

按教育部新大纲、新教材同步编写

高一数学(上)

第二次修订版

龙门辅导

主编 马 超
顾问 蔡上鹤 顾振彪
撰文 王建民 等

双色笔记

提高学习效率 门门功课第一

双色插入版式 开卷一目了然



龍 門 書 局

www.sciencep.com



龙门辅导 双色笔记

高一数学(上)

★第二次修订版★

主 编：马 超
顾 问：蔡上鹤 顾振彪
撰 文：王建民 毛 英
任爱左 何振琪
边登宸 陈 鹤
邵光砚 辛 颖
阎廷伟

龙 门 书 局

北 京

●版权所有 翻印必究●

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志,凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话:(010)64033640, 13501151303 (打假办)

邮购电话:(010)64033640

龙门辅导双色笔记

高一数学(上)

(第二次修订版)

主编:马超 顾问:蔡上鹤 顾振彪

图书在版编目(CIP)数据

龙门辅导双色笔记. 高一数学(上)/马超主编;王建民等编著.
—第二次修订版. —北京:龙门书局, 2003. 6

ISBN 7-80160-211-0

I. 龙… II. ①马…②王… III. 数学课-高中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第003833号

责任编辑:吴浩源 / 封面设计:双图

龙门书局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京天时彩色印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地书店经销

2001年6月第 一 版 开本:890×1240 A5

2003年6月第二次修订版 印张:9 7/8

2003年6月第六次印刷 字数:265 000

印数:270 001—340 000

定 价:15.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



龙门辅导

双色笔记

编委会

总策划：龙门书局

主 编：马 超

顾 问：蔡上鹤 顾振彪

执行编委：吴浩源

编 委：李宝忱 郑学遐

冯树三 李衍通

娄树华 王建民

陈继蟾 扈之霖

张雪梅 杨岷生

黄 艾 吴 瀚

许文龙 阎达伟

姜 红 马晓慧

顾问

蔡上鹤

著名教材专家，人教版九年义务教育初中数学系列教材主编，人民教育出版社编审，课程教材研究所研究员，美国数学学会会员。

顾振彪

著名教材专家，人教版九年义务教育初中语文系列教材主编，人民教育出版社编审，课程教材研究所研究员。

第二订 次版 前言

双色笔记：给你带来学习的快乐与进步

《龙门辅导双色笔记》丛书高中版面世两年来，印数达到了几十万套，收到了读者大批来信，其中有赞扬、有建议，也有新的期盼。现在，我们依照 2003 年的新大纲和人教社最新教材作了第二次修订，以全新的面貌呈现在广大读者面前。由于广大读者的支持和喜爱，使我们完全相信，《龙门辅导双色笔记》丛书高中第二次修订版的“新”也同样会得到广大高中师生和家长的喜爱的。

因为……

创新策划：提高学习效率，门门功课第一

《龙门辅导双色笔记》丛书高中第二次修订版的策划充分考虑了高中阶段学习所追求的目标、高考考试改革的最新趋势和广大师生和家长对教辅读物的新要求。

首先，学习时间对高中学生来说是最宝贵的。《龙门辅导双色笔记》丛书高中第二次修订版在内容和编排形式上力求创新，从激发学生的学习兴趣入手，在提高学生的学习效率上下功夫，使学生在相同的单位时间内掌握更多的知识和能力。

第二，章或单元的栏目设置必须精要、实用，针对性强；例题和练习题的选题必须源于教材、宽于教材、高于教材，编写难度以高考的考试水平、出题难度为参考界限，题型类别与高考的考试题型对应。在《龙门辅导双色笔记》丛书高中第二次修订版独创编排形式的帮助下，使学生能在最短的时间内、用最有效的方式快速地、扎实地掌握知识，提高自己分析问题和解决问题的能力。这样，应试能力一定会很快提高，“门门功课第一”一定会成为现实。

创新编排：独创双色插入，开卷一目了然

《龙门辅导双色笔记》丛书高中第二次修订版首创的“双色笔记型”实现了在内容和编排形式上的创新，即：对章或单元的重点、难点、考点、规律、原理、公式、解题关键、易错之处、失分要害等采用“双色”显示，免去了学生在书本上勾画涂注之劳。

将学生在课堂上记笔记与教师的讲解、板书提示融为一体的“笔记型”，把老师解题的全过程和点拨提示均以独特的插入标志显示出来，使开卷一目了然，做到学习阅读和思维同步，解除了学生在学习中产生的思维障碍，大大地节省了学习时间。

最新信息：紧跟最新教材，依据最新大纲

2003 年《龙门辅导双色笔记》丛书高中第二次修订版紧跟最新教材，依据最新颁布的高中各科的教学大纲和 2003 年人民教育出版社出版的高中各科教科书同步编写。为保持与最新版本同步，高一语文、英语、数学；高二语文、英语、数学分上册(第一学期用)和下册(第二学期用)出版。

愿《龙门辅导双色笔记》丛书高中修订版的“新”给你带来学习的快乐和进步！

丛书编委会
2003 年 6 月于北京

编者的话

本书依据最新颁布的高中数学教学大纲和 2003 年人民教育出版社出版的高中数学第一册(上),并结合近年全国高考的情况和高考考试改革的最新趋势,与最新教材同步,分章、节编写。每章都设置“重点难点考点”、“三点例题精析”、“课内习题选析”、“综合能力训练”、“应试能力测试”和“思路提示与答案”六部分内容,并附有“期末试题”与答案。书中所选的例题、综合训练题和测试题源于教材,宽于教材,高于教材,有利于开阔学生的思路,丰富和充实学生的信息量,提高学生的应试能力。

“重点难点考点”部分:对每章的重点知识、难点内容、高考热点进行简要的讲解,帮助学生掌握重点、突破难点,熟悉考点,以建立起知识体系,使学习、记忆、运用有序化。

“三点例题精析”部分:针对学习中应掌握的重点、难点和考点知识精选一定数量的启发性、实用性较强的典型例题,分析解题思路,给出规范解法,教给学生灵活运用所学知识,帮助学生寻求解题的突破口,引导学生研究“一题多解”、“多题一解”、“一题多变”和“多解归一”的思路和方法,使学生真正领悟到举一反三、触类旁通的奥妙。

“课内习题选析”部分:选取教材中少数有一定难度的习题进行讲解,使学生能及时巩固所学知识。

“综合能力训练”部分:选题既注重基础知识的训练,又注重综合能力的培养,以提高学生的解题能力。

“应试能力测试”部分:按大纲和考纲的要求选编了一定数量、贴近高考题型的测试题,供学生进行自测,以逐步提高应试能力。

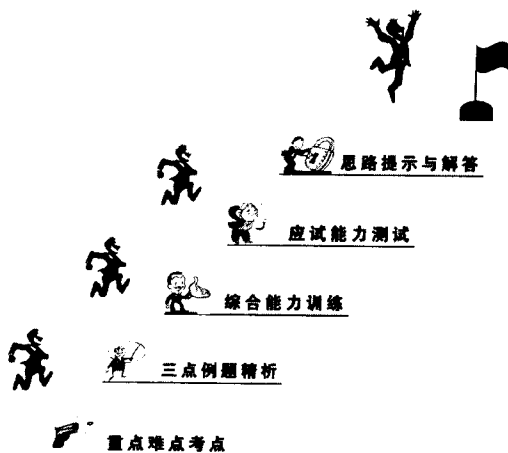
“思路提示与解答”部分:附于每章之最后,对“综合能力训练”和“应试能力测试”的全部题目给出提示、思路及解答,以便于学生练习后进行反馈纠正。

由于对书中的重点、难点、考点、规律、原理、公式、解题关键、易错漏之处、失分要害等采用双色显示,并将课堂笔记与板书融为一体、以插入的形式点拨,使开卷一目了然。采用这种全国独创的新形式可使重要内容突出,更符合学生的阅读习惯和思维程序,从而大大提高学习效率,在相同的单位时间内学会更多的知识。同时,本书也是家教的首选读物,因为这种全国独一无二的形式特别适合学生的自学,也特别适合教师、家长的辅导。

编者

2003 年 6 月于北京

目 录



第1章 集合与简易逻辑	1
一、集合	1
1.1 集合	1
重点难点考点	1
三点例题精析	2
课内习题选析	5
综合能力训练	6
应试能力测试	7
1.2 子集、全集、补集	9
重点难点考点	9
三点例题精析	10
课内习题选析	13
综合能力训练	15
应试能力测试	16
1.3 交集、并集	17
重点难点考点	17
三点例题精析	17
课内习题选析	23

综合能力训练	25
应试能力测试	27
1.4 含绝对值的不等式解法	29
重点难点考点	29
三点例题精析	30
课内习题选析	33
综合能力训练	34
应试能力测试	35
1.5 一元二次不等式解法	37
重点难点考点	37
三点例题精析	38
课内习题选析	44
综合能力训练	45
应试能力测试	47
二、简易逻辑	48
1.6 逻辑联结词	48
重点难点考点	48
三点例题精析	49
课内习题选析	52
综合能力训练	53
应试能力测试	55
1.7 四种命题	56
重点难点考点	56
三点例题精析	56
课内习题选析	58
综合能力训练	61
应试能力测试	62
1.8 充分条件与必要条件	63
重点难点考点	63
三点例题精析	64
课内习题选析	66
综合能力训练	68

应试能力测试	70
思路提示与解答	71

第2章 函数	86
一、函数	86
2.1 函数 2.2 函数的表示法	86
重点难点考点	86
三点例题精析	86
综合能力训练	100
应试能力测试	105
2.3 函数的单调性	107
重点难点考点	107
三点例题精析	108
课内习题选析	123
综合能力训练	124
应试能力测试	127
2.4 反函数	129
重点难点考点	129
三点例题精析	129
课内习题选析	136
综合能力训练	136
应试能力测试	138
二、指数与指数函数	140
2.5 指数 2.6 指数函数	140
重点难点考点	140
三点例题精析	141
课内习题选析	156
综合能力训练	159
应试能力测试	162
三、对数与对数函数	164
2.7 对数 2.8 对数函数	164

重点难点考点	164
三点例题精析	165
综合能力训练	194
应试能力测试	197
2.9 函数的应用举例	199
重点难点考点	199
三点例题精析	200
综合能力训练	205
思路提示与解答	208
第3章 数列	229
3.1 数列	229
重点难点考点	229
三点例题精析	231
综合能力训练	240
应试能力测试	242
3.2 等差数列 3.3 等差数列的前 n 项和	243
重点难点考点	243
三点例题精析	246
课内习题选析	255
综合能力训练	256
应试能力测试	258
3.4 等比数列 3.5 等比数列的前 n 项和	259
重点难点考点	259
三点例题精析	262
课内习题选析	271
综合能力训练	274
应试能力测试	277
思路提示与解答	280
第一学期期中试题 ◎思路提示与解答	288
第一学期期末试题 ◎思路提示与解答	300



第1章

集合与简易逻辑

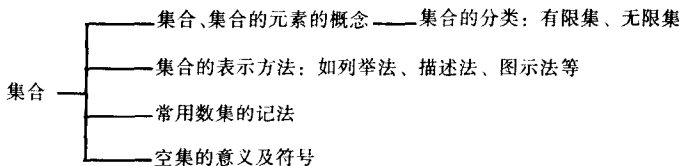
一、集合

1.1 集合



重点难点考点

A. 重点、难点提示



集合论是由德国数学家康托(Cantor, 1845—1918)创立的, 它的创立使数学的面貌产生了巨大的变化. 现在我们学习的是集合的初步知识.

本节重点是集合的基本概念及其表示方法, 难点是运用集合的表示方法正确表示一些简单的集合. 学习中请注意以下几点:

(1) 集合与集合的元素是两个不同的概念, 与几何中的点、线、面的概念类似. 但是, 应把握集合元素的确定性、互异性、无序性, 要明确元素的属性, 这是解决集合问题的关键.

(2) 集合具有两方面的含义: 一方面, 凡符合条件的对象都是它的元素, 另一方面, 凡它的元素都符合条件. (这是对集合更高层次的理解)

(3) 新的国家标准定义自然数集 N 含元素“0”, 这与初中所学不同, 要注意.

B. 考点指要

本节是打基础的预备知识, 考试时一般是与后面章节结合起来考查, 因此, 本节学习需达到的要求是: ① 理解集合概念; ② 掌握集合的常用表示方法; ③ 会正确使用符号 $\in$ 与 $\notin$.





三点例题精析

【例1】考察下列每组对象能否构成一个集合？

- (1) 比较小的数；
- (2) 所有无理数；
- (3) 比2大的几个数；
- (4) 直角坐标平面内横坐标与纵坐标相等的点；
- (5) 高一(2)班所有的男生.

思路分析

判断一组对象能否构成一个集合，关键在于是否有一个明确的标准来判断这些对象具有某种性质.

解：(1) “比较小”无明确的标准，对于某个数是否“比较小”无法客观地判断，因此“比较小”的数不能构成集合；类似地，(3)也不能构成集合.

(2) 任给一个实数，可以明确地判断它是不是无理数，故“所有无理数”可以构成集合. 类似地，(4)、(5)也能构成集合.

【例2】用列举法表示下列集合：

- (1) 不超过10的质数；
- (2) 两边长分别为3、5的三角形中，第三条边可取的整数；
- (3) $A = \{x \mid x = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}, a, b \text{ 为非零实数}\}$;
- (4) $B = \{x \mid \frac{6}{3-x} \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{N}\}$.

思路分析

首先要明确集合中的元素是什么？

列举法就是把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合. 列举时，元素要不重不漏，不计次序，元素与元素间用“,”隔开.

解：(1) 在自然数中，除1以外只能被1和本身整除的数叫质数，1既不是质数也不是合数，但2是质数. 所以答案是{2, 3, 5, 7}.

(2) 设第三边长为 x ，则 $5-3 < x < 5+3$ ，即 $2 < x < 8$. 故所求集合为{3, 4, 5, 6, 7}.

(3) 关键是根据绝对值的意义化简 $x = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}$. 当 $a > 0, b > 0$





时, $x=2$; 当 $a<0, b<0$ 时, $x=-2$; 当 a, b 异号时, $x=0$,
故 $A=\{-2, 0, 2\}$.

(4) x 所取的自然数, 要使 $3-x$ 能整除 6, 故 $3-x=\pm 1, \pm 2, \pm 3$,
 $\pm 6, x=2, 4, 1, 5, 0, 6, -3, 9$, 其中 $x=-3$ 舍去,
所以 $B=\{0, 1, 2, 4, 5, 6, 9\}$.

【例 3】设集合 $M=\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}, k\in\mathbb{Z}\}$, $N=\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}, k\in\mathbb{Z}\}$, 则 ()

A. $M=N$ B. $M\subsetneq N$ C. $M\supsetneq N$ D. $M\cap N=\emptyset$

2002 年全国高考试题

思路分析 1

采用描述法向列举法转化:

k 取 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, 可得:

给出一些特殊值

$$M=\left\{\dots, -\frac{5}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$$

$$N=\left\{\dots, -\frac{5}{4}, -1, -\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \dots\right\}$$

$\therefore M\subsetneq N$.

由特殊值, 归纳出规律

◆点评◆ 集合的表示方法, 包括列举法与描述法. 将两种表示法相互转化, 属基本能力要求.

思路分析 2

设 $x\in M$.

$$\begin{aligned}\text{则 } x &= \frac{k}{2} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{2k-1}{4} + \frac{1}{2}\end{aligned}$$

集合 M 中的元素, 必须具备 $\frac{k}{2}+\frac{1}{4}$ 的特征——这是集合的纯粹性

$\therefore k\in\mathbb{Z}$

$\therefore 2k-1\in\mathbb{Z}$

从而, 得: $x=\frac{2k-1}{4}+\frac{1}{2}\in N$

具备 $\frac{k}{4}+\frac{1}{2} (k\in\mathbb{Z})$ 特征的元素, 必是集合 N 中的元素——这是集合的完备性.





由 x 的任意性, 可得 $M \subseteq N$

又: $0 \in N$

但是 $0 \notin M$

采用举反例, 否定 $M=N$

假设 $0 \in M$, 则 $0 = \frac{k}{2} + \frac{1}{4} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

与 $k \in \mathbb{Z}$ 矛盾

$\therefore 0 \notin M$

$\therefore M \subsetneq N$

◆点评◆ 设集合 $M = \{x | F(x)\}$, 则 $x \in M \Leftrightarrow x$ 满足条件 $F(x)$; 利用子集、真子集的定义证明两个之间的“包含于”与“真包含于”的关系.

$M \subseteq N \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in M$, 恒有 $x \in N$;

$M \subsetneq N \Leftrightarrow M \subseteq N$ 且存在 $y_0 \in N$, 但 $y_0 \notin M$.

【例4】请区分下列表示的集合有何不同?

- | | |
|----------------------------|-----------------------|
| (1) $\{1, 2\}$ | (2) $\{2, 1\}$ |
| (3) $\{(2, 1)\}$ | (4) $\{(1, 2)\}$ |
| (5) $\{y y = x^2\}$ | (6) $\{x y = x^2\}$ |
| (7) $\{(x, y) y = x^2\}$ | (8) $\{y = x^2\}$ |

思路分析

由于集合之间的关系、集合的运算等都是从元素角度定义的, 因此同学们要有认识集合的能力, 其关键是要抓住元素的性质进行分析, 真正理解元素的含义.

解: i) (1)和(2)表示同一个集合.

ii) (3)、(4)、(8)都表示只有一个元素的集合, 但(3)、(4)表示的集合都只含一个点, 而(8)表示的集合只含的一个元素是方程 $y = x^2$.

iii) (5) $\{y | y = x^2\}$ 表示函数 y 值的全体, 即 $\{y | y \geq 0\}$.

(6) $\{x | y = x^2\}$ 表示函数自变量 x 值的全体, 即 $\{x | x \in \mathbb{R}\}$.

(7) $\{(x, y) | y = x^2\}$ 表示抛物线 $y = x^2$ 上点的全体.

◆点评◆ 学习集合一定要明确集合的元素是什么. 通过分析元素性质把握集合.





【例5】设 $M = \{a + b\sqrt{2} \mid |a^2 - 2b^2| = 1, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}\}$, 已知 $x \in M, y \in M$, 求证: (1) $xy \in M$; (2) $\frac{1}{x} \in M$.

思路分析

根据集合两方面的含义, 已知 $x, y \in M$, 则 x, y 都可写成 $a + b\sqrt{2}$ 的形式且 $|a^2 - 2b^2| = 1, a, b \in \mathbb{Z}$. 而要证明 $xy \in M, \frac{1}{x} \in M$, 则需证明它们符合 M 的属性.

证明: (1) $\because x \in M, y \in M$

$$\therefore \text{可设 } x = a + b\sqrt{2}, y = c + d\sqrt{2}$$

$$\text{且 } |a^2 - 2b^2| = 1, |c^2 - 2d^2| = 1, a, b, c, d \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore xy = (a + b\sqrt{2})(c + d\sqrt{2}) = (ac + 2bd) + \sqrt{2}(bc + ad)$$

$$\text{且 } |(ac + 2bd)^2 - 2(bc + ad)^2| = |(a^2 - 2b^2) \cdot (c^2 - 2d^2)| = 1$$

$$\therefore xy \in M.$$

$$(2) \frac{1}{x} = \frac{1}{a + b\sqrt{2}} = \frac{a - b\sqrt{2}}{a^2 - 2b^2} = \begin{cases} a - b\sqrt{2} & (\text{当 } a^2 - 2b^2 = 1) \\ -a + b\sqrt{2} & (\text{当 } a^2 - 2b^2 = -1) \end{cases}$$

$$\text{显然有 } a - b\sqrt{2} \in M, -a + b\sqrt{2} \in M$$

$$\therefore \frac{1}{x} \in M.$$



课内习题选析

【例】把下列集合用另一种形式表示出来:

$$(1) \{1, 5\} \quad (2) \{x \mid x^2 + x - 1 = 0\}$$

$$(3) \{2, 4, 6, 8\} \quad (4) \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 7\}$$

解: (1) $\{x \mid x = 2n + 1, n \in \{0, 2\}\}$

或 {10 以内的两个正奇整数且它们的和为 6}

或

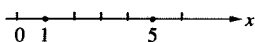


图 1-1

在集合中, 图形表示法很重要, 注意体会





(2) {方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两个根}

或 $\left\{ \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right\}$

这两种表示显然不如 $\{x | x^2 + x - 1 = 0\}$ 直观, 意义明确

(3) {10 以内的正偶数} 或 $\{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}_+, n < 5\}$

(4) {4, 5, 6}

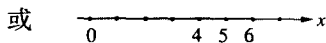


图 1-2

◆点评◆ 集合的表示方法是多样的, 同一个集合可用不同的形式表示出来, 这有助于从不同的角度认识同一个集合. 学习中, 要注意在把握住元素特征的基础上, 用最简洁直观、最有利于问题解决的形式来表示集合.



综合能力训练

A 组

一、选择题

1. 设 $A = \{a\}$, 则下列各式中正确的是 ()
A. $0 \in A$ B. $a \notin A$ C. $a \in A$ D. $a = A$
2. 用列举法将集合 $\{(x, y) | x \in \{1, 2\}, y \in \{1, 2\}\}$ 表示为 ()
A. $\{1, 2\} \in A$ B. $\{1, 2\}$
C. $2 = \{(2, 2)\}$ D. $\{(1, 2), (1, 1), (2, 1), (2, 2)\}$
3. 在 ①难解的题目; ②方程 $x^2 - 3 = 0$ 在实数集内的解; ③直角坐标平面内第四象限的一些点; ④很多多项式中, 能够组成集合的是 ()
A. ② B. ①、③ C. ②、④ D. ①、②、④
4. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x - 1 < \sqrt{3}\}$, 则有 ()
A. $3 \in A$ 但 $-3 \notin A$ B. $3 \in A$ 且 $-3 \in A$
C. $3 \notin A$ 且 $-3 \notin A$ D. $3 \notin A$ 但 $-3 \in A$
5. 下面有 4 个命题: ① $-a \notin \mathbf{N}$, 则 $a \in \mathbf{N}$; ② $\{0\}$ 表示仅有一个元素零的集合; ③ $x^2 + 4 = 4x$ 的解集可表示为 $\{2, 2\}$; ④ $\{y | |y| < 1\}$ 是有限集; 其中正确命题的个数是 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

