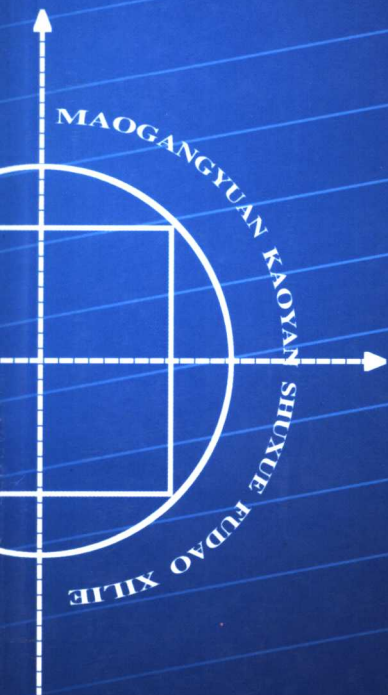




毛纲源考研数学辅导系列

考研数学 (数学二)

常考题型及其解题方法技巧归纳



毛纲源 编

△ 题型全面 紧扣大纲

帮你高效复习

△ 方法新颖 技巧独特

助你考研成功

华中科技大学出版社

<http://press.hust.edu.cn>

考研数学(数学二)

常考题型及其解题方法技巧归纳

毛纲源 编

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

考研数学(数学二)常考题型及其解题方法技巧归纳/毛纲源 编
武汉:华中科技大学出版社,2004年10月
ISBN 7-5609-3252-5

- I. 考…
- II. 毛…
- III. 高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料
- IV. O13

考研数学(数学二)
常考题型及其解题方法技巧归纳

毛纲源 编

责任编辑:吴锐涛
责任校对:刘 竣

封面设计:潘 群
责任监印:熊庆玉

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:皇荣文化发展有限责任公司
印 刷:华中科技大学印刷厂

开本:850×1168 1/32 印张:18.375 字数:570 000
版次:2004年10月第1版 印次:2005年9月第2次印刷 定价:23.00元
ISBN 7-5609-3252-5/(C)·329

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

本书根据全国硕士研究生入学统一考试数学二考试大纲,并分析、归纳、总结了十几年来全国硕士研究生统一考试各类数学试卷,特别是数学二试卷的题型及其解题方法技巧编写而成.该书全面概括了十几年来数学二试卷的题型,通过大量典型的考题讲述了各类题型的解题思路、常用方法与技巧.因而该书能起到指航引路、预测未来考向的作用.

本书讲述方式由浅入深,由易到难,分析透彻,解答详尽,适于自学,是准备报考数学二的读者复习数学的理想辅导书;也可供报考数学一、数学三、数学四的读者参考;还可作为考研辅导班的教材,并可供高校数学教师教学 and 大专院校学生学习数学的参考.

前 言

本人对历年数学二和其他各类数学试卷的统考试题进行了研究,将其归纳分类整理,在多年本科数学教学、考研辅导及评阅考研试卷经验的基础上按照全国硕士研究生入学统一考试数学二考研大纲要求编写了这本《考研数学(数学二)常考题型及其解题方法技巧归纳》。

本书有以下几个显著特点:

本书按数学二常考题型编排,范围较大题型细分为若干类型且按常考题型归纳解题方法技巧.数学试题是无限的,而题型是有限的.掌握好各类常考题型及其解题思路、方法与技巧,就能以不变应万变,收到触类旁通的效果.由于本书例题多(除含数学二的历届统考题外,还选用了不少其他数学试卷的考题),常考题型广泛,掌握好这些题型及其解题思路、方法与技巧,也就使你掌握了未来的大部分数学二试题的题型及其解题思路、方法与技巧,因而本书能起到指航引路、预测未来考向的作用.

本书特别强调对考研大纲划定的基本概念、基本定理、基本公式和基本方法的正确理解,全面掌握.

近些年来,相当一部分考生在解题中的失误,研其原因,恰恰是对大纲中划定的基本概念、基本原理、基本方法的理解与掌握上存在欠缺、偏废所致.有鉴于此,本书结合数学二考生的实际,对其普遍存在的问题针对性地进行讲解.在不少例题后加写“注意”一项,望读者细心揣摩,有益于切实掌握这些基础知识,避免常犯错误.

本书还注意培养提高综合运用多个知识点解题的能力.

近年来的试题中常用综合应用题型.这些题型有的要应用同一数学学科的多个知识点,有的还要应用不同数学学科的多个知识

点.这就要求我们在抓好基础的同时还要注意提高综合运用多个知识点的能力.本书中十分注意综合应用题型的解题方法技巧归纳.

讲述方法,本书由浅入深,适于自学,尽量做到例题精而易懂,全而不滥.

当然,编写本书的最终目的是提高数学二考生的应试能力.基于此,讲解每一例题时,既要强调解题思路和方法,又要提高计算能力,提高计算的准确性.有时为激活思维,开阔思路,常给出一题多解及其简便解法,使考点知识融会贯通,借此提高考生的应试能力.

为使考生具有较为扎实的数学基础知识,也为了更好地阅读本书,特向读者推荐一套可以指导你全面、系统、深入复习考研数学的参考书,这就是本人编写并由华中科技大学出版社出版的理工类数学学习指导、考研指南丛书:《高等数学解题方法技巧归纳》(上、下册)、《线性代数解题方法技巧归纳》(第二版).这套丛书自出版以来一直受到全国广大读者的一致好评,多次印刷,久销不衰,很多已考取的硕士研究生不少都受益于这套丛书.我在撰写本书时,多处引用了这套丛书的内容和方法.如果能把这套丛书与本书结合起来学习,必将收到事半功倍的效果.丛书解决全面、系统复习问题,而本书则解决明确目标,抓住重点的问题.

本书除作为数学二考生的应试指导书外,还可作为数学一、数学三、数学四考生的应试参考书,同时也可供大专院校的学生在学习高等数学、线性代数时参考.

在编写本书时,编者参阅了有关书籍,引用了一些例子,恕不一一指明出处,在此一并向有关作者致谢.

由于编者水平有限,加之时间比较仓促,错误和疏漏之处在所难免,诚请读者、专家批评指正.

毛纲源于北京师范大学珠海分校国际金融学院

2004年7月

目 录

| | |
|----------|-----|
| 前言 | (1) |
|----------|-----|

第1篇 高等数学

| | |
|---|------|
| 1. 1 函数 | (1) |
| 1. 1. 1 求两类函数的表达式 | (1) |
| 题型一 求分段函数的反函数的表达式 | (1) |
| 题型二 求分段函数的复合函数的表达式 | (2) |
| 1. 1. 2 判别(证明)几类函数的奇偶性 | (4) |
| 题型一 判别经四则运算后的函数的奇偶性 | (4) |
| 题型二 判别自变量带相反符号的两同名函数的 代数和的奇偶性 | (4) |
| 题型三 判别复合函数的奇偶性 | (5) |
| 题型四 判别原函数 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 的奇偶性 | (5) |
| 题型五 判别函数 $(a^{kx} \pm 1)/(a^{kx} \mp 1)$ 的奇偶性 ($a > 0, a \neq 1, k \neq 0$) | (6) |
| 题型六 证明分段函数的奇偶性 | (7) |
| 1. 1. 3 奇、偶函数的几个性质的应用 | (7) |
| 1. 1. 4 判别(证明)函数的周期性 | (9) |
| 习题 1.1 | (11) |
| 1. 2 极限、连续 | (14) |
| 1. 2. 1 极限的概念与基本性质 | (14) |
| 题型一 正确理解极限定义中的“ $\varepsilon-N$ ”、“ $\varepsilon-\delta$ ”、“ $\varepsilon-X$ ” 语言的含义 | (14) |
| 题型二 正确区别无穷大量与无界变量 | (15) |
| 题型三 正确运用极限的保序性、保号性 | (18) |
| 题型四 正确运用极限的四则运算法则及夹逼准则求极限 | (19) |

| | | | |
|---------|--|-------|------|
| 题型五 | 正确理解乘积极限的存在性 | | (20) |
| 题型六 | 正确理解复合函数极限的存在性 | | (21) |
| 1. 2. 2 | 求未定式极限 | | (23) |
| 题型一 | 求 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型极限 | | (23) |
| 题型二 | 求 $0 \cdot \infty$ 型极限 | | (26) |
| 题型三 | 求 $\infty - \infty$ 型极限 | | (27) |
| 题型四 | 求幂指函数型 (0^0 型, ∞^0 型, 1^∞ 型) 极限 | | (27) |
| 1. 2. 3 | 求数列极限 | | (33) |
| 题型一 | 求无穷多项和的极限 | | (33) |
| 题型二 | 求无穷多项积的极限 | | (36) |
| 题型三 | 求有限项之和或之积的数列极限 | | (37) |
| 题型四 | 求由递推关系式给出的数列的极限 | | (38) |
| 1. 2. 4 | 求几类子函数形式特殊的函数极限 | | (40) |
| 题型一 | 求须先考察左、右极限的函数极限 | | (40) |
| 题型二 | 求含 $1/x$ 的函数极限 | | (43) |
| 题型三 | 求含根式差的函数极限 | | (43) |
| 题型四 | 求含指数函数差的函数极限 | | (44) |
| 题型五 | 求含极限不存在但有界的因式的函数极限 | | (45) |
| 题型六 | 求含取整函数的函数极限 | | (46) |
| 1. 2. 5 | 计算极限的几类综合题 | | (46) |
| 题型一 | 已知含未知函数的一些极限, 求与该函数有关的函数极限 | | (46) |
| 题型二 | 计算需用多个知识点求出的极限 | | (48) |
| 1. 2. 6 | 求极限式中的待定常数 | | (50) |
| 题型一 | 求有理函数极限式中的待定常数 | | (50) |
| 题型二 | 确定分式函数极限式中的参数 | | (52) |
| 题型三 | 求 $\infty \pm \infty$ 型的根式极限式中的待定常数 | | (54) |
| 题型四 | 求含变项积分的极限式中的待定常数 | | (55) |
| 1. 2. 7 | 比较和确定无穷小的阶 | | (55) |
| 题型一 | 比较无穷小的阶 | | (57) |
| 题型二 | 确定无穷小的阶数 | | (58) |

| | |
|--|-------|
| 题型三 利用无穷小阶的比较求待定常数 | (60) |
| 1. 2. 8 讨论函数的连续性及其间断点的类型 | (62) |
| 题型一 判别函数的连续性 | (62) |
| 题型二 求函数的间断点并判断其类型 | (68) |
| 1. 2. 9 根据函数的连续性确定待定常数 | (71) |
| 1. 2. 10 用连续函数性质证明中值命题 | (73) |
| 题型一 证明存在一点 ξ , 使 $f(\xi) = k$ (k 为定值) | (73) |
| 题型二 已知函数或(和)其导数在闭区间上的取值情况, 证明 中值等式 | (75) |
| 习题 1.2 | (77) |
| 1. 3 一元函数微分学 | (82) |
| 1. 3. 1 导数定义的两点应用 | (82) |
| 题型一 用导数定义求某些分式函数的极限 | (82) |
| 题型二 讨论函数在某点的可导性 | (83) |
| 1. 3. 2 讨论分段函数的可导性及其导函数的连续性 | (87) |
| 题型一 讨论分段函数的可导性 | (87) |
| 题型二 讨论分段函数的导函数的连续性 | (91) |
| 题型三 确定待定常数, 使分段函数可导 | (92) |
| 1. 3. 3 讨论含绝对值的函数的可导性 | (96) |
| 题型一 讨论绝对值函数 $ f(x) $ 的可导性 | (96) |
| 题型二 讨论 $f(x) = \varphi(x) g(x)$ 的可导性 | (97) |
| 1. 3. 4 求一元函数的导数和微分 | (99) |
| 题型一 求复合函数的导数 | (99) |
| 题型二 求反函数的导数 | (100) |
| 题型三 求隐函数的导数 | (102) |
| 题型四 求由参数方程所确定的函数的导数 | (104) |
| 题型五 求分段函数的一阶、二阶导数 | (106) |
| 题型六 求幂指函数 $f(x)^{g(x)}$ 的导数 | (107) |
| 题型七 求某些简单函数的高阶导数 | (108) |
| 题型八 求一元函数的微分 | (110) |
| 1. 3. 5 利用罗尔定理证明中值等式 | (111) |
| 题型一 证明导函数的零点存在问题 | (111) |

| | | |
|---------|--|-------|
| 题型二 | 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $g(\xi)f'(\xi) + h(\xi)f(\xi) = 0$ | (113) |
| 题型三 | 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) + g(\xi)f(\xi) = 0$ | (114) |
| 题型四 | 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $g(\xi)f'(\xi) + h(\xi)f(\xi) = Q(\xi)$ | (115) |
| 题型五 | 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $G(\xi) = 0$ | (116) |
| 题型六 | 证明含区间端点及其函数值的中值等式 | (116) |
| 题型七 | 已知函数在区间端点的值相等, 证明与该函数有关的中值等式 | (117) |
| 题型八 | 证明题设中有定积分等式的中值等式 | (118) |
| 题型九 | 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $F^{(k)}(\xi) = 0 (k \geq 2)$ | (120) |
| 1. 3.6 | 拉格朗日中值定理的几点应用 | (121) |
| 题型一 | 证明与函数改变量有关的问题 | (121) |
| 题型二 | 证明与切线斜率有关的中值等式 | (123) |
| 题型三 | 已知导函数的性质, 证明其原来函数的性质 | (124) |
| 1. 3.7 | 利用柯西中值定理证明中值等式 | (126) |
| 题型一 | 证明一端为两函数增量比的中值等式 | (126) |
| 题型二 | 证明含中值 ξ 的一端为两函数导数比的中值等式 | (126) |
| 题型三 | 证明使用柯西中值定理的两函数没有给出的中值等式 | (128) |
| 1. 3.8 | 证明多个中值所满足的中值等式 | (129) |
| 1. 3.9 | 泰勒定理的几点应用 | (131) |
| 题型一 | 求函数的泰勒展开式 | (132) |
| 题型二 | 用带皮亚诺型余项的泰勒公式求极限 | (134) |
| 题型三 | 证明含高阶导函数的中值命题 | (135) |
| 题型四 | 用泰勒公式证明不等式 | (136) |
| 题型五 | 同求同一点的不同阶的导数值 | (138) |
| 1. 3.10 | 利用导数讨论函数性态 | (139) |
| 题型一 | 证明函数在某区间上是常数 | (139) |
| 题型二 | 证明(判别)函数的单调性 | (141) |
| 题型三 | 利用极限式讨论函数是否取得极值 | (142) |
| 题型四 | 利用二阶微分方程讨论函数是否取极值, 其曲线是否有拐点 | (144) |

| | | |
|----------|---|-------|
| 题型五 | 利用导数(值)的不等式,讨论函数是否取极值, 其曲线是否有拐点 | (145) |
| 题型六 | 已知某点为极值点或拐点,讨论相关函数性质 | (146) |
| 题型七 | 求函数的单调区间、极值、最值 | (147) |
| 题型八 | 求曲线凹凸区间与拐点 | (151) |
| 题型九 | 求曲线的渐近线 | (153) |
| 题型十 | 利用函数性态作函数图形 | (155) |
| 题型十一 | 已知函数的图形,确定该函数或其导函数的性质 | (158) |
| 1. 3. 11 | 利用函数性态讨论方程的根 | (159) |
| 题型一 | 讨论不含参数的方程实根的存在性及其个数 | (159) |
| 题型二 | 讨论含参数的方程实根的存在性及其个数 | (161) |
| 题型三 | 已知方程根的个数,求其参数的取值范围 | (162) |
| 1. 3. 12 | 利用导数证明不等式 | (164) |
| 题型一 | 证明与函数改变量有关的不等式 | (164) |
| 题型二 | 已知 $F(a) \geq 0$ (或 $F(b) \geq 0$),证明 $x > a$ (或 $x < b$) 时 $F(x) > 0$ | (166) |
| 题型三 | 证明含常数加项的不等式 | (169) |
| 题型四 | 证明含两个变量(常数)的函数(数值)不等式 | (170) |
| 1. 3. 13 | 一元函数微分学的几何应用 | (172) |
| 题型一 | 求平面曲线的切线方程和法线方程 | (172) |
| 题型二 | 求解与切线在坐标轴上的截距有关的问题 | (175) |
| 题型三 | 求解与两曲线相切的有关问题 | (178) |
| 题型四 | 求解与平面曲线的曲率有关的问题 | (179) |
| 习题 1.3 | | (181) |
| 1. 4 | 一元函数积分学 | (187) |
| 1. 4. 1 | 原函数与不定积分的关系 | (187) |
| 题型一 | 已知某函数,求其原函数 | (187) |
| 题型二 | 已知某函数的一个原函数,求该函数 | (190) |
| 1. 4. 2 | 计算不定积分 | (191) |
| 题型一 | 计算 $\int f(x)g(x)dx$ | (191) |

| | | |
|---------|--|-------|
| 题型二 | 计算简单无理函数的不定积分 | (192) |
| 题型三 | 求 $\int \frac{1}{(ax+b)^k} f\left[\frac{1}{(ax+b)^{k-1}}\right] dx$, 其中 $k \neq 1$ 为正实数 .. | (196) |
| 题型四 | 求 $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx$ | (197) |
| 题型五 | 求被积函数含反三角函数的积分 | (201) |
| 1. 4. 3 | 利用定积分性质计算定积分 | (202) |
| 题型一 | 利用其几何意义计算定积分 | (202) |
| 题型二 | 计算对称区间上的定积分 | (203) |
| 题型三 | 计算周期函数的定积分 | (204) |
| 题型四 | 利用定积分的常用计算公式求其值 | (205) |
| 题型五 | 计算被积函数含导函数的积分 | (207) |
| 题型六 | 比较和估计定积分的大小 | (208) |
| 题型七 | 求解含积分值为常数的函数方程 | (209) |
| 题型八 | 计算几类须分子区间积分的定积分 | (210) |
| 题型九 | 计算含参数的定积分 | (214) |
| 题型十 | 求需换元计算的定积分 | (215) |
| 题型十一 | 求连续函数的定积分的极限 | (218) |
| 1. 4. 4 | 求解与变限积分有关的问题 | (221) |
| 题型一 | 求含变限积分的未定型极限 | (221) |
| 题型二 | 求变限积分的导数 | (224) |
| 题型三 | 计算变限积分 | (225) |
| 题型四 | 讨论变限积分函数的性态 | (228) |
| 1. 4. 5 | 证明定积分等式 | (231) |
| 题型一 | 证明定积分的变换公式 | (231) |
| 题型二 | 证明定积分中值等式 | (233) |
| 1. 4. 6 | 证明定积分不等式 | (236) |
| 1. 4. 7 | 计算广义积分 | (240) |
| 题型一 | 计算无穷区间上的广义积分 | (240) |
| 题型二 | 判别 $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$ 与 $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}$ 的敛散性 ($a > 0$) | (243) |
| 题型三 | 计算无界函数的广义积分 | (244) |
| 题型四 | 判别 $\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^p}$ 与 $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^p}$ 的敛散性 | (247) |

| | | |
|---------|---------------------------|-------|
| 题型五 | 判别混合型广义积分的敛散性 | (247) |
| 1. 4. 8 | 定积分的应用 | (249) |
| 题型一 | 已知曲线方程,求其所围平面图形的面积 | (249) |
| 题型二 | 求旋转体体积 | (253) |
| 题型三 | 计算旋转体的侧面积 | (255) |
| 题型四 | 计算平行截面为已知的立体体积 | (256) |
| 题型五 | 计算平面曲线的弧长 | (258) |
| 题型六 | 计算面积和旋转体体积的最值 | (260) |
| 题型七 | 计算物体沿直线所做的功 | (264) |
| 题型八 | 计算压力与引力 | (266) |
| 题型九 | 求函数在区间上的平均值 | (270) |
| 习题 1. 4 | | (270) |
| 1. 5 | 多元函数微积分学 | (277) |
| 1. 5. 1 | 二(多)元函数微分学中的几个概念 | (277) |
| 题型一 | 判别二元函数的几个基本概念的关系 | (278) |
| 题型二 | 用定义判别二元函数是否可微 | (279) |
| 1. 5. 2 | 计算偏导数与全微分 | (282) |
| 题型一 | 计算显函数的偏导数 | (282) |
| 题型二 | 求带抽象函数记号的复合函数偏导数 | (284) |
| 题型三 | 计算由一个方程确定的隐函数的(偏)导数 | (290) |
| 题型四 | 求由方程组确定的隐函数的(偏)导数 | (291) |
| 题型五 | 变换含一阶、二阶偏导数的表示式 | (293) |
| 题型六 | 求二元函数的全微分 | (293) |
| 1. 5. 3 | 多元函数微分学的应用 | (295) |
| 题型一 | 求二元函数的极值和最值 | (295) |
| 题型二 | 求二(多)元函数的条件极值 | (298) |
| 1. 5. 4 | 用直角坐标系计算二重积分 | (299) |
| 题型一 | 根据积分区域选择积分次序计算二重积分 | (299) |
| 题型二 | 根据被积函数选择积分次序计算二重积分 | (300) |
| 题型三 | 证明二重(二次)积分等于单积分 | (304) |
| 题型四 | 利用对称性计算二重积分 | (305) |
| 题型五 | 分块计算二重积分 | (310) |

| | | | |
|---------|---|-------|-------|
| 题型六 | 计算无界区域上较简单的二重积分 | | (313) |
| 1. 5. 5 | 用极坐标系计算二重积分 | | (316) |
| 题型一 | 计算圆域 $x^2 + y^2 \leq a (a > 0)$ 上的二重积分 | | (316) |
| 题型二 | 计算圆域 $x^2 + y^2 \leq 2ax (a > 0)$ 上的二重积分 | | (317) |
| 题型三 | 计算圆域 $x^2 + y^2 \leq -2ax (a > 0)$ 上的二重积分 | | (317) |
| 题型四 | 计算圆域 $x^2 + y^2 \leq 2by (b > 0)$ 上的二重积分 | | (319) |
| 题型五 | 计算圆域 $x^2 + y^2 \leq -2by (b > 0)$ 上的二重积分 | | (320) |
| 题型六 | 计算圆域 $x^2 + y^2 \leq 2ax + 2by + c (a, b > 0)$ 上的二重积分 | | (321) |
| 题型七 | 计算两圆域公共部分上的二重积分 | | (322) |
| 题型八 | 转换二次积分 | | (323) |
| 1. 5. 6 | 求含二重积分的极限 | | (325) |
| 习题 1.5 | | | (327) |
| 1. 6 | 常微分方程 | | (332) |
| 1. 6. 1 | 求解一阶线性微分方程 | | (332) |
| 题型一 | 求解变量可分离的微分方程 | | (332) |
| 题型二 | 求解齐次微分方程 | | (333) |
| 题型三 | 求解一阶线性微分方程 | | (334) |
| 题型四 | 求解以 x 为因变量, y 为自变量的一阶线性微分方程 | | (337) |
| 1. 6. 2 | 求解几类可降阶的微分方程 | | (338) |
| 题型一 | 求解 $y^{(n)} = f(x)$ 型微分方程 | | (338) |
| 题型二 | 求解 $y'' = f(x, y')$ 型微分方程 | | (339) |
| 题型三 | 求解 $y'' = f(y, y')$ 型微分方程 | | (340) |
| 题型四 | 求解 $y'' = f(y')$ 型微分方程 | | (340) |
| 1. 6. 3 | 求解二阶常系数线性微分方程 | | (341) |
| 题型一 | 求解常系数齐次线性微分方程 | | (343) |
| 题型二 | 求解二阶常系数非齐次线性微分方程 | | (346) |
| 题型三 | 求微分方程具有某性质的特解 | | (351) |
| 1. 6. 4 | 已知特解反求二阶或高于二阶的线性常系数方程 | | (353) |
| 题型一 | 已知其特解, 反求该齐次方程 | | (353) |
| 题型二 | 已知其特解, 反求该非齐次方程 | | (355) |

| | |
|---|-------|
| 1. 6.5 微分方程的简单应用 | (357) |
| 题型一 已知某曲线所围图形的几何量所满足的关系, 反求该曲线 | (357) |
| 题型二 求解与一些物理量有关的问题 | (360) |
| 题型三 求解未知函数所满足的方程 | (365) |
| 题型四 利用导数定义求函数表达式 | (368) |
| 习题 1.6 | (369) |

第2篇 线性代数

| | |
|---|-------|
| 2. 1 计算行列式 | (373) |
| 2. 1.1 计算特殊行列式 | (373) |
| 题型一 计算非零元素(主要)在一条或两条对角线上 的行列式 | (373) |
| 题型二 计算非零元素在三条线上的行列式 | (377) |
| 题型三 计算行(列)和相等的行列式 | (378) |
| 题型四 计算范德蒙行列式 | (379) |
| 题型五 求代数余子式之和的值 | (381) |
| 题型六 求行列式中含某因子的所有项 | (383) |
| 题型七 计算三阶行列式 | (384) |
| 2. 1.2 计算抽象矩阵的行列式 | (385) |
| 题型一 求由行(列)向量表示的矩阵的行列式的值 | (385) |
| 题型二 计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式 | (387) |
| 题型三 求满足方程的矩阵的行列式之值 | (389) |
| 题型四 已知某矩阵行列式的值,求与该矩阵相关联矩阵的 行列式的值 | (390) |
| 题型五 计算含零子块的四分块矩阵的行列式 | (390) |
| 题型六 证明方阵行列式等于零 | (392) |
| 题型七 利用特征值计算矩阵行列式 | (393) |
| 习题 2.1 | (393) |
| 2. 2 矩阵 | (397) |
| 2. 2.1 证明矩阵的可逆性 | (397) |
| 题型一 证明矩阵可逆 | (397) |

| | | |
|--------|--|-------|
| 题型二 | 已知 $cAB + aA + bB + dE = O$, 证明 $A + eE$ (或 $B + eE$) 可逆, 其中 a, b, c, d, e 为常数 | (399) |
| 题型三 | 证明和(差)矩阵可逆 | (401) |
| 题型四 | 证明方阵为不可逆矩阵 | (402) |
| 2.2.2 | 矩阵元素给定, 求其逆矩阵的方法 | (402) |
| 2.2.3 | 求解矩阵方程 | (407) |
| 题型一 | 求解只含一个未知矩阵的矩阵方程 | (407) |
| 题型二 | 求解含多个未知矩阵的矩阵方程 | (408) |
| 题型三 | 求解 $AX = B$ 或 $XA = B$ | (411) |
| 题型四 | 求与已知矩阵可交换的所有矩阵 | (413) |
| 2.2.4 | 计算两类方阵的高次幂 | (414) |
| 题型一 | 计算能分解为一列向量与一行向量相乘的方阵的高次幂 | (414) |
| 题型二 | 计算能分解为两可交换矩阵之和的方阵的高次幂 | (416) |
| 2.2.5 | 求矩阵的秩 | (417) |
| 题型一 | 求元素具体给定的矩阵的秩 | (417) |
| 题型二 | 求抽象矩阵的秩 | (419) |
| 题型三 | 已知矩阵的秩求该矩阵中的参数 | (422) |
| 2.2.6 | 初等变换及其应用 | (424) |
| 题型一 | 利用初等变换性质解题 | (425) |
| 题型二 | 用初等矩阵表示相应的初等变换 | (426) |
| 题型三 | 利用初等矩阵的性质计算矩阵 | (427) |
| 2.2.7 | 判别两同型矩阵等价或不等价 | (428) |
| 2.2.8 | 几种特殊矩阵的运算规律 | (430) |
| 习题 2.2 | | (434) |
| 2.3 | 向量 | (440) |
| 2.3.1 | 判定向量组线性相关、线性无关 | (440) |
| 题型一 | 用线性相关性定义做选择题、填空题 | (440) |
| 题型二 | 判定分量已知的向量组的线性相关性 | (442) |
| 题型三 | 证明几类向量组的线性相关性 | (444) |
| 2.3.2 | 判定向量能否由向量组线性表出 | (450) |
| 题型一 | 判定分量已知的向量能否由向量组线性表出 | (450) |

| | |
|--|-------|
| 题型二 判断一抽象向量能否由向量组线性表出 | (453) |
| 2.3.3 证明两向量组等价 | (455) |
| 2.3.4 求向量组的秩与极大线性无关组 | (459) |
| 题型一 求分量给出的向量组的秩及其极大线性无关组 | (459) |
| 题型二 将向量用极大无关组线性表出 | (461) |
| 2.3.5 已知向量组的秩求其所含参数 | (462) |
| 2.3.6 证明向量组的秩 | (465) |
| 习题 2.3 | (469) |
| 2.4 线性方程组 | (474) |
| 2.4.1 判定线性方程组解的情况 | (474) |
| 题型一 判定齐次线性方程组解的情况 | (474) |
| 题型二 判定非齐次线性方程组解的情况 | (477) |
| 2.4.2 由其解反求方程组的参数或其系数矩阵 | (481) |
| 题型一 已知 $AX=0$ 的解的情况,反求 A 中参数 | (481) |
| 题型二 已知 $AX=b$ 的解的情况,反求方程组中的参数 | (482) |
| 题型三 已知其基础解系,求该方程组的系数矩阵 | (484) |
| 2.4.3 证明一组向量为基础解系的常用方法 | (485) |
| 2.4.4 基础解系和特解的简便求法 | (488) |
| 2.4.5 求解含参数的线性方程组 | (490) |
| 题型一 求解方程个数与未知数个数相等的含参数的 线性方程组 | (490) |
| 题型二 求解方程个数与未知数个数不等的含参数的 线性方程组 | (496) |
| 题型三 求解参数仅出现在常数项的线性方程组 | (497) |
| 2.4.6 求抽象线性方程组的通解 | (499) |
| 题型一 A 没有具体给出,求 $AX=0$ 的通解 | (499) |
| 题型二 已知 $AX=b$ 的特解,求其通解 | (500) |
| 题型三 利用线性方程组的向量形式求(证明)其解 | (503) |
| 2.4.7 求两线性方程组的非零公共解 | (504) |
| 题型一 求两齐次线性方程组的非零公共解 | (504) |
| 题型二 讨论两方程组同解的有关问题 | (507) |
| 习题 2.4 | (509) |