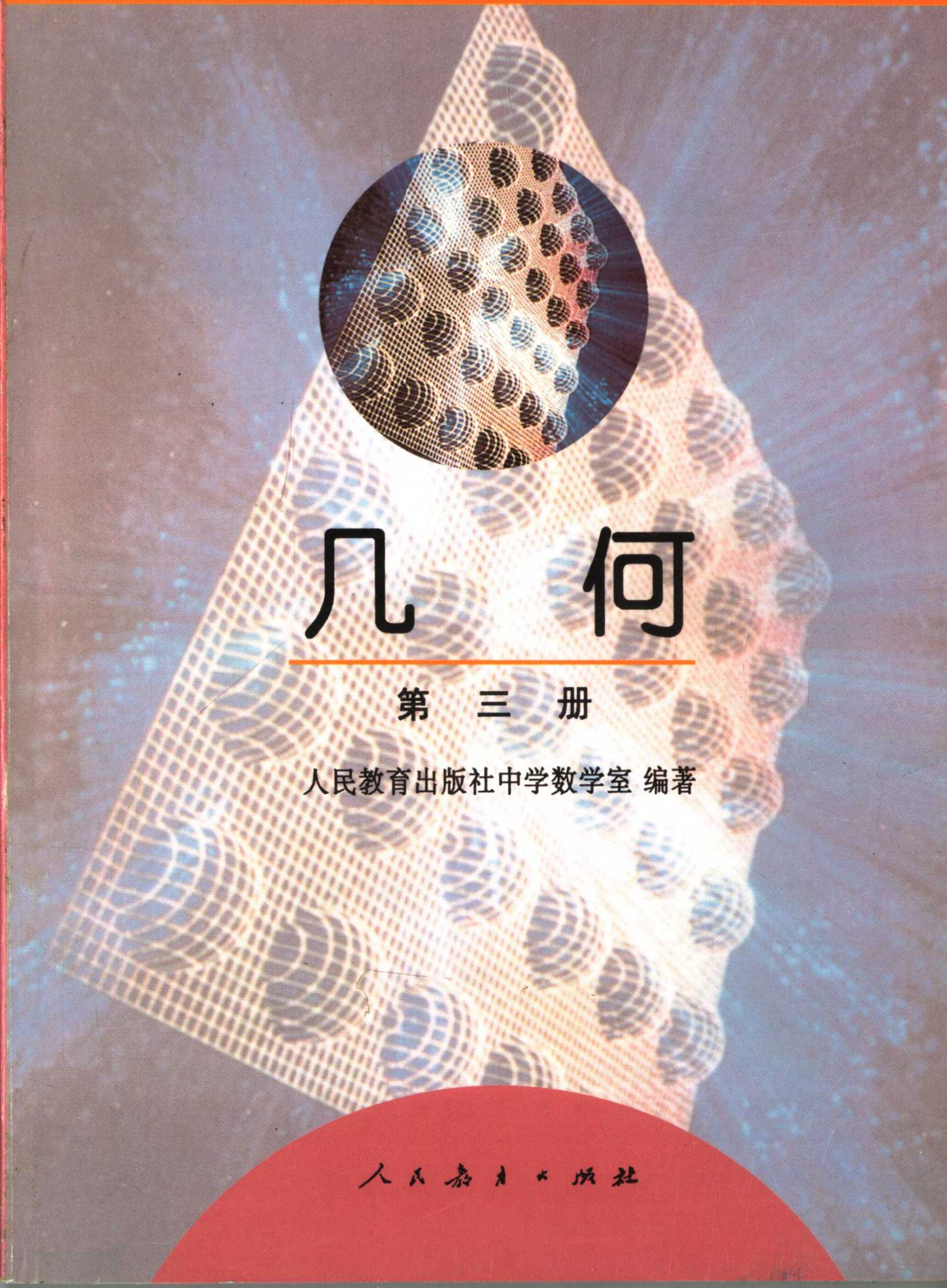
义务教育初中数学实验课本



几何

第三册

人民教育出版社中学数学室 编著

人民教育出版社

义务教育初中数学实验课本

几　　何

第三册

人民教育出版社中学数学室　编著

人民教育出版社

义务教育初中数学实验课本

几　何

第三册

人民教育出版社中学数学室　编著

*

人民教育出版社　出版发行

网址：http：//www.pep.com.cn

北京四季青印刷厂印装　全国新华书店经销

*

开本：787 毫米×1 092 毫米　1/32　印张：8.75　字数：146 400

1996 年 12 月第 1 版　2006 年 9 月第 10 次印刷

印数：67 501～69 500

ISBN 7-107-12025-5 / G·5135（课）　定价：5.30 元

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版科联系调换。

（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编：100081）

说　明

一、这套《义务教育初中数学实验课本几何》第一至三册，是根据国家教委颁布的《九年义务教育全日制小学、初级中学课程计划（试行）》、《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（试用）》的精神，在现行义务教育教科书的基础上编写的.

二、这套实验课本注意了继承和发扬现行义务教育教科书的优点，并适当地和循序渐进地拓宽一些内容和加深一些要求，突出基础知识和基本技能，特别是增强数学思想方法的渗透和介绍；注重学生数学能力（特别是思维能力）的培养；进一步联系实际和加强学生应用数学的意识；遵循学生的认识规律，合理安排知识体系；题目类型力求多样化，增加训练的针对性. 编写这套实验课本的目的是使学有余力的学生，通过使用这样的教科书和参加课外活动等多种形式，"满足他们的学习愿望，发展他们的数学才能"，从而体现大纲的精神.

这套实验课本可供教学条件较好的学校实验选用.

三、本书是几何第三册，内容包括解直角三角形、圆两

章，供三年制初中三年级全学年使用，每周3课时.

四、本书在体例上有下列特点：

1. 每章均有一段配有插图的引言，可供学生预习用，也可作为教师导入新课的材料.

2. 在课文中适当穿插了“想一想”、“读一读”、“做一做”等栏目. 其中“想一想”是供学生思考的一些问题，“读一读”是供学生阅读的一些短文，“做一做”是供学生课外动手操作的一些实例. 这些栏目是为扩大学生知识面、增加趣味性和实践性而设计的，这些都不作为教学要求，只供学生课外参考.

3. 每章后面都安排有“小结与复习”，其中的“学习要求”是对学生学完全章后的要求.

4. 每章最后均配有一套“自我测验题”，供学生自己检查学完这一章后，是否达到本章的基本要求.

5. 全书最后附有部分习题的答案或提示，供学生在做习题后进行对照，以便及时了解自己的解答是否正确.

6. 本书的习题分为练习、习题、复习题三类. 练习供课内用；习题供课内或课外作业用；复习题供复习每章时选用. 其中习题、复习题的题目分为 A、B 两组，A 组属于基本要求范围，B 组带有一定的灵活性，仅供学有余力的学生选用. 每组习题的第1题，都反映了这一部分知识的基本要求，可作为预习用，也可作为课后复习用，不要求做出书面答案.

五、本书由人民教育出版社中学数学室编写，参加编写

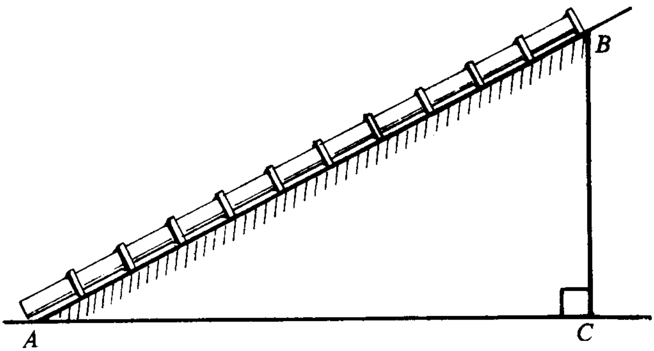
工作的有张劲松、李慧君、康合太、俞求是等，全书由李慧君审订，责任编辑为俞求是.

人民教育出版社中学数学室

1996年12月

目　　录

第六章　解直角三角形



修建某扬水站时，要沿着斜坡铺设水管．从上面的图中看到：斜坡与水平面所成的$\angle A$的度数可以通过测角器测出来，水管AB的长度也可以直接量得，它们是两个已知数．

当水管铺到B处时，设B离水平面的高度为BC．由于C点不可到达，BC的长度无法直接量得．怎样利用上面的已知数求得B处离水平面的高度BC呢？

上面的问题可归结为：在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，已知$\angle A$和斜边，求$\angle A$的对边BC．学了本章知识后，这个问题就很容易解决了．

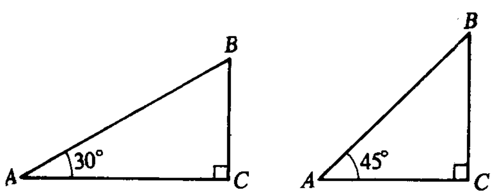
一　锐角三角函数

6.1　正弦和余弦

我们从三角尺开始来研究上一页中的问题．在所有不等腰的那块三角尺（图 6-1（1））中，30°角所对的直角边（用 BC 表示，其中$\angle C$ 为直角）都等于斜边（用 AB 表示）的一半，即

$$\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}.$$

这就是说，当$\angle A=30°$时，不管三角尺大小如何，$\angle A$ 的对边与斜边的比值都等于$\frac{1}{2}$. 根据这个比值，已知斜边 AB 的长，就能算出$\angle A$ 的对边 BC 的长.



（1）　　　　（2）

图　6-1

类似地，在所有等腰的那块三角尺（图 6-1（2））中，由勾股定理可得

$$\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{BC}{\sqrt{BC^2+BC^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

这就是说，当$\angle A=45°$时，$\angle A$ 的对边与斜边的比值等于$\frac{\sqrt{2}}{2}$. 根据这个比值，已知斜边 AB 的长，就能算出$\angle A$ 的对边 BC 的长.

那么，在 Rt$\triangle ABC$ 中，当锐角 A 取其他固定值时，$\angle A$ 的对边与斜边的比值是否也是一个固定值呢？

设有直角三角形 $A_1B_1C_1$，$A_2B_2C_2$，$A_3B_3C_3$，…，它们都有一个锐角相等，即$\angle A_1=\angle A_2=\angle A_3=\cdots$. 我们把点 A_1，A_2，A_3，…重合在一起，记作 A，并使直角边 AC_1，AC_2，AC_3，…落在同一条直线上，则斜边 AB_1，AB_2，AB_3，…都落在另一条直线上（图 6-2）. 容易知道，

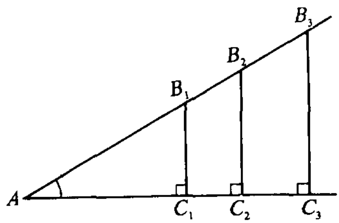


图 6-2

$$B_1C_1 /\!/ B_2C_2 /\!/ B_3C_3 /\!/ \cdots,$$

$$\therefore\quad \triangle AB_1C_1 \backsim \triangle AB_2C_2 \backsim \triangle AB_3C_3 \backsim \cdots.$$

$$\therefore\quad \frac{B_1C_1}{AB_1}=\frac{B_2C_2}{AB_2}=\frac{B_3C_3}{AB_3}=\cdots.$$

因此，在这些直角三角形中，当锐角 A 取一个固定

值时，$\angle A$ 的对边与斜边的比值仍是一个固定值.

如图 6-3，在$\triangle ABC$ 中，$\angle C$ 为直角，我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做$\angle A$ 的**正弦**，记作 $\sin A$❶，即

$$\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}.$$

如果我们把$\angle A$ 的对边 BC 记作 a，$\angle C$ 的对边 AB 记作 c，那么

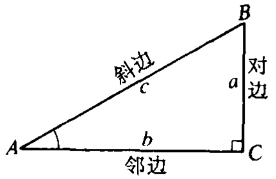


图 6-3

$$\sin A=\frac{a}{c}.$$

例如：当$\angle A=30°$时，我们有

$$\sin A=\sin 30°=\frac{1}{2}.$$

由于直角三角形中斜边大于直角边，所以在图 6-3 中，可以得出

$$0<\frac{a}{c}<1.$$

$\therefore$ $0<\sin A<1$（$\angle A$ 为锐角）.

与正弦情况相似，可以证明：在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，当锐角 A 取任意一个固定值时，$\angle A$ 的邻边与斜边的比值也是一个固定值.

---

❶ 注意，这是一个完整的记号，不能看成 $\sin\cdot A$. 记号里习惯省去角的符号“$\angle$”，第一个字母“s”要小写. 后面的余弦、正切和余切等符号也是这样.

如图 6-4，在$\triangle ABC$中，$\angle C$为直角，我们把锐角A的邻边与斜边的比叫做$\angle A$的**余弦**，记作$\cos A$，即

$$\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}.$$

如果我们把$\angle A$的邻边（即$\angle B$的对边）记作b，那么

$$\cos A=\frac{b}{c}.$$

$\because\ 0<b<c$，

$\therefore\ 0<\cos A<1$（$\angle A$为锐角）.

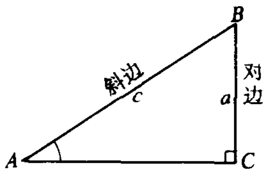


图 6-4

例 1 求出图 6-5 所示的$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中的$\sin A$、$\sin B$和$\cos A$、$\cos B$的值.

分析：求$\sin A$（$\sin B$）时，要看$\angle A$（$\angle B$）的对边与斜边的比；求$\cos A$（$\cos B$）时，要看$\angle A$（$\angle B$）的邻边与斜边的比.

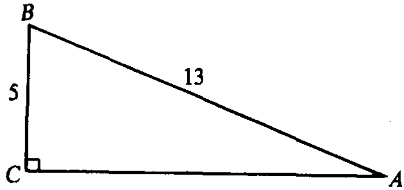


图 6-5

解： $\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{13}$.

$\because \quad AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{13^2-5^2}$

$=\sqrt{144}=12$，

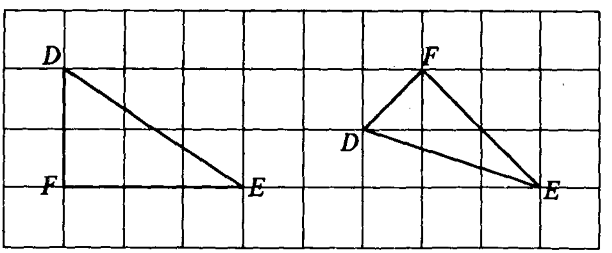
$\therefore \quad \sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{12}{13}$.

$\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{12}{13}$.

$\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{13}$.

练　习

1. 根据下图求出 $\sin D$，$\sin E$ 的值（每个小正方形的边长为 1 个单位）.



（第 1 题）

2. （1）根据第 1 题图求出 $\cos D$，$\cos E$ 的值；

（2）把 $\cos D$，$\cos E$ 的值同第 1 题中求得的 $\sin D$，$\sin E$ 的值进行比较，写出 $\sin D$ 与 $\cos E$ 之间的关系式，以及 $\sin E$ 与 $\cos D$ 之间的关系式.

我们已经学习了锐角的正弦和余弦的定义，根据图 6-1 和已经学过的知识，我们有：

(1) $\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

(2) $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$.

例 2 求下列各式的值：

(1) $\sin 30°+\cos 30°$;

(2) $\sqrt{2}\sin 45°-\frac{1}{2}\cos 60°$.

解：(1) $\sin 30°+\cos 30°$

$$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2};$$

(2) $\sqrt{2}\sin 45°-\frac{1}{2}\cos 60°$

$$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=1-\frac{1}{4}$$

$$=\frac{3}{4}.$$

下面我们再来研究锐角的正弦与余弦之间的关系，由上可以看出：

$$\sin 30°=\cos 60°,$$

$$\sin 45° = \cos 45°,$$

$$\sin 60° = \cos 30°.$$

这就是说，30°，45°，60°这三个特殊角的正弦的值，分别等于它们的余角 60°，45°，30°的余弦的值（反过来说，30°，45°，60°这三个特殊角的余弦的值，分别等于它们的余角 60°，45°，30°的正弦的值）.

那么，对于任意锐角的正弦的值，是否也等于它的余角的余弦的值呢？观察图 6-4，可知

$$\sin A = \frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c},$$

$$\cos B = \frac{\angle B\text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c},$$

$\therefore$ $\sin A = \cos B$.

同理可证 $\cos A = \sin B$.

注意图 6-4 中，$\angle A + \angle B = 90°$，即$\angle B = 90° - \angle A$，所以上面的关系式又可以写成

$$\mathbf{\sin A = \cos (90° - A),}$$

$$\mathbf{\cos A = \sin (90° - A).}$$

这就是说，**任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值**.

例 3 （1）已知 $\sin A = \frac{1}{2}$，且$\angle B = 90° - \angle A$，求 $\cos B$；

（2）已知 $\sin 35° = 0.5736$，求 $\cos 55°$；