丛书主编 董德松（黄冈市教育科学研究院院长）

黄冈题典

高中数学

本册主编 王志明

（高三综合卷）

中国计量出版社 卓越教育图书中心

《黄冈题典》以知识块为单元，分设三个栏目：

◎ 基 础 题：精选典型基础题，覆盖基本概念、基本规律及基本方法。

◎ 能 力 题：一题多解，多题一解，一题多变；类题类比，融会贯通，触类旁通；拓展解题思路，活用解题技巧，提升解题能力。

◎ 高考真题及模拟试题精选：

分析精解近年全国各地的高考真题及模拟试题，点评考题所考查的知识侧重点。

做黄冈真题 得黄冈精髓

黄冈题典 （高中版）

◆ 高中数学（高一卷、高二卷、高三综合卷）

◆ 高中物理（高一卷、高二卷、高三综合卷）

◆ 高中化学（高一卷、高二卷、高三综合卷）

策划组稿：谢 英 张兰珍
责任编辑：黄德胡
责任校对：李 忱
责任印制：凌赛利
封面设计：弓禾碧工作室

ISBN 7-5026-2167-9

9 787502 621674 >

ISBN 7-5026-2167-9/G・452

定价：30.00元

丛书主编　董德松（黄冈市教育科学研究院院长）

黄冈题典

高中数学

（高三综合卷）

本册主编　王志明

中国计量出版社
卓越教育图书中心

图书在版编目(CIP)数据

黄冈题典·高中数学(高三综合卷)/董德松主编；王志明分册主编. —北京：中国计量出版社，2006.6

ISBN 7-5026-2167-9

Ⅰ.黄… Ⅱ.①董…②王… Ⅲ.数学课—高中—习题 Ⅳ.G634

中国版本图书馆(CIP)数据核字(2006)第059408号

中国计量出版社 出版

北京和平里西街甲2号

邮政编码：100013

http://www.zgjl.com.cn

E-mail:jf@zgjl.com.cn

印刷 北京密东印刷有限公司

发行 中国计量出版社总发行 新华书店经销

开本 880 mm×1230 mm 1/32

印张 21.25

字数 486千字

版次 2006年6月第1版 2006年6月第1次印刷

印数 1—6 000册

定价 30.00元

黄冈题典

高中版

编委会

本册主编　王志明

本册编写　王志明　魏玉玲　方　敬　周建国　余汉涛

张桂芬　孙建华　王　涛　郑祥贵　邵　华

樊金生　林菊芳　何青松　王　婷　熊晓敏

黄冈题典

黄冈名师　权威编写

董德松　黄冈市教育科学研究院院长，教育学硕士。长期工作在教学一线，多年主管教学工作，始终站在教改前沿，成功总结出一套完善的教学方法。主编多部教学指导用书，在各级刊物上发表教育教学论文数十篇。

余国清　中学数学高级教师，黄冈市骨干教师，湖北省优秀数学教师，湖北省中学数学专业委员会会员，黄冈市教育学会中学数学专业委员会理事。在《理科考试研究》等多家刊物上发表论文，主编多部教辅图书。

张文华　中学数学高级教师，黄冈市骨干教师，学科带头人，湖北省中学数学专业委员会会员。指导学生多次在全国中学生数学竞赛中获奖，并获优秀指导教师奖。在多家刊物上发表论文数十篇，主编多部优秀教辅图书。

王志明　中学数学高级教师，黄冈市骨干教师，高中数学教研组组长，湖北省中学数学专业委员会会员。在《中学理科月刊》等多家刊物上发表论文 20 余篇，主编多部优秀教辅图书。

黄冈名师　权威编写

王建国　中学物理高级教师，黄冈市骨干教师，高中物理教研组长，湖北省中学物理学会会员。曾获全国物理竞赛优秀指导教师奖。在多家刊物上发表论文数十篇，主编多部畅销教辅图书。

曾利欢　黄冈市重点中学物理高级教师。从教20多年，注重学生能力培养；12年高三任课经历，所带班级的高考物理成绩位居黄冈市前列；多次被授予“先进教学工作者”、“优秀班主任”等称号。主编多部优秀教辅图书。

陈长东　黄冈市重点中学化学高级教师，高中化学教研组组长，学科带头人，华中师大考试中心研究员，湖北省重点中学联考之化学和理综试卷命题人。在《中学化学教育学》等多家刊物上发表论文，编有《高中化学实验》等图书。

徐水娥　黄冈市中学化学高级教师，湖北省优秀化学教师，中国化学学会会员。多次参加湖北省高考阅卷工作。在多家刊物上发表论文20余篇，主编多部教辅图书。

黄冈题典

编写说明

《黄冈题典》由黄冈市教育科学研究院董德松院长亲任主编，编写队伍阵容强大，由数十位长期工作在中学教学一线的资深教师组成。这套丛书凝聚了他们丰富的教学经验和教研成果，体现了黄冈教学的精髓。

《黄冈题典》（高中版）包括高中数学、高中物理、高中化学共9个分册，分别适用于高一至高三各年级，涵盖数学、物理、化学等学科知识要求的各类题型，解析系统、完整，点评明确（点明该题所考查的知识点等）。各册以学科知识块为单元，并分设基础题、能力题和高考真题及模拟试题精选三个栏目。

基础题

精选典型基础习题，覆盖本知识块基本概念、基本规律及基本方法，重在夯实基础。

能力题

侧重知识迁移，实现巩固基础知识到提高综合能力转换，拓展解题思路，活用解题技巧，提升解题能力。**一题多解**（一道习题多法求解）、**多题一解**（不同习题解法相似），融会贯通知识内在联系，培养发散思维；**一题多变**（由条件和结果的变化使题目变化）类题类比，触类旁通，培养归纳能力，提高思维灵活性。

高考真题及模拟试题精选

精选近年全国各地的高考及模拟试题，分析精解，点评考题所考查的知识侧重点。学生可据此了解高考对本知识块考查的深度、广度，有助于分析高考趋势，提高应试能力。

目　录

第 1 章 概率与统计

1.1 随机变量

基础题

1. 投掷均匀硬币一次，随机变量为 （　　）

A. 出现正面的次数　　B. 出现正面或反面的次数

C. 掷硬币的次数　　D. 出现正、反面次数之和

解析 掷一枚硬币，可能出现的结果是正面向上或反面向上. 以一个标准，如正面向上的次数来描述这一随机试验，那么正面向上的次数就是随机变量 ξ 且 ξ 的取值是 0，1，故选 A；而 B 中标准模糊不清，C 中掷硬币次数是 1，都不是随机变量；D 中对应的事件是必然事件. 选 A.

点评 本题考查随机变量的概念. 描述随机试验的随机变量有多种形式，不论选取哪一种形式，随机变量可以表示随机试验的所有可能结果，同时随机变量在选定标准之后，也是变化的.

2. 抛掷 2 颗骰子，所得点数之和记为 ξ，那么 $\xi=4$ 表示的随机试验结果是 （　　）

A. 2 颗都是 4 点

B. 1 颗是 1 点，另 1 颗是 3 点

C. 2 颗都是 2 点

D. 1 颗是 1 点，另 1 颗是 3 点，或者 2 颗都是 2 点

解析 由于抛掷 1 颗骰子，可能出现的点数是 1，2，3，4，5，6 这 6 种情况之一，而 ξ 表示抛掷 2 颗骰子所得到的点数之和. 所以 $\xi=4=1+3=2+2$ 表示的随机试验结果是：1 颗是 1 点，另 1 颗是 3 点，或者 2 颗都是 2 点. 选 D.

点评 本题是考察随机变量的取值所包含的意义. 每一个随机变量的取值都表示确定的随机结果，它反映了随机变量与随机试验的结果之

间的对应关系.

3. ①某机场候机室中一天的游客数量为 ξ；②某网站一天收到的上网次数为 ξ；③某水文站观察到一天中长江的水位为 ξ；④某立交桥一天经过的车辆数为 ξ. 则哪些不是离散型随机变量 （　　）

A. ①中的 ξ　　B. ②中的 ξ　　C. ③中的 ξ　　D. ④中的 ξ

解析　由于机场候机室中一天的游客数、上网的次数、立交桥上一天经过的车辆数都是自然数，故①、②、④中的 ξ 可以一一列出，是属于离散型随机变量. 而③中长江一天的水位是连续变化，它取某一区间的所有值，故 ξ 属于连续型随机变量. 选 C.

点评　本题考查离散型随机变量和连续型随机变量的概念，关键要看该随机变量是否一一列举出来. 如果随机变量 ξ 的取值是有限的，则一定是离散型随机变量；如果随机变量 ξ 的取值是无限的，则 ξ 可能是离散型的随机变量也可能是连续型随机变量，若这时 ξ 是在某区间内任意取值，则是连续型随机变量，否则就是离散型随机变量.

4. 可以作为离散型随机变量的分布列的是 （　　）

A.

ξ_1	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

B.

ξ_2	0	1	2
P	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$

C.

ξ_3	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

D.

ξ_4	1	2	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

解析　根据离散型随机变量的分布列的性质求解.

对于 B 项，由于 $P(0)=-\frac{1}{4}<0$，不符合性质；

对于 C 项，由于 $P(0)+P(1)+P(2)=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}>1$，不符合性质；

对于 D 项，随机变量 ξ_4 的取值 $x_1=x_3=1$，不符合随机变量的意义；

对于 A 项，完全符合离散型随机变量的分布列的定义和性质. 选 A.

点评　本题在解答时，容易忽略表中各随机变量的概率之和为1的限定，认为只要各随机变量的概率满足$0\leqslant p_i\leqslant 1$就行，而导致错选答案．

5．设ξ是1个离散型随机变量，则下列不能够成为ξ的概率分布的一组数是　　（　　）

A. 0，0，0，1，0

B. 0.1，0.2，0.3，0.4

C. P，$1-P$（其中P是实数）

D. $\frac{1}{1\cdot 2}$，$\frac{1}{2\cdot 3}$，…，$\frac{1}{(n-1)\cdot n}$，$\frac{1}{n}$（其中n是正整数）

解析　对于A，由于$0+0+0+1+0=1$，且每个数都大于或等于0，所以这组数可以作为ξ的1种概率分布；

对于B，由于$0.1+0.2+0.3+0.4=1$，且每个数都大于0，所以这组数可作为ξ的1种概率分布；

对于C，虽然$P+1-P=1$，但是不能保证对任意实数P和$1-P$都是非负数(比如取$P=-1$)，所以这组数不能够作为ξ的概率分布；

对于D，由于$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{(n-1)\cdot n}+\frac{1}{n}$
$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{n}$
$=1$，且每个数都是非负数，所以这组数也可作为ξ的1种概率分布．　　选C．

点评　离散型随机变量分布列具有两个性质：

①$p_i\geqslant 0$，$i=1$，2，…；②$p_1+p_2+\cdots+p_i+\cdots=1$．

6．已知随机变量ξ服从二项分布，即$\xi\sim B\left(6,\frac{1}{3}\right)$，则$P(\xi=2)$的值为　　（　　）

A. $\frac{3}{16}$　　B. $\frac{4}{243}$　　C. $\frac{13}{243}$　　D. $\frac{80}{243}$

解析 $P(\xi=2)=C_6^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(1-\frac{1}{3}\right)^4=15\times\frac{1}{9}\times\frac{16}{81}=\frac{80}{243}$，

选 D.

点评 二项分布的分布列为 $P(\xi=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$，其中 $k=0$，1，2，…，n，$q=1-p$，在本题中 $n=6$，$p=\frac{1}{3}$，$k=2$.

7. 随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi=k)=\frac{C}{k(k+1)}$，$k=1$，2，3，4. 其中 C 为常数，则 $P\left(\frac{1}{2}<\xi<\frac{5}{2}\right)$ 等于 （　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{5}{6}$

解析 由 $P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)+P(\xi=4)=1$，即 $\frac{C}{1\times2}+\frac{C}{2\times3}+\frac{C}{3\times4}+\frac{C}{4\times5}=1$ 得 $C=\frac{5}{4}$，

$\therefore P\left(\frac{1}{2}<\xi<\frac{5}{2}\right)=P(\xi=1)+P(\xi=2)=\frac{5}{4}\left(\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}\right)=\frac{5}{6}$.

选 D.

点评 随机变量在某范围内的概率等于它在这个范围内各个取值的概率和.

8. 在 15 个村庄中，有 7 个村庄交通不太方便，现从中任意选 10 个村庄，用 ξ 表示这 10 个村庄中交通不方便的村庄数. 下列概率中等于 $\frac{C_7^4C_8^6}{C_{15}^{10}}$ 的是 （　　）

A. $P(\xi=2)$　　B. $P(\xi\leqslant2)$　　C. $P(\xi=4)$　　D. $P(\xi\leqslant4)$

解析 C_7^4 表示在 7 个村庄中取 4 个，C_8^6 表示在 8 个村庄中取 6 个，故 $C_7^4C_8^6$ 表示取 10 个村庄中有 4 个是交通不方便的村庄.

选 C.

点评 本题也可以分别求出 $P(\xi=2)$，$P(\xi\leqslant2)$，$P(\xi=4)$，$P(\xi\leqslant4)$，再与 $\frac{C_7^4C_8^6}{C_{15}^{10}}$ 作比较.

9. 下面说法正确的是 ( )

A. 离散型随机变量 ξ 的期望 $E\xi$ 反映了 ξ 取值的概率的平均值

B. 离散型随机变量 ξ 的方差 $D\xi$ 反映了 ξ 取值的平均水平

C. 离散型随机变量 ξ 的期望 $E\xi$ 反映了 ξ 取值的平均水平

D. 离散型随机变量 ξ 的方差 $D\xi$ 反映了 ξ 取值的概率的平均值

解析 要分清期望与方差的定义的本质含义，叙述要准确. 离散型随机变量的期望反映了离散型随机变量取值的平均水平，而方差则反映了变量取值的稳定性. 选 C.

点评 离散型随机变量的分布列、期望和方差都是从整体和全局上刻画随机变量的取值情况，分布列只是给出了随机变量取所有可能值的概率，期望反映的是随机变量取值的平均水平，而方差反映的是随机变量 ξ 的取值相对于它的期望的集中与离散程度.

10. 若 ξ 的分布列为 $\begin{array}{c|cc} \xi & 0 & 1 \\ \hline P & p & q \end{array}$，其中 $p\in(0,1)$. 则 ( )

A. $E\xi=p$，$D\xi=p^3$　　B. $E\xi=p$，$D\xi=p^2$

C. $E\xi=q$，$D\xi=q^2$　　D. $E\xi=1-p$，$D\xi=p-p^2$

解析 由于 $p+q=1$，所以 $q=1-p$，

从而 $E\xi=0\times p+1\times q=q=1-p$，

$D\xi=[0-(1-p)]^2p+[1-(1-p)]^2q=(1-p)^2p+p^2(1-p)=p-p^2$. 选 D.

点评 利用 $E\xi$ 和 $D\xi$ 的公式直接求出结果.

11. 已知随机变量 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$

则 ξ 的期望 $E\xi$ 为 ( )

A. 1　　B. $\frac{8}{15}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{14}{15}$

解析 $E\xi=0\times\frac{7}{15}+1\times\frac{7}{15}+2\times\frac{1}{15}=\frac{3}{5}$. 选 C.

点评 已知分布列，可由期望公式直接求结果.

12. 如果ξ是离散型随机变量，$\eta=3\xi+2$，那么 （　　）

A. $E\eta=3E\xi+2$，$D\eta=9D\xi$　　B. $E\eta=3E\xi$，$D\eta=3D\xi+2$

C. $E\eta=3E\xi+2$，$D\eta=9E\xi+4$　　D. $E\eta=3E\xi+4$，$D\eta=3D\xi+2$

解析 由期望与方差的性质知 $E(3\xi+2)=3E\xi+2$，$D(3\xi+2)=9D\xi$. 选 A.

点评 若ξ是随机变量，则$\eta=a\xi+b$(a、b为常数)也是随机变量，且$E\eta=aE\xi+b$，$D\eta=a^2E\xi$.

13. 设随机变量$\xi\sim B(n,p)$，且$E\xi=1.6$，$D\xi=1.28$，则 （　　）

A. $n=8$，$p=0.2$　　B. $n=4$，$p=0.4$

C. $n=5$，$p=0.32$　　D. $n=7$，$p=0.45$

解析 $\because \xi\sim B(n,p)$，$\therefore E\xi=np$，$D\xi=np(1-p)$，

从而有$\begin{cases} np=1.6, \\ np(1-p)=1.28. \end{cases}$解之，得$n=8$，$p=0.2$. 选 A.

点评 二项分布是常见的离散型概率分布，其期望与方差作为公式使用.

14. 设掷1颗骰子的点数为ξ，则 （　　）

A. $E\xi=3.5$，$D\xi=3.5^2$　　B. $E\xi=3.5$，$D\xi=\frac{35}{12}$

C. $E\xi=3.5$，$D\xi=3.5$　　D. $E\xi=3.5$，$D\xi=\frac{35}{16}$

解析 随机变量ξ分布列为

ξ	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

得 $E\xi=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}=3.5$，

$D\xi=(1-3.5)^2\times\frac{1}{6}+(2-3.5)^2\times\frac{1}{6}+(3-3.5)^2\times\frac{1}{6}+(4-3.5)^2\times\frac{1}{6}+(5-3.5)^2\times\frac{1}{6}+(6-3.5)^2\times\frac{1}{6}=\frac{35}{12}$.

选 B.

点评 先求随机变量的分布列，再利用期望和方差公式求其值.

15. 对2个仪器进行独立试验，已知其中一个仪器发生故障的概率为 p_1，另一个发生故障的概率为 p_2，则发生故障的仪器数 ξ 的期望为 ( )

A. p_1p_2　　B. $p_1(1-p_2)+p_2(1-p_1)$

C. $p_1+(1-p_2)$　　D. p_1+p_2

解析 若第 i 台仪器出现故障($i=1,2$). 则 $\xi_i=1$ 或 $\xi_i=0$，故 ξ_1、ξ_2 分别服从两点分布.

而 $\xi=\xi_1+\xi_2$，$\therefore E\xi=E\xi_1+E\xi_2=p_1+p_2$.　选 D.

点评 如果 $E\xi$ 和 $E\eta$ 都存在，则 $E(\xi\pm\eta)=E\xi\pm E\eta$；设 ξ 和 η 是相互独立的两个随机变量，则 $E(\xi\cdot\eta)=E\xi\cdot E\eta$，$D(\xi+\eta)=D\xi+D\eta$.

16. 设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi=k)=\frac{C}{k^2}$，($k=1,2,3$). C 为常数，则 $P(0.5<\xi<2.5)=$________.

解析 由 $\frac{C}{1^2}+\frac{C}{2^2}+\frac{C}{3^2}=1$ 得 $C=\frac{36}{49}$，

$\therefore P(0.5<\xi<2.5)=P(\xi=1)+P(\xi=2)$

$=\frac{36}{49}(1+\frac{1}{4})=\frac{45}{49}$.

点评 根据随机变量分布列的性质求出 C，ξ 在某区间的概率等于该区间内 ξ 各个取值的概率和.

17. 抛掷2颗骰子，所得点数之和 ξ 是1个随机变量，则 $P(\xi\leqslant4)$ $=$________.

解析 相应的基本事件空间有36个基本事件，其中 $\xi=2$ 对应(1,1)；$\xi=3$ 对应(1,2)，(2,1)；$\xi=4$ 对应(1,3)，(2,2)，(3,1).

所以 $P(\xi\leqslant4)=P(\xi=2)+P(\xi=3)+P(\xi=4)=\frac{1}{36}+\frac{2}{36}+\frac{3}{36}=\frac{1}{6}$.

点评　确定 ξ 的各取值的概率是解决问题关键的第一步.

18. 某处有供水龙头 5 个，调查表明每个水龙头被打开的可能为 $\frac{1}{10}$，随机变量 ξ 表示同时被打开的水龙头的个数，则 $P(\xi=3)=$________.

解析　对 5 个水龙头的处理可视为做 5 次试验，每次试验有 2 种可能结果：打开或未打开，相应的概率为 0.1 或 $1-0.1=0.9$.

根据题意 $\xi\sim B(5,0.1)$，从而

$P(\xi=3)=C_5^3(0.1)^3(0.9)^2=0.0081$.

点评　本题将问题提炼为二项分布某个值的概率，就能直接应用公式解题.

19. 设随机变量 ξ 的分布列如表所示，则 k 为________.

ξ	1	2	…	n
P	k	$2k$	…	$2^{n-1}k$

解析　$1=k+2k+4k+\cdots+2^{n-1}k=k(1+2+4+\cdots+2^{n-1})$

$$=k\cdot\frac{1-2^n}{1-2}=k(2^n-1)，\therefore k=\frac{1}{2^n-1}.$$

点评　本题考查了离散型随机变量的分布列的性质，等比数列前 n 项和.

20. 已知随机变量 ξ 的分布列为

ξ	1	2	3	4	5
P	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

若 $\eta=2\xi-3$，则 η 的分布列为

η					
P					

解析　分别令 $\xi=1，2，3，4，5$，则 η 对应值为 $-1，1，3，5，7$，其对应概率为 0.1，0.2，0.4，0.2，0.1. 故填答如表：

η	-1	1	3	4	5
P	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1