

根据最新考试大纲和最新版教材编写
16所重点中学特级教师联袂奉献

名师点评
2006年高考
精选试题



总主编 耿立志

优化备考

高考航标 锁定目标、梳理知识
提高备考的针对性

经典指津 化解教材重点、难点、疑点
帮你登上高考直通车

优化测试 达标题、创新题强化训练
减少临场失误提高应试能力

数学

总复习

 科学技术文献出版社



◎ 高考敲门砖

优化备考 数学总复习

(修订版)

总主编：耿立志 高考研究专家 全国特级教师
国家级教育科研课题首席主持

顾问：王文琪 全国中学教育科研联合体秘书长
国家新课程标准研究著名专家
王勇盛 国际基础教育研究亚洲区副主任
全国素质教育研究论坛主席团主席

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

北 京

图书在版编目(CIP)数据

优化备考数学总复习/李秋等主编.-3版(修订版).-北京:科学技术文献出版社,2006.7

(高考敲门砖)

ISBN 7-5023-4344-X

I. 优… II. 李… III. 数学课-高中-升学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 060609 号

出 版 者 科学技术文献出版社

地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038

图书编务部电话 (010)58882909,(010)58882959(传真)

图书发行部电话 (010)68514009,(010)68514035(传真)

邮 购 部 电 话 (010)(010)58882952

网 址 <http://www.stdph.com>

E-mail: stdph@istic.ac.cn

策 划 编 辑 科 文

责 任 编 辑 马永红

责 任 校 对 唐 炜

责 任 出 版 王杰馨

发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销

印 刷 者 北京正豪彩色印刷有限责任公司

版 (印) 次 2006 年 7 月第 3 版第 1 次印刷

开 本 787×1092 16 开

字 数 375 千

印 张 13

印 数 1~9000 册

定 价 15.00 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

(京)新登字 130 号

《高考敲门砖》丛书编委会

- 主 任:** 耿立志(特级教师、高考研究专家)
石丽杰(博士生导师、教学理论专家)
- 委 员:** 王继武(数学特级教师) 何宏俭(语文特级教师)
刘伟东(英语特级教师) 张达伟(物理特级教师)
孙荣华(化学特级教师) 陈正宜(生物特级教师)
李忠民(政治特级教师) 姜双丹(历史特级教师)
张云英(地理特级教师) 王 勇(教育学博士)
王来宁(国家级教育科研课题专家组成员)
纪立伏(教育部首批国家级骨干教师、优秀校长)
张秀军(南开大学博士、国家新课标研究专家)
王立安(博士生导师、高考阅卷评价专家)
- 总 主 编:** 耿立志(兼总策划)

本册主编: 李 秋 张建强 窦玉梅

副 主 编: 吕凤楼 张秀梅

编 者: 张 颖 李振云 瞿淑芝 陈玉珍
李 彪 王 丹 王敬敏 胡彦慧
宋 攀 王 芳 张成瑞 周 敏

DOI: 10.1002/for



科学技术文献出版社方位示意图

总 序

《高考敲门砖》是由全国高考命题研究专家精心策划的一套新颖实用的教辅品牌书。本书准确把握2007年高考改革的发展趋向,注重学科知识与当今热点、焦点问题的综合运用,充分体现“新考纲、新课标、新高考模式、新命题角度”对高中教学与备考的全新要求。六大亮点是:

★ 名校名师 权威编著

作者群体由北大附中、北师大附中、湖南师大附中、山东师大附中、成都新华实验中学、河北唐山一中、河北师大附中等16所全国重点中学的29位特级教师和37位教学一线的国家级骨干教师组成。并聘请4所重点师范大学的9位博士生导师主持各学科的审定。

★ 继承优秀 勇于创新

修订时,在继承以往优秀成果的基础上,更加注重创新。因为创设新情境永远是高考命题的一大追求。编著理念是既源于教材,又贴进生活,具有鲜明的时代气息和科技应用意识。

★ 紧扣考纲 关注考情

依据教育部最新教学大纲和最新考试大纲,结合近年高考试卷的规律、趋势,聚焦易考点、扫描重点、突破难点。

★ 梯度练习 凸现能力

练习设计分素质能力测试和综合创新运用两部分,做到了梯度训练,加强了对学生双基知识的理解能力、知识迁移能力的培养,做到举一反三,触类旁通。

★ 理念前瞻 设计新颖

背景材料引用新颖,信息前沿,体现最新高考命题导向,与时俱进,力求拓宽考生视野,提高综合素质。

★ 以人为本 质量第一

尊奉以人为本、学生至上的编著理论,切实保证质量优,服务佳。洞察学生高考复习的认知误区,充分挖掘思维潜能,利于学生高效掌握考点,达到学习上质的飞跃。

我们最大的愿望是携手莘莘学子共同迎接新一轮高考改革的挑战,跨越高考,实现梦想!

丛书编委会

2006年于北京

2006 年高考试题精选与点评



一、选择题

1. (06 江苏卷) 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()

- A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$
C. $A \neq C$ D. $A = \phi$

答案: A

点评: 由 $A \subseteq A \cup B = B \cap C \subseteq C$ 可知 A 正确. 事实上, $A \subseteq B \subseteq C$.

2. (06 全国卷) 设集合 $M = \{x | x^2 - x < 0\}$, $N = \{x | |x| < 2\}$, 则 ()

- A. $M \cap N = \phi$ B. $M \cap N = M$
C. $M \cup N = M$ D. $M \cup N = R$

答案: B

点评: $M = [0, 1]$, $N = [-2, 2]$.

3. (06 全国卷) 设集合 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. 选择 I 的两个非空子集 A 和 B , 要使 B 中最小的数大于 A 中最大的数, 则不同的选择方法共有 ()

- A. 50 种 B. 49 种
C. 48 种 D. 47 种

答案: B

点评: 若 A 中最大数为 1, 有 $1 \times (2^4 - 1) = 15$ 种; 若 A 中最大数为 2, 有 $2^1 \times (2^3 - 1) = 14$ 种; 若 A 中最大数为 3, 有 $2^2 \times (2^2 - 1) = 12$ 种; 若 A 中最大数为 4, 有 $2^3 \times 1 = 8$ 种.

4. (06 安徽卷) 设 $a, b \in R$, 已知命题 $p: a = b$; 命题 $q: \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$, 则 p 是 q 成立的 ()

- A. 必要不充分条件
B. 充分不必要条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

答案: B

点评: 命题 $p: a = b$ 是命题 $q: \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$ 等号成立的条件, 故选 B.

5. (06 陕西卷) “ α, β, γ 成等差数列” 是 “等式 $\sin(\alpha + \gamma) = \sin 2\beta$ 成立” 的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分又不必要条件

答案: A

点评: $\sin(\alpha + \gamma) = \sin 2\beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma = \beta + 2k\pi$ 或 $\alpha + \gamma = \pi - \beta + 2k\pi$

6. (06 湖北卷) 设 $f(x) = \lg \frac{2+x}{2-x}$, 则 $f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{2}{x}\right)$ 的定义域为 ()

- A. $(-4, 0) \cup (0, 4)$ B. $(-4, -1) \cup (1, 4)$
C. $(-2, -1) \cup (1, 2)$ D. $(-4, -2) \cup (2, 4)$

答案: B

点评: 考查复合函数的定义域.

7. (06 安徽卷) 设 $a > 0$, 对于函数 $f(x) = \frac{\sin x + a}{\sin x}$ ($0 < x < \pi$), 下列结论正确的是 ()

- A. 有最大值而无最小值
B. 有最小值而无最大值
C. 有最大值且有最小值
D. 既无最大值又无最小值

答案: B

点评: 考查函数值域. 令 $t = \sin x$, $t \in (0, 1]$, 则函数 $f(x) = \frac{\sin x + a}{\sin x}$ ($0 < x < \pi$) 的值域为函数 $y = 1 + \frac{a}{t}$, $t \in (0, 1]$ 的值域, 又 $a > 0$, 所以 $y = 1 + \frac{a}{t}$, $t \in (0, 1]$ 是一个减函数, 故选 B.

8. (06 全国卷) 函数 $y = f(x)$ 的图象与函数 $g(x) = \log_2 x$ ($x > 0$) 的图象关于原点对称, 则 $f(x)$ 的表达式为 ()

- A. $f(x) = \frac{1}{\log_2 x}$ ($x > 0$)

- B. $f(x) = \frac{1}{\log_2(-x)} (x < 0)$
 C. $f(x) = -\log_2 x (x > 0)$
 D. $f(x) = -\log_2(-x) (x < 0)$

答案:D

点评:考查函数图象的变换.

9. (06 全国卷) 若 $f(\sin x) = 3 - \cos 2x$, 则 $f(\cos x) = (\quad)$

- A. $3 - \cos 2x$ B. $3 - \sin 2x$
 C. $3 + \cos 2x$ D. $3 + \sin 2x$

答案:C

点评:考查解析式的求法. $f(\sin x) = 2 + 2\sin^2 x$, 所以, $f(\cos x) = 2 + 2\cos^2 x$.

10. (06 安徽卷) 函数 $y = \begin{cases} 2x (x \geq 0) \\ -x^2 (x < 0) \end{cases}$ 的反函数是()

- A. $y = \begin{cases} \frac{x}{2} (x \geq 0) \\ \sqrt{-x} (x < 0) \end{cases}$
 B. $y = \begin{cases} 2x (x \geq 0) \\ \sqrt{-x} (x < 0) \end{cases}$
 C. $y = \begin{cases} \frac{x}{2} (x \geq 0) \\ -\sqrt{-x} (x < 0) \end{cases}$
 D. $y = \begin{cases} 2x (x \geq 0) \\ -\sqrt{-x} (x < 0) \end{cases}$

答案:C

点评:掌握“分段函数分段求”的原则.

11. (06 湖北卷) 关于 x 的方程 $(x^2 - 1)^2 - |x^2 - 1| + k = 0$, 给出下列四个命题:

- ①存在实数 k , 使得方程恰有 2 个不同的实根;
 ②存在实数 k , 使得方程恰有 4 个不同的实根;
 ③存在实数 k , 使得方程恰有 5 个不同的实根;
 ④存在实数 k , 使得方程恰有 8 个不同的实根.

其中假命题的个数是()

- A. 0 B. 1
 C. 2 D. 3

答案:B

点评:设 $x^2 = t$, 则 $k = f(t) = |t - 1| - (t - 1)^2$
 $= \begin{cases} -t^2 + 3t - 2 & (t \geq 1) \\ -t^2 + t & (t < 1) \end{cases}$ 画出图像, 分析可知②不正确.

12. (06 全国卷) 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{S_6}{S_{12}} = (\quad)$

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{3}$
 C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{9}$

答案:A

点评:由等差数列性质, $S_3, S_6 - S_3, S_9 - S_6, S_{12} - S_9$ 仍成等差数列, 不妨设 $S_3 = 1$, 则 $S_6 = 1 + 2 = 3, S_{12} = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

13. (06 浙江卷) 函数 $y = \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \sin^2 x, x \in \mathbf{R}$ 的值域是()

- A. $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$
 B. $[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}]$
 C. $[-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}]$
 D. $[-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}]$

答案:C

点评:利用辅助角公式求三角式的值域.

14. (06 全国卷) 函数 $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ 的单调增区间为()

- A. $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}), k \in \mathbf{Z}$
 B. $(k\pi, (k+1)\pi), k \in \mathbf{Z}$
 C. $(k\pi - \frac{3\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}), k \in \mathbf{Z}$
 D. $(k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4}), k \in \mathbf{Z}$

答案:C

点评:考查三角函数的单调性.

15. (06 全国卷) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 a, b, c 成等比数列, 且 $c = 2a$, 则 $\cos B = (\quad)$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

答案:B

点评:三角函数与数列结合.

16. (06 安徽卷) 如果 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 的三个内角的余弦值分别等于 $\triangle A_2 B_2 C_2$ 的三个内角的正弦值, 则()

- A. $\triangle A_1 B_1 C_1$ 和 $\triangle A_2 B_2 C_2$ 都是锐角三角形
 B. $\triangle A_1 B_1 C_1$ 和 $\triangle A_2 B_2 C_2$ 都是钝角三角形
 C. $\triangle A_1 B_1 C_1$ 是钝角三角形, $\triangle A_2 B_2 C_2$ 是锐角三角形

D. $\triangle A_1B_1C_1$ 是锐角三角形, $\triangle A_2B_2C_2$ 是钝角三角形

答案:D

点评: $\triangle A_1B_1C_1$ 的三个内角的余弦值均大于 0, 则 $\triangle A_1B_1C_1$ 是锐角三角形, 若 $\triangle A_2B_2C_2$ 是锐

角三角形, 由
$$\begin{cases} \sin A_2 = \cos A_1 = \sin(\frac{\pi}{2} - A_1) \\ \sin B_2 = \cos B_1 = \sin(\frac{\pi}{2} - B_1) \\ \sin C_2 = \cos C_1 = \sin(\frac{\pi}{2} - C_1) \end{cases}$$
 得

$$\begin{cases} A_2 = \frac{\pi}{2} - A_1 \\ B_2 = \frac{\pi}{2} - B_1, \text{ 那么, } A_2 + B_2 + C_2 = \frac{\pi}{2}, \text{ 所以} \\ C_2 = \frac{\pi}{2} - C_1 \end{cases}$$

$\triangle A_2B_2C_2$ 是钝角三角形. 故选 D.

17. (06 全国卷) 设平面向量 a_1, a_2, a_3 的和 $a_1 + a_2 + a_3 = 0$. 如果向量 b_1, b_2, b_3 满足 $|b_i| = 2|a_i|$, 且 a_i 顺时针旋转 30° 后与 b_i 同向, 其中 $i = 1, 2, 3$, 则()

- A. $-b_1 + b_2 + b_3 = 0$ B. $b_1 - b_2 + b_3 = 0$
C. $b_1 + b_2 - b_3 = 0$ D. $b_1 + b_2 + b_3 = 0$

答案:D

18. (06 江苏卷) 已知两点 $M(-2, 0), N(2, 0)$, 点 P 为坐标平面内的动点, 满足 $|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{MP}| + |\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{NP}| = 0$, 则动点 $P(x, y)$ 的轨迹方程为()

- A. $y^2 = 8x$ B. $y^2 = -8x$
C. $y^2 = 4x$ D. $y^2 = -4x$

答案:B

点评: 向量是形式, 解析是实质.

19. (06 陕西卷) 已知非零向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 满足 $(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ 且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \cdot \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 为()

- A. 三边均不相等的三角形 B. 直角三角形
C. 等腰非等边三角形 D. 等边三角形

答案:D

20. (06 江苏卷) 设 a, b, c 是互不相等的正数, 则下列等式中不恒成立的是()

- A. $|a - b| \leq |a - c| + |b - c|$

B. $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq a + \frac{1}{a}$

C. $|a - b| + \frac{1}{a - b} \geq 2$

D. $\sqrt{a+3} - \sqrt{a+1} \leq \sqrt{a+2} - \sqrt{a}$

答案:C

点评: 考查不等式的基本性质.

21. (06 安徽卷) 若曲线 $y = x^4$ 的一条切线 l 与直线 $x + 4y - 8 = 0$ 垂直, 则 l 的方程为()

- A. $4x - y - 3 = 0$ B. $x + 4y - 5 = 0$
C. $4x - y + 3 = 0$ D. $x + 4y + 3 = 0$

答案:A

点评: 与直线 $x + 4y - 8 = 0$ 垂直的直线 l 为 $4x - y + m = 0$, 即 $y = x^4$ 在某一点的导数为 4, 而 $y' = 4x^3$, 所以 $y = x^4$ 在 $(1, 1)$ 处导数为 4, 此点的切线为 $4x - y - 3 = 0$.

22. (06 全国卷) 双曲线 $mx^2 + y^2 = 1$ 的虚轴长是实轴长的 2 倍, 则 $m =$ ()

- A. $-\frac{1}{4}$ B. -4
C. 4 D. $\frac{1}{4}$

答案:A

点评: 考查圆锥曲线的几何量.

23. (06 全国卷) 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 B, C 在椭圆 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 上, 顶点 A 是椭圆的一个焦点, 且椭圆的另外一个焦点在 BC 边上, 则 $\triangle ABC$ 的周长是()

- A. $2\sqrt{3}$ B. 6
C. $4\sqrt{3}$ D. 12

答案:C

点评: 考查焦点三角形的特性.

24. (06 安徽卷) 若抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的右焦点重合, 则 p 值为()

- A. -2 B. 2
C. -4 D. 4

答案:D

点评: 椭圆 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的右焦点为 $(2, 0)$, 所以抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点为 $(2, 0)$, 则 $p = 4$, 故选 D.

25. (06 陕西卷) 已知平面 α 外不共线的三点 A, B, C 到 α 的距离都相等, 则正确的结论为()

- A. 平面 ABC 必平行于 α
B. 平面 ABC 必与 α 相交
C. 平面 ABC 必不垂直于 α

D. 存在 $\triangle ABC$ 的一条中位线平行于 α 或在 α 内

答案:D

26. (06 湖北卷)关于直线 m, n 与平面 α, β ,有以下四个命题:

- ①若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$,则 $m \parallel n$;
- ②若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$,则 $m \perp n$;
- ③若 $m \perp \alpha, n \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$,则 $m \perp n$;
- ④若 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$,则 $m \parallel n$.

其中真命题的序号是()

- A. ①②
- B. ③④
- C. ①④
- D. ②③

答案:D

点评:考查空间关系的判定.

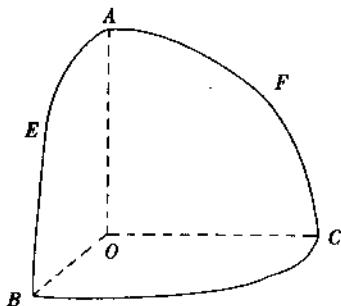
27. (06 全国卷)已知各顶点都在一个球面上的正四棱柱高为4,体积为16,则这个球的表面积是()

- A. 16π
- B. 20π
- C. 24π
- D. 32π

答案:C

点评:熟记棱柱、棱锥和球的体积及表面积的计算方法.

28. (06 浙江卷)如图, O 是半径为1的球心,点 A, B, C 在球面上, OA, OB, OC 两两垂直, E, F 分别是大圆弧 AB 与 AC 的中点,则点 E, F 在该球面上的球面距离是()



- A. $\frac{\pi}{4}$
- B. $\frac{\pi}{3}$
- C. $\frac{\pi}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$

答案:B

点评:考查球面距离的求法.

29. (06 北京卷)在1,2,3,4,5这五个数字组成的没有重复的三位数中,各位数字之和为奇数的共

有()

- A. 36个
- B. 24个
- C. 18个
- D. 6个

答案:B

点评:考查分类计数原理.

30. (06 湖北卷)在 $(x - \frac{1}{\sqrt{x}})^{24}$ 的展开式中, x 的幂的指数是整数的项共有()

- A. 3项
- B. 4项
- C. 5项
- D. 6项

答案:C

点评:掌握展开是特殊项的求法,如指数是整数的项、常数项等.

31. (06 浙江卷)若多项式 $x^2 + x^{11} = a_{10} + a_1(x + 1) + A + n(x + 1)^2 - n_{10}(x + 1)^{11}$,则 $n = ()$

- A. 9
- B. 10
- C. -9
- D. -10

答案:D

点评:利用赋值法.

32. (06 江苏卷)某人5次上班途中所花的时间(单位:分钟)分别为 $x, y, 10, 11, 9$.已知这组数据的平均数为10,方差为2,则 $|x - y|$ 的值为()

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

答案:D

点评:一组数据的方差 $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$,其中 $\bar{x}$ 为这组数据的平均数.

33. (06 全国卷)如果复数 $(m^2 + i)(1 + mi)$ 是实数,则实数 $m = ()$

- A. 1
- B. -1
- C. $\sqrt{2}$
- D. $-\sqrt{2}$

答案:B

点评:考查复数的四则运算.

34. (06 北京卷)在复平面内,复数 $\frac{1+i}{i}$ 对应的点位于()

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

答案:D

点评:考查复数的几何意义.

35. (06 全国卷)用长度分别为2,3,4,5,6(单位:cm)的5根细木棒围成一个三角形(允许连接,但不允

许折断),能够得到的三角形的最大面积为()

- A. $8\sqrt{5}\text{cm}^2$ B. $6\sqrt{10}\text{cm}^2$
C. $3\sqrt{55}\text{cm}^2$ D. 20cm^2

答案:B

点评:当周长一定时,正三角形面积最大. 题中数据不能构成正三角形,则最接近时,即边长分别为 6,7,7 时面积最大.

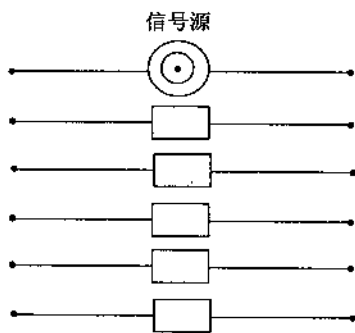
36. (06 陕西卷)为确保信息安全,信息需加密传输,发送方由明文 $\rightarrow$ 密文(加密),接收方由密文 $\rightarrow$ 明文(解密),已知加密规则为:明文 a, b, c, d 对应密文 $a+2b, 2b+c, 2c+3d, 4d$. 例如,明文 1,2,3,4 对应密文 5,7,18,16. 当接收方收到密文 14,9,23,28 时,则解密得到的明文为()

- A. 4,6,1,7 B. 7,6,1,4
C. 6,4,1,7 D. 1,6,4,7

答案:C

点评:考查对新颖信息的接受能力. 读懂题意即可.

37. (06 江苏卷)下图中有一个信号源和五个接收器. 接收器与信号源在同一个串联线路中时,就能接收到信号,否则就不能接收到信号. 若将图中左端的六个接线点随机地平均分成三组,将右端的六个接线点也随机地平均分成三组,再把所有六组中每组的两个接线点用导线连接,则这五个接收器能同时接收到信号的概率是()



- A. $\frac{4}{45}$ B. $\frac{1}{36}$
C. $\frac{4}{15}$ D. $\frac{8}{15}$

答案:D

点评:考查对新颖信息的接受能力. 读懂题意即可.

二、非选择题

38. (06 安徽卷)函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满

足条件 $f(x+2) = \frac{1}{f(x)}$, 若 $f(1) = -5$, 则 $f(f(5))$ = _____.

答案: $-\frac{1}{5}$

点评:由 $f(x+1) = \frac{1}{f(x)}$ 得 $f(x+4) = \frac{1}{f(x+2)} = f(x)$, 所以 $f(5) = f(1) = -5$, 则 $f(f(5)) = f(-5) = f(-1) = \frac{1}{f(-1+2)} = -\frac{1}{5}$.

39. (06 江苏卷)对正整数 n , 设曲线 $y = x^n(1+x)$ 在 $x=2$ 处的切线与 y 轴交点的纵坐标为 a_n , 则数列 $\{\frac{a_n}{n+1}\}$ 的前 n 项和的公式是_____.

答案: $2^{n+1} - 2$

点评:利用导数公式,求切线方程,可知 $a_n = (n+1)2^n$, 所以, $\{\frac{a_n}{n+1}\}$ 就是等比数列.

40. (06 江苏卷) $\cot 20^\circ \cos 10^\circ + \sqrt{3} \sin 10^\circ \tan 70^\circ - 2 \cos 40^\circ =$ _____.

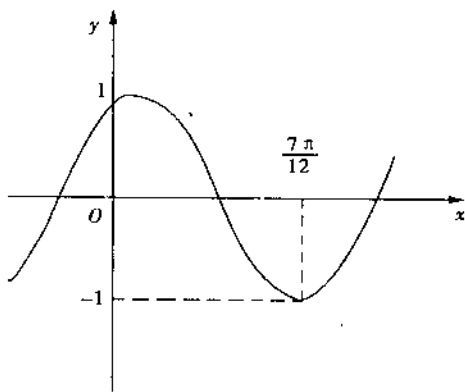
答案: 2

41. (06 全国卷)设函数 $f(x) = \cos(\sqrt{3}x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$). 若 $f(x) + f'(x)$ 是奇函数, 则 $\varphi =$ _____.

答案: $\frac{\pi}{6}$

点评: $F(x) = f(x) + f'(x) = \cos(\sqrt{3}x + \varphi) - \sqrt{3} \sin(\sqrt{3}x + \varphi)$, 令 $F(0) = 0$ 即可.

42. (06 安徽卷)将函数 $y = \sin \omega x$ ($\omega > 0$) 的图象按向量 $\vec{a} = (-\frac{\pi}{6}, 0)$ 平移, 平移后的图象如图所示, 则平移后的图象所对应函数的解析式是()



A. $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ B. $y = \sin(x - \frac{\pi}{6})$

C. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ D. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$

答案:C

点评:将函数 $y = \sin \omega x (\omega > 0)$ 的图象按向量 $\vec{a} = (-\frac{\pi}{6}, 0)$ 平移, 平移后的图象所对应的解析式为 $y = \sin \omega(x + \frac{\pi}{6})$, 由图象知, $\omega(\frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{6}) = \frac{3\pi}{2}$, 所以 $\omega = 2$, 因此选 C.

43. (06 全国卷) 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A、B、C 成等差数列, 且 $AB = 1, BC = 4$, 则边 BC 上的中线 AD 的长为_____.

答案: $\sqrt{3}$

44. (06 安徽卷) 在 $\square ABCD$ 中, $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}, \vec{AN} = 3\vec{NC}, M$ 为 BC 的中点, 则 $\vec{MN} =$ _____ (用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示)

答案: $-\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$

点评:由 $\vec{AN} = 3\vec{NC}$ 得 $4\vec{AN} = 3\vec{AC} = 3(\vec{a} + \vec{b})$, $\vec{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$, 所以 $\vec{MN} = \frac{3}{4}(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}) = -\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.

45. (06 江苏卷) 不等式 $\log_2(x + \frac{1}{x} + 6) \leq 3$ 的解集为_____.

答案: $(-3-2\sqrt{2}, -3+2\sqrt{2}) \cup \{1\}$

点评:考查对数不等式的解法, 注意定义域.

46. (06 全国卷) 设 $z = 2y - x$, 式中变量 x, y 满足下列条件

$$\begin{cases} 2x - y \geq -1 \\ 3x + 2y \leq 23 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

则 z 的最大值为_____.

答案:11

47. (06 全国卷) 过点 $(1, \sqrt{2})$ 的直线 l 将圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 分成两段弧, 当劣弧所对的圆心角最小时, 直线 l 的斜率 $k =$ _____.

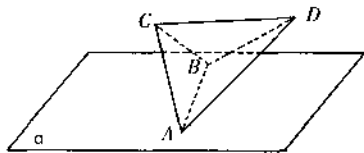
答案: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

点评:考查直线与圆的位置关系.

48. (06 浙江卷) 如下图: 正四面体 ABCD 的棱长为 1, 棱 AB // 平面 α , 则正四面体上的所有点在平面 α 内的射影构成的图形面积的取值范围是_____.

答案: $[\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{1}{2}]$

点评:考查空间想像能力. 当投影恰为底面时, 面积最小; 找最大值, 要把正四面体放到正方体里.



49. (06 全国卷) 安排 7 位工作人员在 5 月 1 日到 5 月 7 日值班, 每人值班一天, 其中甲、乙二人都不能安排在 5 月 1 日和 2 日, 不同的安排方法共有_____种. (用数字作答)

答案:2400

点评:掌握计数问题的常见模型, 如投信模型、约数问题、展开式问题、排队模型、排队问题(捆绑、插空)、组数问题(注意特殊位置与特殊元素)、平均分组、整数解模型(隔板法)、几何问题“先选后排”与先分组再分配的思路以及列举法(按顺序数数)等.

50. (06 江苏卷) 今有 2 个红球、3 个黄球、4 个白球, 同色球不加以区分, 将这 9 个球排成一行有_____种不同的方法. (用数字作答)

答案:1260

点评:注意区分相同元素.

51. (06 安徽卷) 设常数 $a > 0$, $(ax^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})^4$ 展开式中 x^3 的系数为 $\frac{3}{2}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a + a^2 + \dots + a^n) =$ _____.

答案:1

点评: $T_{r+1} = C_4^r a^{4-r} x^{8-2r} x^{-\frac{1}{2}r}$, 由 $x^{8-2r} x^{-\frac{1}{2}r} = x^3$, 得 $r = 2$, 由 $C_4^2 a^{4-r} = \frac{3}{2}$ 知 $a = \frac{1}{2}$, 所以

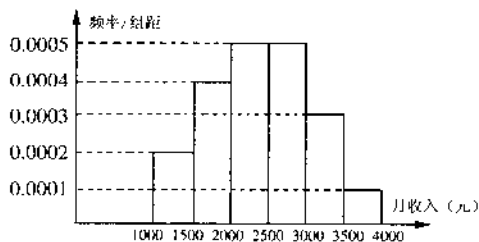
$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a + a^2 + \dots + a^n) = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1, \text{ 所以为 } 1.$$

52. (06 湖北卷) 接种某疫苗后, 出现发热反应的概率为 0.80, 现有 5 人接种了该疫苗, 至少有 3 人出现发热反应的概率为_____ (精确到 0.01)

答案:0.94

点评:概率部分重点考查等可能事件概率公式、互斥事件有一个发生的概率、对立事件概率关系、相互独立事件同时发生的概率、N 次独立重复试验恰好发生 k 次的概率.

53. (06 全国卷) 一个社会调查机构就某地居民的月收入调查了 10 000 人, 并根据所得数据画了样本的频率分布直方图(如下图). 为了分析居民的收入与年龄、学历、职业等方面的关系, 要从这 10 000 人中再用分层抽样方法抽出 100 人作进一步调查, 则在从 $[2500, 3000)$ (元) 月收入段应抽出 _____ 人.



答案: 25

点评: 统计部分重点考查抽样方法、总体分布的估计(直方图)、正态分布的性质.

目 录

第一章 集合与简易逻辑	(1)
第一单元 集合	(1)
第二单元 简易逻辑	(6)
第二章 函数	(10)
第三章 数列	(26)
第四章 三角函数	(32)
第一单元 任意角的三角函数	(32)
第二单元 两角和与差的三角函数	(37)
第三单元 三角函数的图象与性质	(42)
第五章 平面向量	(47)
第一单元 向量及其运算	(47)
第二单元 解斜三角形	(55)
第六章 不等式	(62)
第七章 直线和圆的方程	(69)
第一单元 直线的方程、两直线的位置关系	(69)
第二单元 简单的线性规划、圆	(72)
第八章 圆锥曲线方程	(78)
第一单元 椭圆	(78)
第二单元 双曲线	(84)
第三单元 抛物线	(89)
第九章 直线、平面、简单几何体	(94)
第一单元 空间直线与平面	(94)
第二单元 简单几何体	(103)
第十章 排列、组合和概率	(110)
第十一章 概率与统计	(117)
第十二章 极限	(122)
第一单元 数学归纳法	(122)
第二单元 极限	(125)
第十三章 导数	(130)
第一单元 导数与导数的运算法则	(130)
第二单元 导数的应用	(133)
第十四章 复数	(139)
高考模拟题(一)	(144)
高考模拟题(二)	(146)
参考答案	(148)

第一章

集合与简易逻辑



第一单元 集合



高考航标

◎ 目标锁定

【能力测试点】

1. 理解集合的有关概念,掌握其性质.
2. 能使用一些基本方法解决集合问题.

【解题关键点】

1. 掌握较简单的集合表示方法及求交集、并集和补集的运算.
2. 能使用图形(韦恩图)研究集合的关系及集合的运算.

◎ 三点聚焦

重点

- (1) 集合的概念.
- (2) 集合的分类与表示法.
- (3) 元素与集合、集合与集合的关系.
- (4) 集合的运算.

难点

- (1) 集合中元素的属性.
- (2) 集合与集合的关系.
- (3) 集合的运算.

疑点

- (1) 集合中元素的属性.
- (2) 集合与集合的关系.

◎ 知识梳理

(一) 集合的概念

集合是一个原始的概念,它和几何中的原始概念点、线、面一样都是不加定义的,只作描述性说明:某些指定的对象集在一起就成为一个集合.集合中的每个对象叫做这个集合的元素.集合的元素具有

以下几个特征:

1. 确定性

例如,对于集合 A ,任何一个对象,有一个明确的标准判断这个对象是不是集合 A 的元素;是与不是,不能模棱两可.

2. 互异性

一个给定的集合中所含的任何两个元素都是不同的,即集合中的元素没有重复现象,如方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 有两相等实根, $x_1 = x_2 = 2$,记为集合 $\{2\}$,而不能写为 $\{2, 2\}$;反过来,若指明集合 $\{a, b, c, d\}$,则 a, b, c, d 互不相等.

3. 无序性

集合中的元素是不排序的,如集合 $\{1, 2, 3\}$ 与 $\{3, 2, 1\}$ 、 $\{1, 3, 2\}$ 表示同一集合.

4. 任意性(广泛性)

集合中的元素可以是图形,数,点,人物等等对象.

(二) 集合的分类与表示法

1. 集合的分类

集合的分类是一件比较复杂的问题,若分类标准不同,则有不同的分类结果:①若按元素的属性,集合可分为数集,点集;②若按元素的个数,集合可分为有限集与无限集,含有限个元素的集合叫有限集,含无限个元素的集合叫无限集.

2. 集合的表示法

集合的表示法通常有列举法和描述法两种.

(1) 列举法:把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法.用列举法表示集合时,不必考虑元素之间的顺序.

(2) 描述法:把集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内表示集合的方法.用描述法表示集合,其标准形式为 $\{x | p\}$,其中 x 表示集合元素的一般形式, p 表示这个集合的元素的公共属性.

(3) 在数学课里,集合通常用大写的拉丁字母表示,集合的符号: $A, B, C, \dots$ 元素的符号: $a, b, c,$

$d \cdots$ 其中 $\mathbb{N}$ —非负整数集(自然数集), $\mathbb{N}^*$ 或 $\mathbb{N}^+$ 表示正整数集, $\mathbb{Z}$ —整数集, $\mathbb{Q}$ —有理数集, $\mathbb{R}$ —实数集等等.

(三) 元素与集合、集合与集合的关系

1. 元素与集合之间关系

是“从属”关系,即属于或不属于关系,用符号 $\in$, $\notin$ 分别表示,例如:对于集合 A ,任何一个对象 a 必有 $a \in A$ 或 $a \notin A$,两者必居其一.

2. 集合与集合的关系

集合与集合的关系有三种:子集、真子集、集合相等.

子集:对于两个 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素,则 A 包含于 B ,记作: $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)

真子集:对于两个集合 A, B ,如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$,则 A 是 B 的真子集,记作: $A \subset B$ 简单记为:若 $A \subseteq B$ 且存在 $b \in B$,但 $b \notin A$,则 $A \subset B$.

集合相等:对于两个集合 A, B ,如果集合 A 的任何一个元素都是 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,则 $A = B$.显然若 $A = B$,则两个集合的元素完全相同.我们常把不含任何元素的集合叫做空集 $\emptyset$.

规定:空集是任何集合 A 的子集,是任何非空集合 B ($B \neq \emptyset$) 的真子集.

(四) 集合的运算

1. 交集

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合.

记作: $\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

性质: $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B \subseteq A(B)$,

$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B, A \cap B = A \cup A \neq B \Rightarrow A \subset B$.

2. 并集

由所有属于集合 A 或集合 B 的元素所组成的集合.

记作: $\{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

性质: $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B \supseteq A(B)$.

$A \cup B = A \Leftrightarrow A \supseteq B$.

3. 补集

先介绍全集概念.全集:研究集合与集合关系

时,在某种情况下,这些集合都是某一个给定集合的子集,这个给定的集合可以看作一个全集,记作 I ,若 A 是 I 的一个子集(即 $A \subseteq I$),由 I 中所有不属于 A 的元素所组成的集合,叫 I 中子集 A 的补集(或余集).

记作: $C_I A = \{x \mid x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$.

性质: $C_I I = \emptyset, C_I \emptyset = I$,

$C_I(A \cup B) = (C_I A) \cap (C_I B), C_I(A \cap B) = (C_I A) \cup (C_I B)$,

$C_I A \cup A = I, C_I A \cap A = \emptyset, A \subseteq B \subseteq I$, 则 $C_I \subseteq C_I B \subseteq C_I A$.



经典指津

◎ 名师妙招

(一) 要正确理解和掌握基本概念

1. 集合是一个不加定义的基本概念,集合单元有集合的特征,集合的表示,集合的运算等知识.在高考和大型考试中,集合几乎是必考内容之一.一方面考查集合本身的知识,另一方面考查集合语言与集合思想的运用,如在后面学习的函数的定义域、值域、方程与不等式的解集等.

2. 并集与交集是两种不同的集合运算概念,不能混淆,在考虑几个集合的并集与交集运算时,一定要分辨清楚运算后得到的新集合是由各个集合中的元素合起来的(即“或”的意思)还是由各集合的公共元素组成的(即“且”的意思),然后决定采用并还是交.

3. 空集是一个不含任何元素的特殊的集合.规定:空集是任何集合 A 的子集,是任何非空集合 B ($B \neq \emptyset$) 的真子集.由此可知,任何一个集合都有子集,任何一个非空集合至少有空集和它本身两个子集.

(二) 值得注意的问题

1. 解集合题时,要注意集合类别:是数集还是点集.如集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{(x, y) \mid x = 1, y = 2\}$,其中 A 为由 $1, 2, 3, 4$ 这四个数组成的一个数集,而集合 B 是由点 $(1, 2)$ 为元素组成的一个点集.

2. 解题时,要分清所求对象的属性,是集合还是元素,尤其是结果为只含一个元素的集合时,应注意表示成集合形式.如设全集 $I = \{(x, y) \mid x, y \in$