福建名校系列

高中新教材同步导学丛书

共享名校资源
齐奏高考凯歌

把名校搬回家
把名师请进家

名校学案

读"福建名校"
上北大、清华

缔造高考传奇
奔向美好前程

主　　编：李　迅
执行主编：倪立志

数学

高中二年级（下）

福建教育出版社

《名校学案》编委会

福建名校系列

高中新教材同步导学丛书

名校学案

高中二年级·(下)

数学

主　　编：李　迅

执行主编：倪立志

《名校学案》编委会

福建教育出版社

本册执行主编简介

倪立志： 福州一中数学教研组组长，高级教师，兼任中国数学奥林匹克委员会一级教练，福州市数学学会常务理事、副秘书长。从教20多年来在省内外十余家出版社出版教辅用书达20余本，并担任其中多套丛书的主编或副主编，所编的《高中知识记忆手册——数学》被评为福建省优秀图书。所任教班级的高考成绩均列全省前茅，并有一人获福建省高考状元。指导多名学生参加全国数学竞赛，并获一等奖。

泉州第一中学

敦 品 力 学

校长：

泉州第五中学

严谨 勤奋 求实 进取

校长：

龙岩第一中学

弘毅守志，任重道远

校长：

南平第一中学

诚 毅 勤 实

校长：

三明第二中学

团结 严谨 求实 创新

校长：

《福建名校系列》丛书编委名单

出版说明

名校就是品牌，名校就是旗帜，名校代表了某种方向。名校的精髓是名师。为此，福建教育出版社组织了一批名校的名师合力编写了《名校学案——高中新教材同步导学》丛书。丛书以培养能力为导向，以新课改理念为指针，以高考获胜为目标，以期让优秀学生潜能得到最大限度发挥，让比较好的学生更上一个台阶，让一般学生进入良好的行列。

饱孕新一代教改理念的新教材将逐步进入校园。在这场“课程改革”中，考试内容和模式也将逐渐变化，新的学习策略正在生成。新陈代谢之际，各大名校的教学优势、学习策略将成为“杀手锏”。编写这套教辅读物，就是为了使这种学习策略能够成为众多学生容易共享的资源。同时，精心打造一套优质的高中同步导学的教辅品牌也是我们的夙愿。

市场上教辅读物林立。而在我省高考实行自主命题形势下，由省内各学科名师主理的直接备战高考的辅导用书却是凤毛麟角。众所周知，省内一线名师是我省高考自主命题人才库的重要组成部分，因此，我们这套丛书具有不言而喻的实战性和权威性。

本丛书与教材同步配套，从高一到高三全程贯通，涵盖各科，丛书结合随堂教学并注重导学，着力于基础知识基本能力的全面掌握和培养，同时结合渗透学生分析问题和解决问题能力的培养，主要面向一、二级达标校的学生。同时以点带面，全面提升其他各级中学教学水平和学业成绩，力求为提高我省高中教学质量和高考成绩作出贡献。

丛书力求体现教改新理念,又避免花哨,从栏目设置到内容编写,做到简明实用,返璞归真,从而真正体现了学生的主体地位。

丛书以章或单元、节或课为单位编写；结构上分为“学法导航”(含重点难点提示和典型例题剖析)，“同步训练”(分 A、B 类，A 类题是巩固基础，适当提高；B 类题是能力题或综合性题)，“单元小结”，“单元检测”，“综合测试”，以及详细的“参考答案”。在行文上，使用学生乐于接受的平易晓畅的语言。选题上体现时代感，突出人文性。

本书由倪立志、陈德燕执笔编写。

我们将密切跟踪教改动态，了解高考新情况，对丛书加以修改完善，同时欢迎读者及时指出书中的疏误，便于我们改正，为广大师生提供更优质的服务。

福建教育出版社
2005 年 12 月

学习笔记

目　录

Contents

第九章　直线、平面、简单几何体

9.1　平面的基本性质
(第一课时)

学法导航

重点难点提示

1.会根据条件画出最简单的空间图形,同时会根据最简单的空间图形,想象出它们的位置关系,多观察,多想象是掌握这节的根本.

2.公理1　如果一条直线的两点在一个平面内,那么这条直线上的所有点都在这个平面内.

公理2　如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,这些公共点的集合是一条直线.

公理3　经过不在同一条直线上的三点有且只有一个平面.

推论1　经过一条直线和直线外的一点有且只有一个平面.

推论2　经过两条相交直线有且只有一个平面.

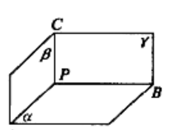
推论3　经过两条平行直线有且只有一个平面.

对于以上公理本节只要求理解,并能根据公理及推论作出两个平面的交线,判定直线是否共面及说明判定的依据.

典型例题剖析

例1　已知平面 α、β、γ 相交于一点 P,且平面 α 与平面 β 交于 PA,平面 α 与平面 γ 交于 PB,平面 β 与平面 γ 交于 PC,试画出符合条件的图形.

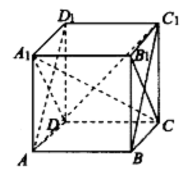
解



例2　如图,有正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$,

(1)画出平面 ABC_1D_1 与平面 A_1DCB_1 的交线;

(2)画出 A_1C 与平面 ABC_1D_1 的交点.

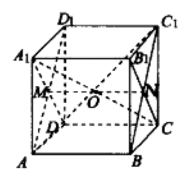


解　(1)设 A_1D 交 AD_1 于 M,BC_1 交 B_1C 于 N.

由 M 在直线 A_1D 上,而 A_1D 在平面 A_1DCB_1 内,所以 M 在平面 A_1DCB_1 内.

由 M 在直线 AD_1 上,而 AD_1 在平面 ABC_1D_1 内,所以 M 在平面 ABC_1D_1 内.

∴直线 MN 就是平面 ABC_1D_1 与平面 A_1DCB_1 的交线.



(2)由点 A_1、C 在平面 A_1DCB_1 内知,直线 A_1C 在平面 A_1DCB_1 内,而 MN 也在平面 A_1DCB_1 内,由平面几何知识知 MN 与 A_1C 相交,设交点为 O,由点 O 在 MN 上,而 MN 在平面 ABC_1D_1 内,则点 O 在平面 ABC_1D_1 内,故点 O 为 A_1C 与平面 ABC_1D_1 的交点.

同步训练　9.1

A

1.下面给出四个命题:

①两条直线确定一个平面;

②点 A 在平面 α 内,也在直线 l 上,则直线 l 在平面 α 内;

③经过一点的三条直线确定一个平面;

④任何三点都不共线的四点必不共面.

其中真命题的个数为(　　).

A.0个　　B.1个　　C.2个　　D.3个

2.下面命题中正确的是(　　).

A.空间三点确定一个平面

B.四边形一定是平面图形

C.六边形一定是平面图形

D.梯形一定是平面图形

3.若直线上有两点在平面外,则(　　).

A.直线上至少有一个点在平面内

B.直线上有无数多个点在平面内

C.直线上所有点都在平面外

D.直线上至多有一个点在平面内

4.空间四点最多可以确定________个平面.

5."将三角板的一个顶点置于桌面上,其余两个顶点不在桌面上,则三角板所在平面与桌面只有一个公共点".请判定上述命题的真假,它是________.

6.按下列条件画出图形:

(1)平面 α 过相交直线 a 和 b,平面 β 过直线 a 及平面 α 外一点 A;

(2)直线 c 是平面 α 与平面 β 的交线,直线 a 在平面 α 内,且 $a\parallel c$,直线 b 在平面 β 内,且 b 交 c 于 M.

7.求证:两两相交且不过同一点的三条直线在同一平面内.

B

1.下列命题中正确的是(　　).

A.两两相交的三条直线必共面

B.三条平行直线必共面

C.直线 a、b 共面,直线 b、c 共面,则直线 a、c 也共面

D.一个圆周上的三点可以确定一个平面

2.下面给出四个命题:

①若线段 AB 在平面 α 内,则 AB 的延长线也在平面 α 内;

②点 A 在平面 α 内,点 B 在平面 α 外,则 AB 的中点在平面 α 外;

③四边相等的四边形是菱形;

④对边平行且相等的四边形是平行四边形.

其中真命题的个数是(　　).

A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.4个

3."空间四点在同一平面内"是"空间四点有三点在同一条直线上"的(　　).

A.充分非必要条件　　B.必要非充分条件

C.充要条件　　D.既非充分也非必要条件

4.过一直线及此直线外不共线的三点,最多可确定________个平面.

5.已知直线 a、b 分别与直线 l 垂直相交于 M、N,则直线 a、b、l 最多可确定________个平面.

6.已知点 P 在平面 α 内,直线 AP 与 BP 不在 α 内,画出 AP、BP 所确定的平面 β 及直线 AB 与 α 的交点 C.

7.已知直线 a、b、c、d,若 $a\parallel b\parallel c$,且 d 与 a、b、c 都相交,求证:a、b、c、d 四线共面.

9.1　平面的基本性质
(第二课时)

学法导航

重点难点提示

1.掌握平面基本性质的公理1、公理2、公理3及推论,能够应用公理1、公理2证明简单的三条直线共点及三点共线.

2.熟练掌握文字语言、符号语言和图形语言,准确地互相切换.

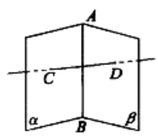
典型例题剖析

例1　已知平面 α 与平面 β 相交，交线为 AB，直线 CD 交平面 α 于 C，交平面 β 于 D，C、D 都不在直线 AB 上．试用符号语言表示，并画出符合条件的图形．

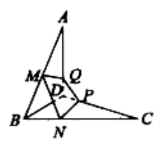
解　用符号语言表示如下：

$\alpha\cap\beta=AB$，$CD\cap\alpha=C$，$CD\cap\beta=D$，$C\notin AB$，$D\notin AB$．

符合条件的图形如下：



例2　如图，平面 $ABD\cap$ 平面 $BCD=BD$，M、N、P、Q 分别是 AB、BC、CD、DA 上的一点，若四边形 $MNPQ$ 是以 MQ、NP 为腰的等腰梯形．求证：直线 MQ、BD、NP 交于同一点．



证明　∵四边形 $MNPQ$ 是等腰梯形，则两腰 MQ、NP 的延长线必相交，设交点为 O．

则 $O\in$ 直线 NP，而 $NP\subset$ 平面 BCD．

$\therefore O\in$ 平面 BCD．

$\because O\in$ 直线 MQ，而 $MQ\subset$ 平面 ABD，

$\therefore O\in$ 平面 ABD．

而平面 $ABD\cap$ 平面 $BCD=BD$．

$\therefore O\in BD$．

$\therefore$ 直线 MQ、BD、NP 交于同一点 O．

评析　证明三条直线相交于同一点，先证两条直线相交，再证交点在第三条直线上．

同步训练　9.2

A

1．若点 M 在直线 a 上，a 在平面 α 内，则 M、a、α 的关系用符号表示为(　　)．

A．$M\in a$ 且 $a\in\alpha$　　B．$M\in a$ 且 $a\subset\alpha$

C．$M\subset a$ 且 $a\subset\alpha$　　D．$M\subset a$ 且 $a\in\alpha$

2．下列命题错误的是(　　)．

A．若 $A\in l$，$A\in\alpha$，$B\in l$，$B\in\alpha$，则 $l\subset\alpha$

B．若 $A\in\alpha$，$B\in\alpha$，$A\in\beta$，$B\in\beta$，则 $\alpha\cap\beta=AB$

C．若 A、B、$C\in\alpha$，A、B、$C\in\beta$ 且 A、B、C 不共线，则 α 与 β 重合

D．若 $l\in\alpha$，$A\in l$ 则 $A\notin\alpha$

3．语句"直线 l 在平面 α 内，直线 m 不在平面 α 内"，用符号语言表示为(　　)

A．$l\in\alpha$，$m\in\alpha$　　B．$l\subset\alpha$，$m\notin\alpha$

C．$l\subset\alpha$，$m\not\subset\alpha$　　D．$l\in\alpha$，$m\not\subset\alpha$

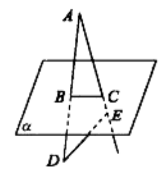
4．把下列语句改写成符号形式．

(1)点 A 在平面 α 内，但不在平面 β 内____________．

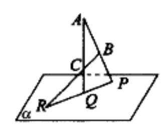
(2)点 A 在平面 α 内，平面 α 与平面 β 交于直线 b，b 不过点 A____________．

5．$\left.\begin{array}{l}A\in\alpha\\B\in\alpha\\C\in AB\end{array}\right\}\Rightarrow C\in\alpha$，改为文字语言叙述为________________________．

6．如图，$AD\cap$ 平面 $\alpha=B$，$AE\cap$ 平面 $\alpha=C$，请画出直线 DE 与平面 α 的交点 P，并说明点 P 与直线 BC 的位置关系．



7．已知，如图 $\triangle ABC$ 在平面 α 外，直线 $AB\cap\alpha=P$，直线 $AC\cap\alpha=Q$，直线 $BC\cap\alpha=R$．求证：P、Q、R 三点共线．



B

1．四条直线两两相交且没有三条直线交于一点，过其中每两条直线作平面，共可作平面(　　)．

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

2．下面给出四个命题：

①一条直线与△ABC 的两边 AB、AC 都相交，则这条直线必在平面 ABC 内；

②一条直线与直线外的两点最多可确定一个平面；

③已知点 A、B，直线 l，平面 α，若 $A\in l$，$A\in\alpha$，$B\in l$，$B\in\alpha$，则 $l\subset\alpha$；

④四条平行线最多可以确定六个平面．

其中真命题的个数是(　　)．

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

3．已知两条相交直线 l，m，平面 α、β，且 $l\subset\alpha$，$m\subset\alpha$，$l\not\subset\beta$，$m\not\subset\beta$．命题甲：l 与 m 中至少有一条与 β 相交；命题乙：平面 α 与平面 β 相交．则命题甲是命题乙的(　　)．

A．充分非必要条件　　B．必要非充分条件

学习笔记

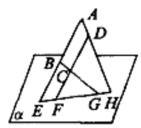
C.充要条件　　　　D.既非充分也非必要条件

4.已知平面 α 外的一条直线 a 与平面内的一条直线 b 相交于点 M,用符号语言表述为____________________.

5.已知平面 α,直线 a、b,$B\in\alpha$,$B\in a$,$B\in b$,$a\not\subset\alpha$,$b\subset\alpha$,试用文字语言表述上述符号语言____________________

______________________________________.

6.已知四边形 $ABCD$ 中,$AB/\!/CD$,AB、BC、CD、DA 所在直线分别与平面 α 交于点 E、G、F、H,求证:点 E、F、G、H 共线.



7.求证:两两相交且不过同一点的四条直线必在同一平面内.

9.1　平面的基本性质
(第三课时)

学法导航

重点难点提示

1.斜二测画法的法则.

(1)在已知图形中取水平平面,取互相垂直的轴 Ox、Oy,再取 Oz 轴,使 $\angle xOz=90°$,且 $\angle yOz=90°$;

(2)画直观图时,把它们画成对应的轴 $O'x'$,$O'y'$,$O'z'$,使 $\angle x'O'y'=45°$(或 $135°$),$\angle x'O'z'=90°$,$x'O'y'$ 所确定的平面表示水平平面;

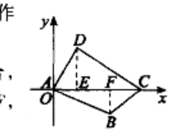
(3)已知图形中平行于 x 轴、y 轴或 z 轴的线段,在直观图中分别画成平行于 x' 轴、y' 轴、z' 轴的线段;

(4)已知图形中平行于 x 轴和 z 轴的线段,在直观图中保持长度不变,平行 y 轴的线段,长度为原来的一半.

2.用斜二测画法画空间图形时,关键是确定各顶点在直观图中的位置,在水平平面内,在 Ox 轴上的点位置不变,过其余的点向 Ox 轴引垂线段,然后依斜二测画法就可以画出水平放置的平面图形的直观图,对于水平平面外的各点在直观图中的位置,可过这些点向水平平面引垂线,确定垂足的位置再根据斜二测画法画出其直观图.

典型例题剖析

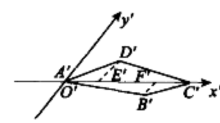
例　用斜二测画法画出水平放置的平面四边形 $ABCD$(如图)的直观图.



解　过 D 作 $DE\perp AC$ 于 E,过 B 作 $BF\perp AC$ 于 F.

画出 $O'x'$,$O'y'$ 轴,使 O' 与 A' 重合,在 $O'x'$ 轴上取 $O'E'=OE$,$E'F'=EF$,$F'C'=FC$.

过 E' 作 $E'D'/\!/O'y'$,取 $E'D'=\dfrac{1}{2}ED$,过 F' 作 $F'B'/\!/O'y'$,取 $F'B'=\dfrac{1}{2}FB$.



连结 $A'D'$,$D'C'$,$B'C'$,$A'B'$,则四边形 $A'B'C'D'$ 为所求的.

同步训练　　9.3

A

1.平行且相等的两条线段,在直观图中对应的两条线段(　　).

A.平行且相等　　B.平行不相等

C.相等不平行　　D.既不平行也不相等

2.一个水平放置的正△ABC 的面积为 S,用斜二测画法作出其直观图△$A'B'C'$,则△$A'B'C'$ 的面积为(　　).

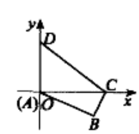
A.$\dfrac{1}{2}S$　　B.$2S$　　C.$\dfrac{\sqrt{2}}{2}S$　　D.$\dfrac{\sqrt{2}}{4}S$

3.空间三个平面两两相交,则它们的交线(　　).

A.有且只有 1 条　　B.有且只有 3 条

C.有 1 条或 3 条　　D.有 1 条、2 条、3 条

4.用斜二测画法画出水平放置的平面四边形 $ABCD$ 的直观图.



5.画出长、宽、高分别为 4 cm,2 cm,2 cm 的长方体的直观图.

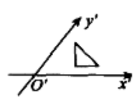
6.直角三角形 ABC 中,$\angle C=90°$,$AC=4$ cm,$BC=3$ cm.

(1)以 CA 所在直线为 x 轴,画出$\triangle ABC$ 的水平放置直观图;

(2)以 AB 所在直线为 x 轴,画出$\triangle ABC$ 的水平放置直观图.

B

1.平面图形 M 的直观图(如图),则平面图形 M 是(　　).



A.正三角形

B.锐角三角形

C.钝角三角形

D.直角三角形

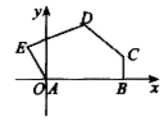
2.若一个三角形,采用斜二测画法作出其直观图,其直观图的面积是原三角形面积的(　　).

A.$\frac{1}{2}$倍　　B.2 倍　　C.$\frac{\sqrt{2}}{2}$倍　　D.$\frac{\sqrt{2}}{4}$倍

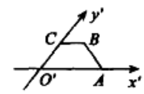
3.空间三个平面可以把空间分成几个部分,试写出你认为可能的所有结果__________________.

4.已知水平放置的四边形 $ABCD$ 的直观图为正方形 $A'B'C'D'$,该正方形的边长为 a,试画出四边形 $ABCD$,并求四边形 $ABCD$ 的面积.

5.用斜二测画法画出五边形 $ABCDE$ 的水平放置的直观图.



6.已知一平面图形的直观图是底角为 45°,上底和腰均为 1 的等腰梯形(如图),求原图形的面积.



9.2　空间的平行直线与异面直线

(第一课时)

学法导航

重点难点提示

1.公理 4:平行于同一条直线的两条直线互相平行,它是判定两条直线平行的一个依据.

2.定理:如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行并且方向相同,那么这两个角相等.要注意这里说的方向相同,若未加上"方向相同"则这两个角相等或互补.

3.平移:如果空间图形 F 的所有点都沿同一方向移动相同的距离到 F' 的位置,则就说图形 F 在空间作了一次平移,显然图形平移后与原图形全等.

4.空间四边形是专指顶点不在同一平面内的四边形.

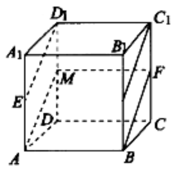
5.在空间图形中遇到中点问题,常考虑添加中位线作为辅助线.

典型例题剖析

例 1　如图,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,E、F 分别为 AA_1、CC_1 的中点,求证:$BF\parallel ED_1$.

证明　取 DD_1 中点 M,连结 AM、FM.

则 $AE \mathrel{\underline{\parallel}} D_1M$，$\therefore$ 四边形 AED_1M 是平行四边形.



$\therefore AM \parallel ED_1$.

$\because DM \mathrel{\underline{\parallel}} CF$，$\therefore$ 四边形 $DMFC$ 是平行四边形.

$\therefore FM \mathrel{\underline{\parallel}} CD$，

$\because AB \mathrel{\underline{\parallel}} CD$，$\therefore FM \mathrel{\underline{\parallel}} AB$.

$\therefore$ 四边形 $ABFM$ 是平行四边形.

$\therefore AM \parallel BF$.

$\because AM \parallel ED_1$，

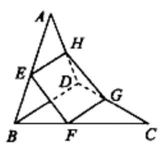
$\therefore BF \parallel ED_1$.

评析 1.判定直线 a 与直线 b 平行的思路是：找到第三条直线 c，证 $a \parallel c$，$b \parallel c$，得 $a \parallel b$.

2.欲证 $AB \parallel CD$，可考查 AD 与 BC 是否平行且相等.若 $AD \mathrel{\underline{\parallel}} BC$，则得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，进而得 $AB \parallel CD$.

例2 已知 E、H 是空间四边形 $ABCD$ 的边 AB、AD 的中点，F、G 是边 BC、CD 上的点，且满足 $\frac{CF}{CB}=\frac{CG}{CD}=\frac{2}{3}$，求证：四边形 $EFGH$ 是梯形.

证明 连结 BD.



$\because E$、H 分别是 AB、AD 的中点.

$\therefore EH \parallel BD$. $EH=\frac{1}{2}BD$.

$\because \frac{CF}{CB}=\frac{CG}{CD}$，$\therefore FG \parallel BD$.

$\therefore \triangle CFG \backsim \triangle CBD$.

$\therefore \frac{FG}{BD}=\frac{CF}{CB}=\frac{2}{3}$，$\therefore FG=\frac{2}{3}BD$.

$\therefore EH \neq FG$，$EH \parallel FG$.

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是梯形.

评析 要证四边形是梯形，不宜用初中的定义，一组对边平行，另一组对边不平行的四边形是梯形，应改用与其等价的定义：一组对边平行且不相等的四边形是梯形.

同步训练 9.4

A

1.下面给出四个结论：

①分别在两个平面内且没有公共点的两条直线互相平行；

②同垂直于一条直线的两条直线平行；

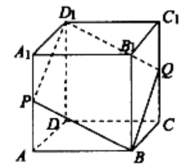
③在空间，有两边及它们的夹角对应相等的两个三角形全等；

④若两条直线分别在两个相交平面内，则这两条直线不可能平行.

其中结论正确的个数为(　　).

A.1个　B.2个　C.3个　D.4个

2.如图正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，P、Q 分别是 AA_1 和 CC_1 的中点，则四边形 D_1PBQ 是(　　).



A.空间四边形

B.正方形

C.菱形

D.梯形

3.给出下列四个命题：

①在空间，若两条直线不相交，则它们一定平行；

②平行于同一直线的两条直线平行；

③一条直线和两条平行线中的一条相交，那么它和另一条也相交；

④空间四条直线 a、b、c、d，如果 $a \parallel b$、$c \parallel d$ 且 $a \parallel d$，那么 $b \parallel c$.其中正确的是(　　).

A.①②③　B.②④　C.③④　D.②③

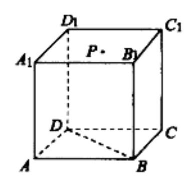
4.A、B 是图形 F 上的两点，将图形 F 平移至 F'，A'、B' 是图形 F' 上与 A、B 对应两点，则线段 AB 与 $A'B'$ 的大小关系是________.

5.空间两个角的两边分别平行，则这两个角的大小关系是________.

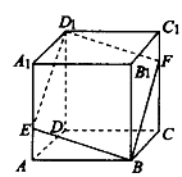
6.如图，在一个长方体木块的 A_1C_1 面上有一点 P.

(1)过点 P 画一条直线与棱 CD 平行，应该怎样画？

(2)若点 P 不在 B_1D_1 上，要过点 P 画一条直线和 BD 平行，又该怎样画？



7.已知 E、F 分别是正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AA_1、CC_1 上的点，且 $AE=C_1F$，求证：四边形 $EBFD_1$ 是平行四边形.



B

1.下面给出四个结论：

①平行于两条相交直线中的一条的直线必与另一条相交；

②没有公共点的两条直线互相平行；

③空间四边形的两条对角线相等，顺次连结各边中点所得四边形是菱形；

④空间四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle BCD=\angle CDA=90°$，则四边形 $ABCD$ 是矩形．

其中正确的结论是(　　)．

A.①②③④　　B.③　　C.③④　　D.②③④

2.若 $\angle AOB=\angle A'O'B'$，且 $OA/\!/O'A'$，OA 与 $O'A'$ 的方向相同，则(　　)．

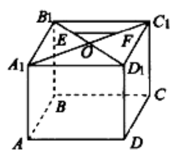
A. OB 与 $O'B'$ 一定平行且方向相同

B. OB 与 $O'B'$ 一定平行但方向不一定相同

C. OB 与 $O'B'$ 一定不平行

D. OB 与 $O'B'$ 可能平行也可能不平行

3.长方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，$A_1C_1\cap B_1D_1=O$，E、F 分别为 OB_1、OC_1 的中点，则长方体的 12 条棱中与 EF 平行的棱共有(　　)．

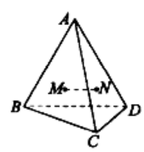


A.1 条　　B.2 条

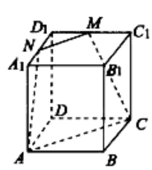
C.3 条　　D.4 条

4.与两条平行直线等距离的直线有________条．

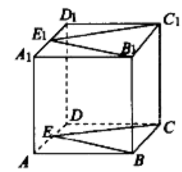
5.如图，空间四边形 $ABCD$ 的对角线 $BD=2$，连结 AC，M、N 分别为△ABC、△ACD 的重心，求 MN 的长度．



6.已知正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中 M、N 分别是 C_1D_1、D_1A_1 的中点，求证：$MNAC$ 是等腰梯形．



7.如图，E、E_1 分别是正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AD、A_1D_1 的中点．求证：$\angle BEC=\angle B_1E_1C_1$．



9.2　空间的平行直线与异面直线

（第二课时）

学法导航

重点难点提示

1.异面直线：不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线．注意“任何”两字．

2.异面直线所成的角：两条异面直线 a、b，经过空间任一点 O 作 $a'/\!/a$，$b'/\!/b$，我们把 a' 和 b' 所成的锐角(或直角)叫做异面直线 a 与 b 所成的角(或夹角)．根据“空间的平行直线”的定理知，直线 a 与 b 所成的锐角(或直角)与直线 a' 与 b' 所成的锐角(或直角)相等．

3.异面直线所成角的取值范围是 $(0,\frac{\pi}{2}]$

4.证明两条直线为异面直线的方法：

(1)连结平面内一点与平面外一点的直线，和这个平面内不经过此点的直线是异面直线．

(2)反证法．

典型例题剖析

例 1　在长方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=\sqrt{3}$，$BB_1=1$．求：

(1)异面直线 AB 与 A_1C_1 所成角的大小；

(2)异面直线 AB_1 与 CD_1 所成角的大小．

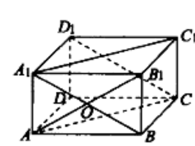
解　(1)连结 AC．

$\because AA_1\underline{/\!/}BB_1$，$BB_1\underline{/\!/}CC_1$，

$\therefore AA_1\underline{/\!/}CC_1$．

$\therefore ACC_1A_1$ 是平行四边形．

$\therefore AC/\!/A_1C_1$．



学习笔记

$\therefore$ 异面直线 AB 与 A_1C_1 所成角等于直线 AB 与 AC 所成的锐角.

在 $Rt\triangle ABC$ 中,$\because AB=BC$,

$\therefore \angle BAC=45°$.

$\therefore$ 异面直线 AB 与 A_1C_1 所成角的大小为 $45°$.

(2)连结 A_1B.

$\because A_1D_1 \underline{\mathbin{/\!/}} AD, AD \underline{\mathbin{/\!/}} BC$,

$\therefore A_1D_1 \underline{\mathbin{/\!/}} BC$.

$\therefore A_1BCD_1$ 是平行四边形.

$\therefore A_1B \underline{\mathbin{/\!/}} CD_1$.

$\therefore$ 异面直线 AB_1 与 CD_1 所成角等于直线 AB_1 与 A_1B 所成的锐角.

在 $Rt\triangle ABB_1$ 中,$AB_1^2=AB^2+BB_1^2=4$.

$\therefore AB_1=A_1B=2$.

设 $AB_1\cap A_1B=O$.

则 $AO=A_1O=1$.

在 $\triangle AOA_1$ 中,$AO=A_1O=AA_1$,

$\therefore \angle AOA_1=60°$.

$\therefore$ 异面直线 AB_1 与 CD_1 所成角的大小为 $60°$.

评析 1.求异面直线所成角的一般步骤是:

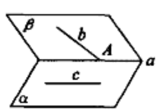
(1)选择适当的点,平移异面直线中的一条或两条直线;

(2)求解平移后两条直线所成的角所在的三角形;

(3)在三角形中,常用直角三角形的边角关系或余弦定理求角的大小.

2.若能判定异面直线垂直,则不需要平移.

例2 已知:如图,平面 α 与平面 β 交于 a,直线 $b\subset\beta$,且 $a\cap b=A$,直线 c 在 α 内,$c/\!/a$,求证:b 与 c 是异面直线.



证法一:在 b 上取异于 A 的一点 B.

$\because a\cap b=A$.

$\therefore B\notin a$.

$\because a\subset\alpha, A\in a$,

$\therefore B\notin\alpha, A\in\alpha$.

$\because a/\!/c, A\in a, \therefore A\notin c$.

根据定理,b 与 c 是异面直线.

证法二:反证法.

假设 b 与 c 共面.

$\because a/\!/c, \therefore A\notin c$.

$\because A\in\alpha, c\subset\alpha$.

$\because$ 过直线与直线外一点的平面有且只有一个.

而 $A\in b$,b 与 c 共面,$\therefore b\subset\alpha$,

又 $\because b\subset\beta$,

$\therefore b$ 是 α 与 β 的交线,即 a 与 b 重合.

这与 $a\cap b=A$ 矛盾.

$\therefore b$ 与 c 是异面直线.

评析 证明两条直线 a、b 是异面直线主要使用反证法.用反证法时,又分两种:(1)假设 a 与 b 共面,导出谬误;(2)假设 a 与 b 相交,或 $a/\!/b$,然后逐一反驳.

同步训练 9.5

A

1.直线 a、b 是异面直线,直线 a、c 是异面直线,则直线 b、c (　　).

A.是异面直线　　B.是平行直线

C.是相交直线　　D.位置关系不能确定

2.直线 a、b 互相垂直,直线 a、c 互相垂直,则直线 b、c(　　).

A.相交　　B.互相平行

C.是异面直线　　D.位置关系不能确定

3.直线 a、b 是异面直线,直线 $c/\!/a$,那么直线 b、c 是(　　).

A.异面直线　　B.相交直线

C.平行直线　　D.异面直线或相交直线

4.下列结论中正确的是(　　).

A.分别在两个平面内的直线一定是异面直线

B.过直线上一点,只可作一直线与已知直线垂直

C.过直线外一点,只可作一条直线与已知直线平行

D.两条直线不相交,则这两条直线互相平行

5.在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的上、下两个面内各任意画一条直线,则这两条直线的位置关系是(　　)

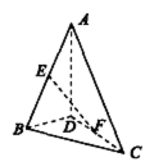
A.异面　　B.互相平行

C.互相垂直　　D.平行或异面

6.正方体12条棱中可组成异面直线共________对.

7.空间四边形 $ABCD$ 中,E、F、G 分别为 AB、AD、CD 中点,若 $AC\perp BD$,则 $\angle EFG=$________.

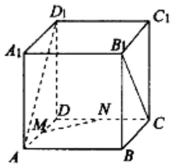
8.空间四边形 $ABCD$ 中,E、F 分别是 AB、CD 的中点,$AC=BD=a$,$EF=\frac{1}{2}a$.求异面直线 AC 与 BD 所成角的大小.



9.如图,在棱长为 a 的正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中,M、N 分别是 AD、DC 的中点.

(1)求异面直线 MN 与 B_1C 所成角的大小;

(2)求异面直线 AD_1 与 B_1C 所成角的大小.



B

1.异面直线 a、b 分别在平面 α、β 内,平面 α、β 交于直线 l,则直线 l 与 a、b 的位置关系是(　　).

A.与 a、b 都相交

B.至少与 a、b 中的一条相交

C.与 a、b 都不相交

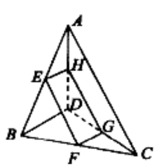
D.至多与 a、b 中的一条相交

2.直线 l、m 分别与异面直线 a、b 相交于不同四点,那么直线 l、m 的位置关系是(　　).

A.平行　　B.相交

C.异面　　D.相交或异面

3.如图,空间四边形 $ABCD$ 的两条对角线互相垂直,顺次连结各边中点的四边形一定是(　　).



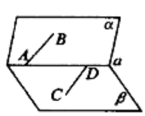
A.空间四边形

B.矩形

C.菱形

D.正方形

4.如图,平面 α 与平面 β 相交于 a,直线 AB 在平面 α 内,直线 CD 在平面 β 内,AB 交 a 于 A,CD 交 a 于 D,且 $\angle BAD=\angle CDA$,那么直线 AB 与 CD 的位置关系是(　　).



A.平行直线　　B.相交直线

C.异面直线　　D.平行直线或异面直线

5.正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中,异面直线 CD_1 和 BC_1 所成角的度数是________.

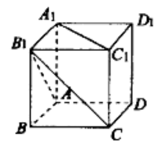
6.空间四边形 $ABCD$ 中,E、F 分别是 AB、CD 的中点,$AD\perp BC$,$AD=BC$,则异面直线 EF 与 BC 所成角的大小是________________.

7.如图,长方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中,$\angle BAB_1=\angle B_1A_1C_1=30°$.求:

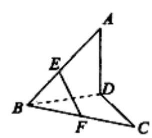
(1)AB 与 A_1C_1 所成角的大小;

(2)AA_1 与 B_1C 所成角的大小;

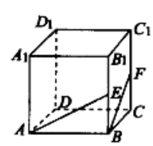
(3)AB_1 与 A_1C_1 所成角的余弦值.



8.如图,空间四边形 $ABCD$ 中,E、F 分别为 AB、BC 的中点,求证:EF 与 AD 为异面直线.



9.如图,正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中,E、F 分别为 BB_1、CC_1 的中点.求异面直线 AE 与 BF 所成角的余弦值.



学习笔记

9.3 直线和平面平行与平面和平面平行

（第一课时）

学法导航

重点难点提示

1.直线在平面外，指的是直线与平面相交或平行.

2.直线 a 与平面 α 相交，不可表示为 $a\cap\alpha$，应表示为 $a\cap\alpha=A$.

3.判定直线与平面平行主要依据判定定理，即“如果不在一个平面内的一条直线和平面内的一条直线平行，那么这条直线和这个平面平行”.这里要注意，“一条直线在平面外”、“一条直线在平面内”这两个条件缺一不可.判定直线与平面平行有时也可根据定义，即直线与平面没有公共点，则直线与平面平行.

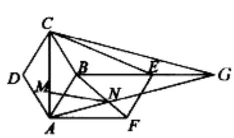
4.当直线 $a/\!/$平面 α 时，a 与 α 内的任一直线 b 没有公共点，即 a 与 b 异面或平行.要得到 $a/\!/b$，就要说明 a 与 b 共面.所以直线与平面平行的性质“如果一条直线与一个平面平行，经过这条直线的平面与这个平面相交，那么这条直线与交线平行”中过这条直线的平面与已知平面的交线就尤为重要了.由“线面平行”得“线线平行”的关键就是找满足条件的平面.

典型例题剖析

例 如图，正方形 $ABCD$ 所在平面与正方形 $ABEF$ 所在平面的交线是 AB，M、N 分别是对角线 AC 和 BF 上的点，且 $AM=FN$.

求证：$MN/\!/$平面 BEC.

证法一：延长 AN 交于 BE 的延长线于 G，连结 CG.



$\because AF/\!/BE$，

$\therefore \dfrac{FN}{FB}=\dfrac{AN}{AG}$.

$\because ABCD$、$ABEF$ 都是正方形，

$\therefore AC=BF$.

$\because AM=FN$，

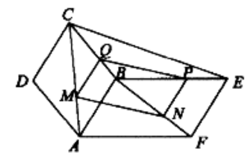
$\therefore \dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AN}{AG}$.

$\therefore MN/\!/CG$，

$\because MN\not\subset$平面 BCE，$CG\subset$平面 BCE.

$\therefore MN/\!/$平面 BEC.

证法二：过 M 在平面 $ABCD$ 内作 $MQ/\!/AB$ 交 BC 于 Q，过 N 在平面 $ABEF$ 内作 $NP/\!/AB$ 交 BE 于 P，连结 PQ.



$\because MQ/\!/AB$，

$\therefore \dfrac{MQ}{AB}=\dfrac{CM}{AC}$.

$\because NP/\!/AB$，$AB/\!/EF$，

$\therefore NP/\!/EF$.

$\therefore \dfrac{PN}{EF}=\dfrac{BN}{BF}$.

$\because$正方形 $ABCD$ 与正方形 $ABEF$ 中 $AC=BF$，$EF=AB$，

又$\because AM=FN$，$\therefore CM=BN$.

$\therefore \dfrac{MQ}{AB}=\dfrac{PN}{EF}$.

$\because AB=EF$，$\therefore MQ=PN$.

$\because MQ/\!/AB$，$NP/\!/AB$，

$\therefore MQ/\!/NP$.

$\therefore$四边形 $MNPQ$ 为平行四边形.

$\therefore MN/\!/PQ$.$\because PQ\subset$平面 BCE，$MN\not\subset$平面 BCE.

$\therefore MN/\!/$平面 BCE.

评析 证线线平行，得线面平行：先观察图形中是否存在过这条直线的一个平面，若存在，再继续观察，这个平面与要证的平面的交线在图形中是否存在，若不存在先作出这两个平面的交线，证明交线与要证的直线平行.如果过要证的直线的平面不存在，就要过直线作一平面.作平面无非是利用两条相交直线确定一个平面，或两条平行直线确定一个平面.

同步训练 9.6

A

1.直线 a 与平面 α 平行的充分条件是(　　).

A.直线 a 与平面 α 内的一条直线不相交

B.直线 a 与平面 α 内的两条相交直线都不相交

C.直线 a 与平面 α 内的无数条直线都不相交

D.直线 a 与平面 α 内的任意一条直线都不相交

2.直线 $a/\!/$平面 α，直线 $b/\!/$平面 α，那么直线 a 与 b 的位置关系是(　　).

A.平行　　　B.异面

C.相交　　　D.不能确定

3.下列结论中正确的是(　　).