



银领工程系列

数字信号处理

陈树新 主编



高等教育出版社
Higher Education Press

银领工程系列

数字信号处理

陈树新 主编
陈树新 罗卫兵 编

高等教育出版社

内容简介

本书全面系统地介绍数字信号处理的基本概念、基本原理和基本分析方法,同时还简要介绍数字信号处理相关的硬件原理和软件仿真方面的知识。全书共分8章,具体内容包括:连续信号与系统的分析,时域离散信号与系统的时域分析,时域离散信号与系统的频域分析,离散傅里叶变换及其快速算法,IIR数字滤波器的理论与设计,FIR数字滤波器的理论与设计,数字信号处理的硬件实现和实训与演示。本书对课程内容进行了优化和提炼,介绍了TMS320系列的DSP芯片,引入了SystemView系统仿真软件,注重从基本技能等方面培养学生。

编者根据多年的教学实践,在内容上注意理论与实践的结合,讲述由浅入深,简明透彻,概念清晰,重点突出,既便于教师组织教学,又有利于学生自学。

本书文字简明,通俗易懂,可用作高职高专电子信息类专业“数字信号处理”课程的教材,也可供相关专业本科生和工程技术人员阅读和参考,还可作为“数字信号处理”培训教材使用。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理 / 陈树新主编. —北京:高等教育出版社, 2005.11

ISBN 7-04-018073-1

I. 数... II. 陈... III. 数字信号-信号处理
-高等学校:技术学校-教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第115511号

策划编辑 孙杰 责任编辑 李葛平 封面设计 王凌波 责任绘图 尹莉
版式设计 王艳红 责任校对 王效珍 责任印制 杨明

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总机 010-58581000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 北京蓝色畅想图书发行有限公司
排 版 高等教育出版社照排中心
印 刷 北京市联华印刷厂

网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>

开 本 787×1092 1/16
印 张 15.5
字 数 370 000

版 次 2005年11月第1版
印 次 2005年11月第1次印刷
定 价 19.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 18073 - 00

出版说明

为了认真贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，落实《2003—2007 年教育振兴行动计划》，缓解国内劳动力市场技能型人才紧缺现状，为我国走新型工业化道路服务，自 2001 年 10 月以来，教育部在永州、武汉和无锡连续三次召开全国高等职业教育产学研经验交流会，明确了高等职业教育要“以服务为宗旨，以就业为导向，走产学研结合的发展道路”，同时明确了高等职业教育的主要任务是培养高技能人才。这类人才既要能动脑，更要能动手，他们既不是白领，也不是蓝领，而是应用型白领，即“银领”。这三次交流会为我国高等职业教育的进一步发展指明了方向。

培养目标的变化直接带来了高等职业教育办学宗旨、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面的改变，也产生了若干值得关注与研究的新课题。对此，我们组织有关高等职业院校进行了多次探讨，并从中遴选出一些较为成熟的成果，组织编写了“银领工程”丛书。本丛书围绕培养符合社会主义市场经济和全面建设小康社会发展要求的“银领”人才的这一宗旨，结合最新的教改成果，反映了最新的职业教育工作思路和发展方向，有益于固化并更好地推广这些经验和成果，很值得广大高等职业院校借鉴。我们的这一想法和做法也得到了教育部领导的肯定，教育部副部长吴启迪专门为首批“银领工程”丛书提笔作序。

我社出版的高等职业教育各专业领域技能型紧缺人才培养培训工程系列教材也将陆续纳入“银领工程”丛书系列。

“银领工程”丛书适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校开办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

2004 年 9 月

前 言

随着电子技术及计算机技术的飞速发展,数字信号处理的新理论和新技术层出不穷,目前它已成为应用最快、成效最显著的学科之一,广泛地应用于通信、语音、雷达、地震、图像、生物医学、遥感遥测、地质勘探、航空航天、故障监测、自动化仪表、家电等领域。作为电子信息类学科的一门专业课或专业基础课,数字信号处理是多门课程相互连接的桥梁和纽带,它实现了从理论到实践的相互过渡,对于培养学生理论分析和综合应用能力有着非常重要的作用。

全书共分8章,主要介绍数字信号处理的有关理论和技术,利用 SystemView 系统仿真软件,对课程中重要的内容进行实验和演示。具体章节内容安排如下:第1章连续信号与系统的分析,实际上这部分属于“信号与系统”课程的内容。通过对这部分内容的回顾或学习,能够为数字信号处理内容的学习提供一个系统的理论铺垫,便于更加透彻地理解新出现的概念。第2章时域离散信号与系统的时域分析,主要针对时域分析的基本原理、基本概念、基本方法进行了描述。第3章时域离散信号与系统的频域分析,介绍序列的傅里叶变换定义及性质,分析时域离散信号与模拟信号傅里叶变换之间的关系,讨论 Z 变换及其应用,讲解时域离散系统的基本网络结构,为今后数字滤波器的设计打下基础。第4章离散傅里叶变换及其快速算法,这是本书的重点章节,主要对离散傅里叶变换和逆变换进行分析,研究频域取样定理,对快速傅里叶变换的实现方法和特点进行描述,在此基础上,讲解 DFT 的应用。第5章 IIR 数字滤波器的理论与设计,讲解数字滤波器的基本概念,介绍模拟滤波器的设计过程,研究、分析和比较模拟滤波器到数字滤波器转换的各种方法和它们的性能。第6章 FIR 数字滤波器的理论与设计,分析和研究 FIR 数字滤波器特性,介绍利用窗函数和频率取样法设计滤波器的原理和过程。第7章数字信号处理的硬件实现,在学习有关数字信号处理理论的基础上,这一章主要介绍数字信号处理技术和方法,同时还对 DSP 芯片以及它们的开发工具和环境进行介绍。第8章实训与演示,在介绍信号级的系统仿真软件 SystemView 的基础上,根据课程的重点内容,编写4个实验,供读者参考和使用。本书前4章介绍数字信号处理的基本理论,属于理论篇;第5章和第6章介绍数字信号处理的实用技术,属于技术篇;后两章对数字信号处理的实际应用方法进行介绍,属于应用篇。

本书在选材上注重数字信号处理理论的系统性、实用性与现代信号处理技术先进性的有机结合;在内容编排上,强调内容的提炼,避免抽象的理论表述与复杂的数学推导,加强必要的物理概念和应用背景的讲解;在编写上,力求简明扼要,深入浅出,着重基本概念、基本原理和基本技术的阐述。本书全部讲解的参考学时为64学时,当然讲授内容也可以根据课程设置的具体情况、专业特点和教学要求自由取舍。例如,为了减少课时,可以仅讲解理论篇和应用篇,对技术篇进行简单的介绍;或者仅讲解理论篇和技术篇,对应用篇进行简单的介绍。为了便于授课,本书配有电子教案以及软件仿真源代码。

本书第1、2、3、4、5、6、7章由陈树新编写,第8章由罗卫兵编写,陈树新规划统稿全书。在本书的编写过程中,始终得到西北工业大学张会生教授的关注与支持;博士研究生邓妍同学和硕士

研究生李宏博同学对本书的初稿进行了阅读,并提出了许多宝贵意见,在此表示感谢。

承蒙原西北大学计算机系主任刘德安教授审阅全书,并提出了许多宝贵的修改意见。在此表示衷心的感谢。

由于数字信号处理的理论和技术发展迅速,编者水平有限,书中难免存在错误和不足之处,恳请读者批评指正。

E-mail: chenshuxin68@qianlong.com

编者

2005年6月

本书使用的符号与说明

符号	名称
$x(t)$	时域连续信号或函数
$x(n)$	时域离散信号或序列
$\tilde{x}(n)$	周期序列
$ X(e^{j\omega}) $	幅度频谱
$\varphi(\omega)$	相位频谱
$X_a(j\Omega)$	模拟信号的傅里叶变换
$X(e^{j\omega})$	序列信号的傅里叶变换
ω_c	为 3 dB 通带截止频率
α_p	通带内允许的最大衰减系数
α_s	阻带内允许的最小衰减系数
ω	数字角频率(rad)
ω_p	通带截止频率
ω_s	阻带截止频率
$\Delta\omega$	过渡带
λ	归一化频率
Ω	模拟角频率(rad/s)
T	取样周期
$h(t)$	单位冲激响应
$h(n)$	单位序列响应
$\hat{h}_a(t)$	取样信号
$g_T(t)$	矩形脉冲(门函数)
f_s	取样频率
$\delta(t)$	冲激函数
$\delta(n)$	单位序列
$\epsilon(t)$	阶跃函数
$\epsilon(n)$	单位阶跃序列
$\delta_T(t)$	周期性冲激函数
$H(s)$	系统函数(连续系统)
$H(z)$	系统函数(离散系统)
$H(e^{j\omega})$	系统的频率响应或系统的频谱函数
c_r	$H(z)$ 的零点
d_r	$H(z)$ 的极点
$R_N(n)$	矩形序列
$w(n)$	窗函数

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

目 录

理 论 篇

第 1 章 连续信号与系统的分析	3	小 结	45
1.1 连续信号与系统的时域分析	3	习 题	46
1.1.1 信号的分类	3	第 3 章 时域离散信号与系统的频	
1.1.2 阶跃信号和冲激信号	5	域分析	48
1.1.3 系统的分类	7	3.1 序列的傅里叶变换	48
1.1.4 冲激响应与线性卷积积分	9	3.1.1 序列傅里叶变换的定义	48
1.2 连续信号与系统的频域分析	10	3.1.2 序列傅里叶变换的性质	49
1.2.1 周期信号的频谱分析	10	3.1.3 $X_s(j\Omega)$ 与 $X(e^{j\omega})$ 之间的关系	54
1.2.2 非周期信号的频谱分析	11	3.2 序列的 Z 变换	57
1.2.3 傅里叶变换的性质及应用	13	3.2.1 Z 变换的定义	57
1.3 连续信号与系统的复频域分析	16	3.2.2 序列特性对收敛域的影响	59
1.3.1 拉普拉斯变换	17	3.2.3 逆 Z 变换	61
1.3.2 拉普拉斯变换的性质	20	3.2.4 Z 变换的主要性质和定理	65
1.3.3 拉普拉斯逆变换	21	3.3 利用 Z 变换分析线性离散系统	67
1.4 系统函数与系统特性分析	24	3.3.1 差分方程的 Z 变换解	67
1.4.1 系统函数	24	3.3.2 系统函数的构建与分析	69
1.4.2 系统函数的零、极点分布对		3.4 离散系统的基本网络结构	72
系统特性的影响	25	3.4.1 用信号流图表示网络结构	73
小 结	27	3.4.2 无限长脉冲响应基本网络结构	75
习 题	28	3.4.3 有限长脉冲响应基本网络结构	78
第 2 章 时域离散信号与系统的时域		小 结	79
分析	31	习 题	82
2.1 时域离散信号	31	第 4 章 离散傅里叶变换及其快速	
2.1.1 常用的典型序列	31	算法	84
2.1.2 序列的运算	35	4.1 DFT 的定义及物理意义	84
2.2 时域离散系统	36	4.1.1 DFT 的定义	84
2.2.1 线性时不变离散系统	36	4.1.2 DFT 和 Z 变换的关系	85
2.2.2 离散系统的因果性和稳定性	40	4.1.3 DFT 的线性和周期性	86
2.3 模拟信号的数字处理方法	41	4.2 离散傅里叶变换的性质	88
2.3.1 取样及取样定理	41	4.2.1 循环移位性质	88
2.3.2 将数字信号转换成模拟信号	44	4.2.2 循环卷积定理	89

4.2.3 DFT 的对称性	91	4.5.1 FFT 算法的规律与特点	101
4.3 频域取样定理	93	4.5.2 改进 FFT 算法措施	104
4.3.1 频域取样过程	93	4.6 FFT 的应用举例	105
4.3.2 利用频域取样信号恢复原始信号	94	4.6.1 利用 FFT 计算 IDFT	105
4.4 快速傅里叶变换(FFT)	95	4.6.2 利用 FFT 计算线性卷积	106
4.4.1 从 DFT 到 FFT	95	4.6.3 利用 DFT 对信号进行谱分析	108
4.4.2 时域抽取法基-2FFT 算法	96	小 结	111
4.4.3 频域抽取法基-2FFT 算法	99	习 题	112
4.5 FFT 算法的特点和改进措施	101		

技 术 篇

第 5 章 IIR 数字滤波器的理论与

设计	117
5.1 数字滤波器的基本概念	117
5.1.1 数字滤波器的分类	117
5.1.2 数字滤波器的技术要求和设计 步骤	119
5.2 模拟滤波器的设计	121
5.2.1 模拟低通滤波器的设计指标	121
5.2.2 巴特沃斯低通滤波器的设计	122
5.2.3 模拟高通、带通、带阻滤波器的 设计	126
5.3 IIR 数字滤波器的设计	130
5.3.1 利用脉冲响应不变法设计 IIR 数字 低通滤波器	131
5.3.2 利用双线性变换法设计 IIR 数字 低通滤波器	134
5.3.3 利用模拟滤波器设计 IIR 数字 高通、带通和带阻滤波器	139
5.3.4 IIR 数字滤波器的直接设计法—— 零极点累试法	142
小 结	143

习 题	145
-----------	-----

第 6 章 FIR 数字滤波器的理论与

设计	146
6.1 FIR 数字滤波器特性	146
6.1.1 线性相位条件	146
6.1.2 线性相位 FIR 滤波器幅度特 性的特点	149
6.1.3 线性相位 FIR 滤波器零点分布和 网络结构	152
6.2 利用窗函数法设计 FIR 滤波器	154
6.2.1 窗函数设计法的基本思想	154
6.2.2 常用的窗函数	158
6.2.3 用窗函数法设计 FIR 滤波器	161
6.3 利用频率取样法设计 FIR 滤波器	163
6.3.1 FIR 网络的频率取样结构	163
6.3.2 频率取样法的基本思想	165
6.3.3 频率取样法需要解决的问题与 对策	166
6.4 IIR 和 FIR 数字滤波器的比较	170
小 结	171
习 题	174

应 用 篇

第 7 章 数字信号处理的硬件实现

7.1 DSP 系统与芯片	179
7.1.1 DSP 系统	179
7.1.2 DSP 芯片的发展历史	181
7.1.3 DSP 芯片的分类	182

7.1.4 DSP 芯片的选择	183
7.2 DSP 芯片的基本结构	184
7.2.1 哈佛结构	184
7.2.2 硬件乘法器和特殊的 DSP 指令	185
7.2.3 指令系统的多级流水线	186

7.3 TI 定点运算 DSP 芯片	187	第 8 章 实训与演示	208
7.3.1 TMS320C1X	187	8.1 SystemView 软件及应用	209
7.3.2 TMS320C2X	188	8.1.1 SystemView 软件的安装	209
7.3.3 TMS320C5X	189	8.1.2 SystemView 的运行环境	209
7.3.4 其它新型定点运算 DSP 芯片	192	8.2 实验一:信号、系统与系统响应	212
7.4 TI 其它类型的 DSP 芯片	193	8.2.1 实验准备	212
7.4.1 TI 浮点 DSP 芯片	193	8.2.2 实验内容	213
7.4.2 多处理器 DSP 芯片——		8.3 实验二:用 DFT 计算线性卷积	217
TMS320C8X	196	8.3.1 实验准备	217
7.5 DSP 的开发环境	197	8.3.2 实验内容	218
7.5.1 C 编译器	197	8.4 实验三:IIR 数字滤波器设计	220
7.5.2 汇编语言工具	200	8.4.1 实验准备	220
7.5.3 系统集成与调试工具	201	8.4.2 实验内容	221
7.5.4 DSP 的操作系统	205	8.5 实验四:FIR 数字滤波器设计	224
小 结	206	8.5.1 实验准备	224
习 题	207	8.5.2 实验内容	225
部分习题解答	229		
参考书目	234		

理 论 篇

100

100

100

第1章

连续信号与系统的分析

“信号”和“系统”是两个紧密关联的概念,信号在系统中按一定规律运动着和变化着,系统受输入信号的驱动,并对它进行“加工”和“处理”,之后发送输出信号。因此,输入信号常称为激励,而输出信号常称为响应。如果以时间为自变量,研究连续信号通过系统后的响应就被称为连续信号与系统的时域分析。除了时域分析之外,频域分析是信号与系统分析的另一重要手段,利用频域分析法可以加深理解滤波器系统中非常重要的带宽概念,对信号的功率谱分析也极为有利。

本章介绍连续信号与系统的时域分析,在对信号和系统频域分析的基础上,引入复频域分析方法,它的引入极大地拓宽了人们的“视野”,使过去不易解决或不能解决的信号与系统问题得到了比较满意的结果。本章最后对系统函数以及系统特性进行分析。

1.1 连续信号与系统的时域分析

信号通常可表示为时间函数,如果以时间作为自变量,不仅可以研究连续信号本身的特性,而且还可以研究连续信号通过系统以后的响应,这种研究方法称为连续信号与系统的时域分析。

1.1.1 信号的分类

信号是消息的表现形式,通常体现为随若干变量而变化的某种物理量。在数学上,信号也可以描述为一个或多个独立变量的函数。例如,在电子信息系统中,常用的电压、电流、电荷或磁通等都可以是信号,这类信号可以理解为时间 t 或其它变量的函数;在气象观测中,由探空气球携带仪器测量得到的温度、气压等数据信号,可看成是随海拔高度 h 变化的函数;又如在图像处理系统中,描述平面黑白图像像素灰度变化情况的图像信号,可以表示为平面坐标位置的函数,等等。

如果信号是单个独立变量的函数,称这种信号为一维信号。一般情况下,信号为 n 个独立变量的函数时,就称为 n 维信号。本书只讨论一维信号,并且,为了方便起见,一般都将信号的自变量设为时间 t 或序号 k 。连续信号通常可表示为时间函数 $x(t)$ 。

与函数一样,一个实用的信号除用解析式描述外,还可用图形、测量数据或统计数据描述。通常,将信号的图形表示称为波形或波形图。

信号随时间变化的规律是多种多样的,为了便于研究和分析,信号可以从不同的角度进行

分类。

1. 确定信号和随机信号

从数学观点来看,信号是时间的函数。如果某一信号可以用明确的数学表达式表示,则称该信号为确定信号,有时也称为规则信号,如图 1.1.1(a)所示。有些信号没有确定的数学表达式,当给定一个时间值时,信号的取值并不确定,通常只知道它取某一数值的概率,则称这种信号为随机信号或不规则信号,如图 1.1.1(b)所示。

严格地说,所有携带信息的信号都是随机信号,对于接收者来说并不能确定地预知信号在某一瞬间的取值,因此,研究随机信号时需要使用统计的观点和方法。

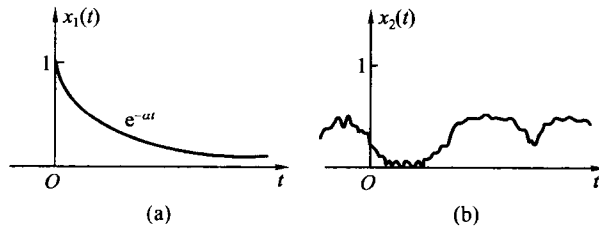


图 1.1.1 确定信号与随机信号波形

2. 连续信号和离散信号

在连续时间范围内 ($-\infty < t < \infty$) 有定义的信号称为连续时间信号,简称连续信号。这里“连续”是指函数的定义域——时间是连续的,至于信号的值域可以是连续的,也可以不是,波形如图 1.1.2(a)所示。

与连续信号相对应,仅在一些离散的瞬间才有定义的信号被称为离散时间信号,简称离散信号(或时域离散信号)。这里“离散”是指信号的定义域——时间是离散的,信号只取某些规定时刻的值。如果信号的自变量是时间 t ,那么离散信号是定义在一些离散时刻的值,在其余时间将不予定义,其波形如图 1.1.2(b)所示。如果离散信号的值域取值是离散的,那么这种时域离散信号就被称为数字信号。

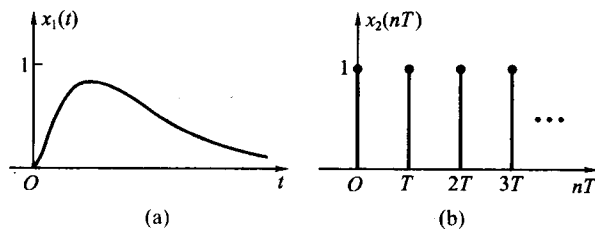


图 1.1.2 连续信号与离散信号波形

3. 周期信号和非周期信号

在 t 取值范围 ($-\infty < t < \infty$) 中,存在一个非“0”有限值 T ,如果信号 $x(t)$ 满足

$$x(t) = x(t + nT), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1.1)$$

则称 $x(t)$ 为周期信号,周期为 T 。

反之,不能满足此关系的称为非周期信号。实际上,不存在严格按数学定义的周期信号,因为任何信号都是有开始时间和结束时间,但如果在比较长的时间内信号是重复着某一变化规律的确定信号,则可以近似地认为是周期信号。图 1.1.3 描述了连续周期信号与离散周期信号波形。

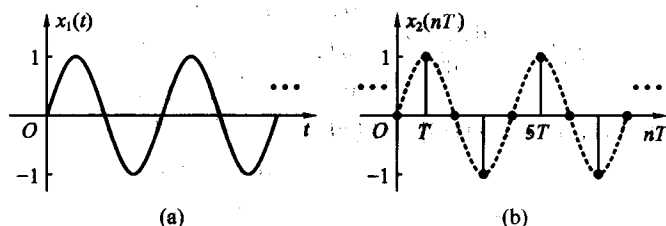


图 1.1.3 连续周期信号与离散周期信号波形

4. 实信号和复信号

物理可实现的信号通常是时间 t 的实函数,其在各时刻的函数值为实数,这种信号被称为实信号。函数值为复数的信号称为复信号,最常用的是复指数信号。连续时间的复指数信号可表示为

$$x(t) = e^{st} = e^{(\sigma + j\Omega)t} = e^{\sigma t} \cos(\Omega t) + je^{\sigma t} \sin(\Omega t) \quad (1.1.2)$$

可见,一个复指数信号可分解为实、虚两部分,而 $e^{\sigma t} \cos(\Omega t)$ 和 $e^{\sigma t} \sin(\Omega t)$ 均为实信号。它们频率相同,如果 $\sigma < 0$,幅度随时间变化的做正(余)弦衰减振荡。 s 的实部 σ 表征了该信号幅度随时间变化的状况,虚部 Ω 表征了其振荡角频率。

5. 功率信号和能量信号

如果一个信号 $x(t)$ (电流或电压)作用在 1Ω 电阻上,瞬时功率为 $|x(t)|^2$,在时间 $(-T/2, T/2)$ 内消耗的能量 E 和功率 S 分别为

$$E = \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt, S = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \quad (1.1.3)$$

当 $T \rightarrow \infty$ 时,如果 E 存在, $x(t)$ 称为能量信号,此时平均功率 $S = 0$ 。反之,如果 $T \rightarrow \infty$ 时 E 不存在(无穷大),而 S 存在,则 $x(t)$ 称为功率信号。

周期信号一定是功率信号,非周期信号可以是功率信号,也可以是能量信号。

1.1.2 阶跃信号和冲激信号

对于一般的连续信号如正弦信号等,通常可以表示为时间函数 $x(t)$,它表明自变量时间与函数数值之间的对应关系,这类函数被称为普通函数。但是,在实际应用中如果要考察某些物理量在空间或时间坐标上集中于一点的物理现象,普通函数的概念就不够用了,这时就必须引入一种全新的数学模型,也就是奇异函数。阶跃函数和冲激函数就是这样一类奇异函数,它们的描述方法完全不同于普通函数,它们的信号表现形式就是阶跃信号和冲激信号。下面就从极限概念入手对它们进行分析研究。

设有一个函数为

$$\gamma_n(t) = \begin{cases} 0, & t < -1/n \\ 1/2 + nt/2, & -1/n < t < 1/n \\ 1, & t > 1/n \end{cases} \quad (1.1.4)$$

它是在区间 $(-\infty < t < \infty)$ 上都有定义的可微函数,其导数可以表示为

$$p_n(t) = \frac{d\gamma_n(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & t < -1/n \\ n/2, & -1/n < t < 1/n \\ 0, & t > 1/n \end{cases} \quad (1.1.5)$$

对式(1.1.4)和式(1.1.5)取 $n \rightarrow \infty$ 的极限可以得到

$$\epsilon(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/2, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1.1.6)$$

$$\delta(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} p_n(t)$$

图 1.1.4 给出了阶跃函数和冲激函数的图形描述。根据以上讨论可知,阶跃函数与冲激函数的关系是

$$\epsilon(t) = \int_{-\infty}^t \delta(x) dx, \quad \delta(t) = \frac{d\epsilon(t)}{dt} \quad (1.1.7)$$

英国物理学家狄拉克(P. M. Dirac)给出了冲激函数的另一种定义

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1.1.8)$$

式(1.1.8)的含义表明在冲激函数波形下的面积等于 1。

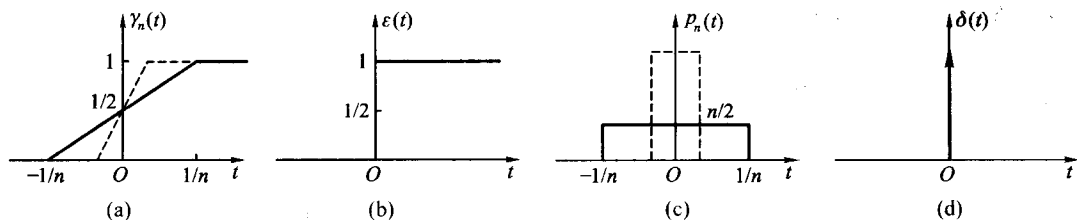


图 1.1.4 阶跃函数和冲激函数

冲激函数 $\delta(t)$ 表示在 $t=0$ 处的冲激,如果在 $t=t_1$ 处出现的冲激可写为 $\delta(t-t_1)$ 。假设 a 是常数,则 $a\delta(t)$ 表示出现在 $t=0$ 处,强度为 a 的冲激函数;如 a 为负值,则表示强度为 $|a|$ 的负冲激。数学家施瓦兹(L. Schwartz)在 1945—1950 年间对这类奇异函数给出了严格的数学定义,为研究奇异函数奠定了基础。下面研究冲激函数的两个重要性质。

1. $\delta(t)$ 是偶函数

因为

$$\delta(t) = \frac{d\epsilon(t)}{dt}$$

对上式以 $-t$ 换为 t ,有