21 SHIJI 世纪高职高专数学教材

高等应用数学

（下册）

上海高校《高等应用数学》编写组

GAODENG YINGYONG SHUXUE

立信会计出版社
LIXIN KUAIJI CHUBANSHE

21世纪高职高专数学教材

高等应用数学

（下册）

上海高校《高等应用数学》编写组

立信会计出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学. 下册/上海高校《高等应用数学》编写组编. 一上海:立信会计出版社,2006. 1
21 世纪高职高专数学教材
ISBN 7-5429-1586-X

Ⅰ. 高… Ⅱ. 上… Ⅲ. 应用数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 002022 号

出版发行	立信会计出版社
经　　销	各地新华书店
电　　话	(021)64695050×215
	(021)64391885(传真)
	(021)64388409
网上书店	*www. Lixinbook. com*
	(021)64388132
地　　址	上海市中山西路 2230 号
邮　　编	200235
网　　址	*www. lixinaph. com*
E-mail	*lxaph@sh*163. *net*
E-mail	*lxzbs@sh*163. *net*(总编室)
印　　刷	立信会计常熟市印刷联营厂
开　　本	890×1240 毫米　1/32
印　　张	6
插　　页	2
字　　数	157 千字
版　　次	2006 年 1 月第 1 版
印　　次	2006 年 1 月第 1 次
印　　数	3 000
书　　号	ISBN 7-5429-1586-X/O・0006
定　　价	12.00 元

如有印订差错　请与本社联系

《高等应用数学》编写组

顾　问　胡启迪(上海教育考试院原院长、教授)

主　编　朱弘毅

编　委　(按姓氏笔画排列)

车荣强　田　丽　朱弘毅　刘柏林　苏海容

陈宝冲　张福康　赵斯泓　俞国胜　陶明诚

黄丽萍

主　审　李重华(上海交通大学教授、东海职业技术学院副院长)

审稿组　(按姓氏笔画排列)

朱德通(上海师范大学)　李重华(东海职业技术学院)

杨晓斌(上海财经大学)　俞建新(上海农林职业技术学院)

姚力民(上海商学院)

《高等应用数学》下册

副主编　赵斯泓(上海立信会计学院)

陈宝冲(上海科学技术职业学院)

黄丽萍(上海城市管理职业技术学院)

俞国胜(上海大学)

刘柏林(三门峡职业技术学院)

序

由于普通高校的连年扩招以及高等教育的多渠道教学，使我国高等教育的毛入学率呈现连年增长的趋势。有数据表明，全国的毛入学率已接近20%，而上海、北京等地已超过了50%。这意味着我国的高等教育已从改革开放初期的“精英化”阶段进入到当今的“大众化”阶段，有的地方还向“普及化”阶段迈进，实现了高等教育的跨越式发展。作为大众化阶段的高等教育，其重要特点是多样性，具体表现在高等学校的多层次、多类型(研究型、教学型、高职型、社区型)；人才培养模式的多样性；毕业就业的多样性；社会对高等教育人才培养需求的多样性等。而其中高等职业教育的改革和发展在高等教育的改革和发展中，起着基础性作用，在为实现“造就数以亿计的高素质劳动者、数以千百万计的专门人才和一大批拔尖创新人才”的目标中，占有重要的一块。历史与科技发展的实践告诉我们，在高等教育的基础方面，高等数学是不可或缺的课程，它是大学生必需的基本技能、必备的文化修养。现在的问题是，如何在有限的课时下，根据教学对象和目标精选内容、架构体系、学以致用。面对高等教育中高职与高专这样一个特殊的学习群体，在当前教育形势下，编写一本有针对性的高等数学教材，成为许多人的愿望，也是教材建设中的重要任务。展示在我们眼前的《高等应用数学》，正是应运而生的教材。

据我了解，本教材的编写者都是一些有丰富教学实践经验的数学教师，他们中许多人长期工作在上海高等专科学校，经历了上海20世纪90年代专科教育和新世纪高职教育的改革实践，熟悉学生，掌握教学规律。他们把在上海高职高专数学课程教学改革中建立的内容、体

系和结构融进了《高等应用数学》中。在教材编写时,他们又进行了广泛的调查研究和深入的切磋讨论,紧扣高职与高专的培养目标,把握“以应用为目的,以必需够用为度”的编写原则,认真细致地做好教材编写工作。

《高等应用数学》重视基本概念的建立、基本运算的训练,注重培养学生运用数学知识解决实际问题的能力,较好地调节数学推理与运算技巧的深度。与过去教材相比,本教材精简了内容、降低了难度,更贴近高职高专培养应用型人才的实际需要。另外《高等应用数学》的语言叙述也力求通俗精练,有利于启发式教学,有利于学生自学。

众所周知,高等职业教育改革是长期的任务,教材建设也是项长期的工作。随着事业的发展和教学改革的深入,教材建设会相应跟上。一本好的教材,也只有通过不断使用、研磨而日臻完善。因此希望使用本教材的各院校,能结合教学实际,改进不足之处,注入更新功能。

谨献此序,以表示一个老数学工作者对高职高专数学教学改革的期盼。

胡启迪

(上海市教育考试院原院长、教授)

前 言

在高等职业教育迅速发展的基础上，为了适应高职高专教育改革的需要，在上海市教委的领导下，组建了“上海高校《高等应用数学》编写组”，朱弘毅任《高等应用数学》主编，为高职高专编写一本具有高职高专特色的数学教材。

《高等应用数学》分上、下两册。上册内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、一阶微分方程及其应用、多元函数微积分，共七章，其教学课时分别为 12、14、10、10、8、6、12 学时。下册从第八章开始，内容包括矩阵(含行列式)、线性方程组、事件与概率、随机变量分布与数字特征、统计分析，共五章，其教学课时分别为 12、4、8、10、12 学时。俞国胜编写第八章，赵斯泓编写第九、第十章，陈宝冲编写第十一章，刘柏林编写第一章后二节及第十二章。

本教材按照“以应用为目的、以必需够用为度”的原则，以“理解基本概念、掌握运算方法及应用”为依据，参照高职高专基础课教学基本要求，结合数学课程教学改革的实际情况和教学经验编写的。本书力求深入浅出，按照高职高专培养目标选取教材内容、把握好推理和运算能力的深度；本书立足“好教、好学”，每节后配有习题，每章后配有复习题。本书内容富有弹性，教师可根据本校的特点与实际情况进行选择。

本书由上海教育考试院原院长胡启迪教授任顾问。《高等应用数学》由李重华教授主审，参加审稿的还有朱德通、杨晓斌、姚力民、俞建新，他们认真审阅原稿，提出了许多宝贵意见。本书在编写和出版过程

中得到胡启迪教授、上海市教委高教处徐国良同志、立信会计出版社孙时平总编辑、徐雪芬副社长、蔡莉萍编辑及审稿组各位专家的支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免有错误与不妥之处，敬请广大读者和同行批评指正。

朱弘毅

目　　录

第八章　矩阵 …… 1

第一节　矩阵的概念 …… 1

一、矩阵的概念 …… 1

二、特殊矩阵 …… 4

习题 8-1 …… 4

第二节　矩阵的运算 …… 5

一、矩阵的加法 …… 5

二、数乘矩阵与矩阵的减法 …… 7

三、矩阵的乘法 …… 9

四、矩阵的转置 …… 13

习题 8-2 …… 14

第三节　矩阵的初等变换与矩阵的秩 …… 16

一、矩阵的初等变换 …… 16

二、矩阵的秩 …… 19

习题 8-3 …… 21

第四节　行列式及其性质 …… 22

一、二阶行列式 …… 22

二、三阶行列式 …… 24

三、高阶行列式 …… 25

四、行列式的性质 …… 28

五、方阵的行列式 …… 31

六、克莱姆法则 …………………………………… 32
习题 8-4 …………………………………… 33
第五节　逆矩阵 …………………………………… 35
一、逆矩阵的概念 …………………………………… 35
二、逆矩阵存在的充要条件 …………………………………… 37
习题 8-5 …………………………………… 39
复习题八 …………………………………… 40

第九章　线性方程组 …………………………………… 43
第一节　线性方程组的解法 …………………………………… 43
一、消元法 …………………………………… 43
二、用矩阵的初等行变换求逆矩阵 …………………………………… 50
习题 9-1 …………………………………… 53
第二节　线性方程组解的判定 …………………………………… 55
一、非齐次线性方程组解的判定 …………………………………… 55
二、齐次线性方程组解的判定 …………………………………… 60
习题 9-2 …………………………………… 62
复习题九 …………………………………… 63

第十章　随机事件与概率 …………………………………… 66
第一节　预备知识 …………………………………… 66
一、两个计数原理 …………………………………… 66
二、排列与组合 …………………………………… 67
习题 10-1 …………………………………… 69
第二节　随机事件 …………………………………… 69
一、随机现象与统计规律性 …………………………………… 69
二、随机事件 …………………………………… 70
三、事件间的关系与运算 …………………………………… 72

习题 10-2 …… 74
第三节 随机事件的概率 …… 75
一、频率与概率 …… 75
二、古典概型 …… 77
习题 10-3 …… 79
第四节 概率的基本公式 …… 80
一、概率的加法公式 …… 80
二、概率的乘法公式 …… 82
习题 10-4 …… 85
第五节 事件的独立性与贝努里试验 …… 86
一、事件的独立性 …… 86
二、贝努里试验 …… 87
习题 10-5 …… 89
复习题十 …… 89

第十一章 随机变量与数字特征 …… 92
第一节 随机变量与分布函数 …… 92
一、随机变量的概念 …… 92
二、分布函数 …… 93
习题 11-1 …… 94
第二节 离散型随机变量 …… 95
一、离散型随机变量及其分布律 …… 95
二、常用的离散型随机变量的分布 …… 97
习题 11-2 …… 101
第三节 连续型随机变量 …… 103
一、连续型随机变量及其密度函数 …… 103
二、常用的连续型随机变量的分布 …… 105
习题 11-3 …… 111

第四节　随机变量的数字特征…………………………………… 113
一、数学期望 ……………………………………………………… 114
二、方差 …………………………………………………………… 118
习题 11-4 ………………………………………………………… 120
复习题十一………………………………………………………… 122

第十二章　统计分析………………………………………………… 124
第一节　样本与抽样分布……………………………………………… 124
一、样本 …………………………………………………………… 124
二、统计量 ………………………………………………………… 125
三、抽样分布 ……………………………………………………… 126
习题 12-1 ………………………………………………………… 129
第二节　点估计………………………………………………………… 130
一、数字特征估计法 ……………………………………………… 131
二、极大似然估计法 ……………………………………………… 132
三、估计量的评价标准 …………………………………………… 133
习题 12-2 ………………………………………………………… 135
第三节　区间估计……………………………………………………… 137
一、正态总体均值的区间估计 …………………………………… 137
二、正态总体方差的区间估计 …………………………………… 140
习题 12-3 ………………………………………………………… 142
第四节　假设检验……………………………………………………… 143
一、假设检验的基本原理 ………………………………………… 144
二、假设检验的基本方法 ………………………………………… 145
习题 12-4 ………………………………………………………… 149
第五节　一元线性回归………………………………………………… 151
一、散点图与回归直线 …………………………………………… 151
二、确定回归直线方程的方法 …………………………………… 152

三、线性相关关系的显著性检验 …………………………… 154
习题 12-5 …………………………………………………… 155
复习题十二…………………………………………………… 156

附录一 习题答案…………………………………………… 159
附录二 附表………………………………………………… 176
附表 1 泊松分布表 …………………………………………… 176
附表 2 标准正态分布表 ……………………………………… 177
附表 3 χ^2 分布表……………………………………………… 178
附表 4 t 分布表 ……………………………………………… 179
附表 5 相关系数检验表 ……………………………………… 180

第八章 矩　阵

第八、第九章介绍涉及线性代数方面的内容：矩阵和线性方程组。矩阵是研究线性代数的一个有力工具，有着广泛的应用。本章主要介绍有关矩阵的概念，矩阵的运算，逆矩阵及矩阵的初等变换。

第一节 矩阵的概念

一、矩阵的概念

我们先看两个例子：

【例 1】 某公司销售甲、乙、丙三种产品，上半年的销售额（单位：件）与成本（单位：元）如表 8-1 所示。

表 8-1

甲、乙、丙产品销售额、成本

项目 \ 产品	产品甲	产品乙	产品丙
销售额（件）	200	250	300
成本（元）	1 000	1 500	2 500

如果将表 8-1 中的数据取出并按表格数据的原次序排列，可以得到一个 2 行 3 列矩形数表：

$$\begin{pmatrix} 200 & 250 & 300 \\ 1\,000 & 1\,500 & 2\,500 \end{pmatrix}$$

则称其为 2 行 3 列矩阵，简称 **2×3 矩阵**。

【例 2】 已知线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3\ -x_4=1 \\ -6x_1+x_2\ +2x_3+x_4=-4 \\ 7x_1+4x_2-3x_3-2x_4=5 \end{cases}$$

这个方程组未知数的系数及常数项按方程组中相对应次序排列，可以组成一个 3 行 5 列矩形数表：

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 & 1 \\ -6 & 1 & 2 & 1 & -4 \\ 7 & 4 & -3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

则称其为 3 行 5 列矩阵，简称 3×5 矩阵，并称之为该方程组的**增广矩阵**(在第九章中介绍)。

定义 1 由 $m\times n$ 个数 $a_{ij}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$ 排列成一个 m 行 n 列的矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为 **m 行 n 列矩阵**，简称 **$m\times n$ 矩阵**，其中 a_{ij} 的下标表示该数在第 i 行第 j 列交叉位置上的**元素**。

一般用大写字母 A、B、C，…表示矩阵。为了指明矩阵 A 是 m 行 n 列矩阵，可用 $A_{m\times n}$ 表示，或用 $A=(a_{ij})_{m\times n}$ 表示以 a_{ij} 为元素 m 行 n 列矩阵 A。

定义 2 $n\times n$ 矩阵

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

称 A 为 n 阶**方阵**,也可记作 A_n。在方阵中,从左上角到右下角的对角线称为**主对角线**。

特别地,规定一阶方阵就是一个数,即 $A_1=(a)=a$。

定义 3 具有相同行数和相同列数的矩阵,称之为**同型矩阵**。

例如, $A=\begin{pmatrix}2 & 4 & 0\\1 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 4\\1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 4 & 0\\1 & -1 & 0\end{pmatrix}$;

则 A 与 C 是同型矩阵,A 与 B 不是同型矩阵。

定义 4 如果同型矩阵,$A=(a_{ij})_{m\times n}$ 和 $B=(b_{ij})_{m\times n}$ 在对应位置上的元素都相等,即

$$a_{ij}=b_{ij},(i=1,\cdots,m;j=1,\cdots,n)$$

则称矩阵 A 和矩阵 B **相等**,记作 $A=B$。

【例 3】 设

$$A=\begin{pmatrix}x-4 & x\\2x-2y & x+y\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}3y-3z & y-1\\-2 & 6-z\end{pmatrix}$$

若 $A=B$,求 x,y,z 的值。

解 根据矩阵 A 与 B 相等的定义,A 与 B 对应的元素应该相等,得

$$\begin{cases}x-4=3y-3z\\x=y-1\\2x-2y=-2\\x+y=6-z\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}x-3y+3z=4\\x-y=-1\\2x-2y=-2\\x+y+z=6\end{cases}$$

解方程组得

$$x=1,y=2,z=3$$

二、特殊矩阵

1. 零矩阵

所有元素都为零的矩阵，称之为**零矩阵**，记作 O。m 行 n 列的零矩阵记作 $O_{m\times n}$。

注意，不同型的零矩阵是不相等的。

例如，$O_{2\times 3}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，$O_{2\times 2}\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$是两个不相等的零矩阵。

2. 单位矩阵

主对角线上的元素均为 1，其余元素都为零的 n 阶方阵，称作**单位矩阵**，记作 E 或 E_n，即

$$E=\begin{pmatrix}1&0&\cdots&0\\0&1&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\0&0&\cdots&1\end{pmatrix}$$

零矩阵和单位矩阵在矩阵运算中所起的作用类似于数 0 和数 1 在数的运算中所起的作用。

3. 三角形矩阵

主对角线下方的元素全为零的方阵称为**上三角矩阵**；主对角线上方的元素全为零的方阵称为**下三角矩阵**。如：

$$\begin{pmatrix}1&3&0\\0&3&-4\\0&0&5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0&0&0\\3&0&0&0\\0&0&-2&0\\-7&5&1&5\end{pmatrix}$$

分别是上三角矩阵，下三角矩阵。

上三角矩阵，下三角矩阵统称为三角形矩阵。

习　题　8-1

1. 写出下列方程组的增广矩阵。

(1) $\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=1\\5x_1+x_2\ \ +6x_3=2\end{cases}$