标或足码**.

（2）设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 是 n 个数，把它们连加起来：

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n,$$

简记为：$\sum\limits_{i=1}^{n} a_i$. 这里 i 叫做**求和指标**.

例如：$\sum\limits_{k=1}^{n} k$ 的求和指标为 k，则有

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

$\sum\limits_{i=1}^{n} c$ 的求和指标为 i，而 c 与 i 无关，是常数，所以

$$\sum_{i=1}^{n} c = \underbrace{c + c + \cdots + c}_{n个} = nc.$$

（3）设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 是 n 个数，把它们连乘起来：

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n,$$

简记为：$\prod\limits_{i=1}^{n} a_i$. 这里 i 叫做**连乘指标**.

例如：$\prod\limits_{k=1}^{n} k$ 的连乘指标为 k，则有

$$\prod_{k=1}^{n} k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot n = n!.$$

$\prod_{i=1}^{n} c$ 的连乘指标为 i，而 c 与 i 无关，是常数，所以

$$\prod_{i=1}^{n} c = \underbrace{c \cdot c \cdot \cdots \cdot c}_{n个} = c^n.$$

(4) 设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 是 n 个数.

$\min\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ 或 $\min\limits_{1 \leqslant i \leqslant n}\{a_i\}$ 表示 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 这 n 个数中的最小数．

例如：$\min\{3,2,5\}=2$.

$\max\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ 或 $\max\limits_{1 \leqslant i \leqslant n}\{a_i\}$ 表示 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 这 n 个数中的最大数.

例如：$\max\{3,2,5\}=5$.

第一节　平　均　值

一、算术平均值

设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 为任意 n 个实数，它们的**算术平均值**定义为

$$\bar{a} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i.$$

它反映了数据集合 $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ 的平均水平或集中趋势.

设 $m=\min\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$，$M=\max\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$，则

$$m \leqslant \bar{a} \leqslant M.$$

这是因为：

$$m \leqslant a_1 \leqslant M,$$
$$m \leqslant a_2 \leqslant M,$$
$$\cdots\cdots$$
$$m \leqslant a_n \leqslant M,$$

把这 n 个不等式中用不等号连接的数对应地相加起来，所得的三个和

数应该仍保持原来的大小关系：

$$n \cdot m \leqslant \sum_{i=1}^{n} a_i \leqslant n \cdot M,$$

则

$$m \leqslant \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_i \leqslant M,$$

即

$$m \leqslant \bar{a} \leqslant M.$$

二、几何平均值

设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 都是正数，它们的**几何平均值**定义为

$$G(a) = \sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n}.$$

与算术平均值类似，有

$$m \leqslant G(a) \leqslant M,$$

其中 $m = \min\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$，$M = \max\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$.

三、调和平均值

设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 都是正数，它们的**调和平均值**定义为

$$h(a) = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}}.$$

与算术平均值类似，仍有

$$m \leqslant h(a) \leqslant M,$$

其中 $m = \min\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$，$M = \max\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$.

四、算术平均值、几何平均值和调和平均值之间的关系

设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 都是正数，它们不全相等，则

$$h(a) < G(a) < \bar{a},$$

即

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i}} < \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} a_i} < \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_i.$$

当 $a_1 = a_2 = \cdots = a_n > 0$ 时，以上不等式变成等式.

下面用两个正数 a, b 从几何上、代数上说明上面这个不等式.

1. 几何的方法说明

设有长为 a 和 b $(a\neq b)$的两条线段，如图 1.1 所示.

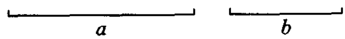

图 1.1

试作：长为 $\sqrt{ab}$及长为$\frac{1}{2}(a+b)$的线段.

作法：(1) 作线段 AB，使 AB 的长度为 $a+b$.

(2) 作出线段 AB 的中点 O，则线段 AO 或线段 OB 的长度均为$\frac{1}{2}(a+b)$.

(3) 以点 O 为圆心，以 OB 的长为半径作半圆.

(4) 在直径 AB 上截取线段 AD，使 AD 的长度为 a，那么 DB 的长度等于 b.

(5) 过 D 点作直线 $CD\perp AB$，CD 交半圆于点 C，那么 CD 就是要求的长度为 $\sqrt{ab}$的线段. 如图 1.2.

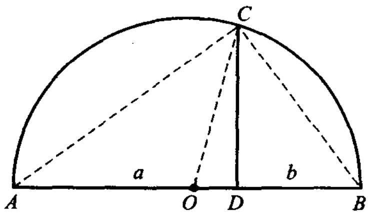

图 1.2

事实上，当我们把 AC 和 CB 分别连接起来，便得到三个直角三角形：$\triangle ACB$，$\triangle ADC$ 和 $\triangle CDB$，且 $\angle CAB=\angle BCD$. 于是

$$\triangle ADC\backsim\triangle CDB,$$

从而
$$\frac{CD}{AD}=\frac{DB}{CD},$$

即
$$\frac{CD}{a}=\frac{b}{CD},$$

也即
$$CD^2=ab,$$

所以
$$CD=\sqrt{ab}.$$

再连接 OC，OC 的长为$\frac{1}{2}(a+b)$.

又$\angle ODC=90^\circ$，OC 是直角$\triangle ODC$ 的斜边，

所以 $OC>CD$，即$\frac{1}{2}(a+b)>\sqrt{ab}$，

当且仅当 $a=b$ 时，有 $\sqrt{ab}=\frac{1}{2}(a+b)$.

2. 代数的方法说明

设 a,b 为两个正数，显然有：

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geqslant 0,$$

即
$$a+b-2\sqrt{ab}\geqslant 0,$$

所以
$$\sqrt{ab}\leqslant\frac{1}{2}(a+b),$$

当且仅当 $a=b$ 时，等号成立.

再说明：$\dfrac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}\leqslant\sqrt{ab}$.

$$\frac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}=\frac{1}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)}\leqslant\frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{ab}}}=\sqrt{ab},$$

即
$$\frac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}\leqslant\sqrt{ab},$$

从而
$$\frac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}\leqslant\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2},$$

当且仅当 $a=b$ 时等号成立.

五、加权平均值

设 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是 n 个数，$W_1,W_2,\cdots,W_n$ 是 n 个正数，那么

$$W(a)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}W_ia_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}W_i}$$

称为 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的**加权平均值**.

我们常用 n 个正数 $p_1,p_2,\cdots,p_n$，且 $\sum\limits_{i=1}^{n}p_i=1$ 来定义 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的加权平均值：

$$W(a)=\sum_{i=1}^{n} p_i a_i.$$

其中 p_i 称为 a_i 的权数($i=1,2,\cdots,n$),权数 p_i 越大,说明 a_i 所占的份额越大.

例 1.1 某工人师傅加工某种零件共 7 个,每个零件所用的加工时间分别为:

55,70,65,60,50,53,64.(单位:min)

求:他加工一个零件的平均时间.

解 $\bar{t}=(55+70+65+60+50+53+64)\div 7\approx 59.6(\text{min})$,

即该师傅加工一个零件平均要用 59.6 min.

第二节 二元一次方程、二元一次不等式

一、二阶行列式

设 $a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}$ 表示四个数.我们把 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$ 用符号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

来表示,称这个符号为一个**二阶行列式**,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21},$$

其中 $a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}$ 称为这个行列式的**元素**.具体地说,a_{11} 表示这个二阶行列式的第 1 行第 1 列的元素,横为行,竖为列,a_{12} 表示其第 1 行第 2 列的元素,a_{21} 为第 2 行第 1 列的元素,a_{22} 为第 2 行第 2 列的元素.这里一个字母有两个下标,在行列式中,这个字母的第 1 个下标叫做这个字母的**行标**,它标明这个字母在第几行;第 2 个下标叫做这个字母的**列标**,它标明这个字母在第几列.a_{11} 与 a_{22} 叫做这个行列式的**主对角元素**,a_{12} 与 a_{21} 叫做**次对角元素**.可见,二阶行列式等于其两个主对角元素的乘积与其两个次对角元素的乘积的差.

例 1.2 计算二阶行列式的值:

$$\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

解 $\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}=(-3)\times(-2)-4\times1=6-4=2.$

二、二阶行列式的性质

将二阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ 的行和列对调，所得的二阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$ 叫做原行列式的**转置行列式**.

(1) 行列式转置，其值不变. 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$

(2) 行列式有一行(或一列)的元素均为 0，则行列式为 0. 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}=0 \quad 或 \quad \begin{vmatrix} 0 & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{vmatrix}=0.$$

(3) 行列式有两行(或两列)相等，则行列式为 0. 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}=0 \quad 或 \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{11} \\ a_{21} & a_{21} \end{vmatrix}=0.$$

(4) 行列式的一行(或一列)有公因数，可以将其提到行列式的外面. 即

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$

(5) 行列式中的两行(或两列)元素对应成比例，则行列式为 0. 即若$\frac{a_{11}}{a_{21}}=\frac{a_{12}}{a_{22}}$或$\frac{a_{11}}{a_{12}}=\frac{a_{21}}{a_{22}}$，则

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=0.$$

(6) 交换行列式中的两行(或两列)，行列式变号. 即

$$\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$