中学十┼
2005全新版
宋伯涛 总主编

北京朗曼教学与研究中心教研成果

宋伯涛 总主编

本丛书英语听力部分由高考英语听力配音者
Paul Denman 和 Catherine Marsden 朗读

中学数学

Maths

1+1

九年级数学同步讲解与测试(下)

张志朝 主编

(配北师大课标)

天津人民出版社

北京朗曼教学与研究中心教研成果

中学数学1＋1

——九年级数学同步讲解与测试（下册）
（配北师大课标）

张志朝　主编

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

九年级数学同步讲解与测试·下/宋伯涛主编;—天津:天津人民出版社,2004.11
配北师大课标
ISBN 7-201-01550-8

Ⅰ.九…　Ⅱ.宋…　Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料　Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 115281 号

中学数学 1+1
九年级数学同步讲解与测试(下)
（配北师大课标）

张志朝　主编

天津人民出版社出版
出版人:刘晓津
(天津市西康路 35 号　邮政编码:300051)
北京市昌平长城印刷厂印刷　新华书店发行
*
2004 年 12 月第 1 版　2004 年 12 月第 1 次印刷
890×1240 毫米　32 开本　13.25 印张
字数:400 千字　印数:1-20,000
定价:15.00 元
ISBN 7-201-01550-8

前　言

国家基础教育课程改革启动至今已有三年，义务教育《课程标准》的实施范围正在逐步扩大，新的教育理念被越来越多的教育工作者和社会人士所接受，我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。这个变革的核心，对于教师来说，就是改变角色定位；对于学生来说，就是变革学习方式。本着这样的精神，同时为了适应课程改革深入发展的需要，今年再版时，我们在广泛征求专家、教师、学生和家长意见的基础上，作了较大程度的修改。

本书以新数学大纲为指导，按照新教材的体系分章编写。其特点在于结合教材对各章节重点、难点、疑点及考点等逐一进行讲解，内容详尽，条理清晰，分析透彻，所选例题题型系统全面。所涉及内容主要是各单元应掌握的**基础知识、知识运用、思维方法、解题方法**等，其中对例题的分析处理十分到位，不仅有恰到好处的思路点拨与规范解答，更重要的是解题后的说明，它是作者解题的体会和感受，是解题经验的总结。因此也可以说它是作者从解题实践中具体概括出来的精髓。在说明中，作者言简意赅地揭示巧思的思维过程；如何灵活地选用数学方法；对于可转化或引申的题目，给出其转化或引申的形式及其解法；对题中可能出现的错解予以剖析等等。它将给学生以启示，帮助学生领悟作者选题的意图，使学生做到立足基础，抓住关键，突破难点，研究方法，以一题代一类，真正使学生做到举一反三，触类旁通，从而达到跳出题海、启迪思维的提高能力效果。同步测试部分根据各章节特点对基础知识、重点难点、知识应用进行针对性的巩固训练。其中选用了目前各地较为常用的题型，增加了一些体现近几年中考命题方向的新题，并补充了一些与生产生活密切相关的应用题，可以说题型十分丰富，且综合性强，旨在帮助学生巩固知识，提高综合运用知识的能力。

学生在使用本书过程中，应结合教科书，努力掌握知识点的各种用法及注意事项，对某些重点难点要进行仔细的分析、研究，结合例题，做到深刻理解与牢固掌握。做同步练习时，要结合教科书及讲解内容进行独立思考，首先考虑应选择何种解题思路与策略，然后实施解题，并注意解题的规范性，解题结束后可与题解对照，弄懂弄通为什么是这个答案而不是那个答案？为什么这样解而不是那样解？还可以怎样解？怎样才对？从一个点进行发散性联想思维。课后还应对某些重点题目进行反复的再思考、再分析、再总结。有问题主动询问，及时解决。

学习《课程标准》，更新教育观念，有一个不断深入的过程；课程改革的实施，也需要不断地探索和积累。本书此次修订正是学习《课程标准》，改革教学内容和方法的一个具体的落实。希望我们的努力能给老师和同学们的教学活动带来切实而有效的帮助，虽然我们兢兢业业，勉力为之，但因水平有限，难免有错漏之处，诚望批评指正，以利再版时修改和完善。

凡需要本书以及本系列其他图书的读者可与本中心联系。联系电话：010-64925885，64925887，64943723，64948723；通信地址：北京市朝阳区亚运村邮局89号信箱；邮编：100101。

宋伯涛

2004年11月于北师大

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目录 CONTENTS

第3章　圆

第 1 章 直角三角形的边角关系

本章教材分析

本章内容属于三角学，中学数学把三角学内容分成两个部分：第一部分归入初中阶段，就是本章的解直角三角形的边角关系；第二部分是三角学内容的主体部分，包括解斜三角形、三角函数、反三角函数和三角方程，将归入高中阶段．前一部分是后一部分的基础，学好锐角三角函数和解直角三角形，将为继续学习三角学的第二部分内容打下扎实的基础．

本章的重点是锐角三角函数的概念和直角三角形的解法．特殊锐角及其三角函数值之间的对应关系也很重要，应当牢记，即：已知特殊角，说出它的三个三角函数值；反之，已知特殊角的函数值，说出这个角的度数．

锐角三角函数的概念，既是本章的难点，又是学好本章知识的关键．

1.1 从梯子的倾斜程度谈起

学习目标定位

1. 了解直角三角形中正切，正弦和余弦的概念．能正确地用 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 和 $\tan\alpha$ 表示直角三角形中两边的比；

2. 了解正切函数，正弦函数和余弦函数的增减性，会用直角三角形的边表示各三角函数的值；由已知锐角求出它的正切，正弦和余弦值；由已知三角函数值求出它对应的锐角的度数；

3. 在锐角三角函数的定义中，前提条件为“在直角三角形中”；

4. 锐角三角函数值都是正数，而且没有单位；

5. “$\sin A$”是完整的符号，不能理解为“sin”与“A”的乘积，“$\cos A$”及“$\tan A$”也是如此；

6. 锐角 A 的三角函数值只与 $\angle A$ 的大小有关，和 $\angle A$ 所处的三角

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

形并无关系；

7. 对于用三个大写字母或一个数字表示的角，它的三角函数中，符号“∠”不能省略，如 $\sin\angle ABC$，$\sin\angle 1$ 不能写成 $\sin ABC$，$\sin 1$.

重点难点解析

重点是正切、正弦和余弦的概念及互余两角的正切、正弦和余弦的关系.

难点是正弦和余弦的概念.

知识要点精讲

一、三角函数的定义

如图1.1-1，在△ABC 中，∠C 为直角，则锐角 A 的各三角函数定义如下：

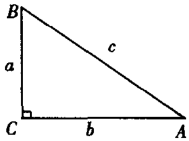

图 1.1-1

1. 角 A 的正弦

锐角 A 的对边与斜边的比叫做∠A 的正弦，记作 $\sin A$. 这里，$\sin A=\frac{a}{c}$.

2. 角 A 的余弦

锐角 A 的邻边与斜边的比叫做∠A 的余弦，记作 $\cos A$. 这里，$\cos A=\frac{b}{c}$.

3. 角 A 的正切

锐角 A 的对边与邻边的比叫做∠A 的正切，记作 $\tan A$. 这里，$\tan A=\frac{a}{b}$.

注意：(1)“$\sin A$”、“$\cos A$”和“$\tan A$”都是一个完整的记号. 不能把 $\sin A$ 看作 sin 与 A 的乘积，离开了∠A 的 sin 没有什么意义，只有连起来写成 $\sin A$ 才表示∠A 的正弦.

(2) $\sin A=\frac{a}{c}$ 实质是一个比值，没有单位，它只与∠A 的大小有关，而与三角形的大小无关. 例如，$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$，并不表示∠$A$ 的对边长是1，斜边长是2. 只表示对边与斜边之比是 1∶2.

(3) $\sin A$ 和 $\cos A$ 中的∠A 的角的记号“∠”习惯上省略不写，但对于用三个大写字母和阿拉伯数字表示的角，角的记号不能省略.

例如：“$\sin\angle ADB$”不能写成“$\sin ADB$”；“$\sin\angle 1$”不能写成“$\sin 1$”.

(4) $\sin A+\sin B\neq\sin(A+B)$，$\sin A\cdot\sin B\neq\sin(AB)$.

(5) $(\sin A)^2$ 和 $(\cos A)^2$ 常常简写成 $\sin^2 A$ 和 $\cos^2 A$，不能写成 $\sin A^2$ 和 $\cos A^2$.

二、三角函数间的关系

1. 同角的三角函数间的关系

(1)平方关系　$\sin^2 A+\cos^2 A=1$.

(2)商数关系　$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$.

2. 互为余角的三角函数间的关系

$\sin(90°-A)=\cos A$；$\cos(90°-A)=\sin A$.

三、直角三角形中的边角关系

1. 三边之间的关系

$a^2+b^2=c^2$(勾股定理)

2. 锐角之间的关系

$A+B=90°$.

3. 边角之间的关系

$\sin A=\cos B=\dfrac{a}{c}$；$\cos A=\sin B=\dfrac{b}{c}$；$\tan A=\dfrac{a}{b}$.

四、锐角 α 的三角函数值的符号及变化规律

1. 锐角 α 的三角函数值都是正值.

2. 若 $0°<\alpha<90°$，则 $\sin\alpha$，$\tan\alpha$ 随着 α 的增大而增大；$\cos\alpha$ 随着 α 的增大而减小.

典型例题解读

例 1　已知 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\dfrac{5}{13}$. 求 $\cos A$.

分析：本题已知$\angle A$ 的正弦，要求余弦，可以设三角形的两条边，求出第三条边，然后根据定义求得 $\cos A$. 也可以直接利用同角的正弦和余弦关系求解.

解：方法一：如图 1.1-2，

$\because$　$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{13}$，

$\therefore$　设 $BC=5k$，$AB=13k$.

由勾股定理，得 $AC=12k$.

$\therefore$　$\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{12k}{13k}=\dfrac{12}{13}$.

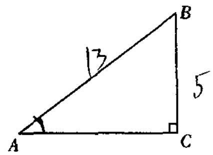

图 1.1-2

方法二：∵ $\sin^2 A+\cos^2 A=1, \sin A=\frac{5}{13}$,

∴ $\cos^2 A=1-\sin^2 A=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=\left(\frac{12}{13}\right)^2$.

又$\angle A$为锐角，$\cos A>0$.

∴ $\cos A=\frac{12}{13}$.

说明：本题所用的两种方法都是比较重要的．方法一构造直角三角形，方法二利用同角的正弦和余弦的关系．在今后解题中要合理选用，做到数形结合，避免用错正弦和余弦的定义．

例2 已知$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，求$\cos B$的值．

分析：由$Rt\triangle ABC$知$\angle A+\angle B=90°$，故$\sin A=\sin(90°-B)=\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

解：方法一：∵ $\angle C=90°$,

∴ $\angle A=90°-\angle B$.

∴ $\sin A=\sin(90°-B)=\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

方法二：∵ $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $\angle A=60°$.

∵ $\angle A+\angle B=90°$，∴ $\angle B=30°$.

∴ $\cos B=\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

说明：在$Rt\triangle ABC$中，如果$\angle C=90°$，则$\sin A=\cos B$，$\cos A=\sin B$.

例3 在$\triangle ABC$中，$AB=17$，$AC=15$，$BC=8$，求$\angle A$的正弦、余弦和正切函数．

分析：通过逆用勾股定理，判断$\angle C=90°$．再分别求$\angle A$的三个三角函数值．

解：∵ $AB=17, AC=15, BC=8$,

∴ $AB^2=AC^2+BC^2$.

∴ $\triangle ABC$为直角三角形，且$\angle C=90°$.

在$Rt\triangle ABC$中，

$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{8}{17}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{15}{17}$，$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{8}{15}$.

说明：本例的难点是要通过勾股定理判断出$\triangle ABC$为直角三角

形，再用三角函数的定义求解.

例 4 已知在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=3AC$. 求$\angle A$ 的正弦、余弦和正切值.

分析：欲求$\angle A$ 的正弦和余弦值，可由已知条件 $AB=3AC$ 来求解.

解：$\because$ $\angle C=90°$，$AB=3AC$.

设 $AC=k$，$AB=3k$，由勾股定理，得

$AB^2=BC^2+AC^2$.

$\therefore$ $BC=2\sqrt{2}k$.

$\because$ $\angle C=90°$，

$\therefore$ $\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{2\sqrt{2}k}{3k}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

$\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{k}{3k}=\dfrac{1}{3}$.

$\tan A=2\sqrt{2}$.

说明：在求锐角三角函数值时，经常要用到勾股定理及三角函数的定义，特别是已知两边的比值时，由于无法确定两边的长度，因此需要利用设元的方法来解决问题，但要注意由 $AB=3AC$ 并不能说明 $AC=1$，$AB=3$.

例 5 如图1.1-3所示在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$ 于 D，若 $BC=15$，$AD=16$. 求$\angle ACD$ 的正弦、余弦、正切值.

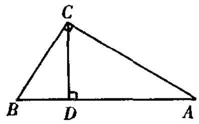

图 1.1-3

分析：如图易知，欲求$\angle ACD$ 的正弦和余弦值，需求 AC 的长和 CD 的长，关键是先求 BD 的长.

解：$\because$ $\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，

$\therefore$ $\triangle BCD\backsim\triangle BAC$.

$\therefore$ $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{BD}{BC}$. $\therefore$ $BC^2=AB\cdot BD$.

$\therefore$ $15^2=BD\cdot(16+BD)$.

整理，得$(BD+8)^2=289$.

解得 $BD=9$，$BD=-25$(舍去).

在 Rt$\triangle BCD$ 中，由勾股定理，得

$CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=\sqrt{15^2-9^2}=12$，

$AB=AD+BD=16+9=25$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，由勾股定理，得

$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20$.

$\therefore \quad \sin\angle ACD=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{16}{20}=\dfrac{4}{5}$,

$\cos\angle ACD=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$,

$\therefore \quad \tan\angle ACD=\dfrac{4}{3}$.

说明:解决本题的关键是求出 BD 的长.在求 BD 的长时,利用两直角三角形相似我们得到了 $BC^2=AB\cdot BD$,这一等式是直角三角形中的射影公式.同样,利用三角形相似,我们还可以得到以下等式:$AC^2=AD\cdot AB$,$CD^2=BD\cdot AD$.

例 6 如图1.1-4,在$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$AC=BC$,BD 为 AC 边上的中线,求 $\sin\angle ABD$ 和 $\tan\angle ABD$的值.

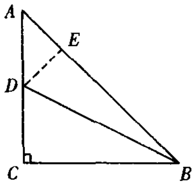

图 1.1-4

分析:可以构造一个含有$\angle ABD$的直角三角形,如过 D 作 $DE\perp AB$ 于 E,在 $Rt\triangle DEB$ 中,求 $\sin\angle ABD$及 $\tan\angle ABD$ 的值.

解:过 D 作 $DE\perp AB$ 于 E.

设 $DE=x$,在 $Rt\triangle ABC$ 中,$AC=BC$,

$\therefore \quad \angle A=45°$,

$\therefore \quad \triangle ADE$ 为等腰直角三角形.

$\therefore \quad AE=DE=x, AD=\dfrac{DE}{\sin45°}=\sqrt{2}x$.

又 BD 为 AC 边上的中线,

$\therefore \quad CD=AD=\sqrt{2}x, BC=AC=2\sqrt{2}x$.

$\therefore \quad BD=\sqrt{CD^2+BC^2}=\sqrt{10}x$.

$\therefore \quad BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=3x$.

$\therefore \quad \sin\angle ABD=\dfrac{DE}{BD}=\dfrac{x}{\sqrt{10}x}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$,

$\tan\angle ABD=\dfrac{DE}{BE}=\dfrac{x}{3x}=\dfrac{1}{3}$.

说明:构造$\angle ABD$所在的直角三角形是解决本题的关键.在构造出 $Rt\triangle BDE$ 后,要求出 DE 的长,有困难.在解题时,是把 DE 的长作为已知的量;而把其他各边的长用 DE 的长表示出来,从而求出$\angle ABD$的正弦和正切值.

例 7 已知 $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{4}$,且 $0°<\alpha<45°$.

求 $\sin\alpha-\cos\alpha$ 的值.

分析：根据 $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{4}$ 及隐含条件 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 可以解方程组求出 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$. 但这一方法太繁. 因此，考虑先求 $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=1-2\sin\alpha\cos\alpha$，然后再求出 $\sin\alpha-\cos\alpha$.

解：$\because\ \sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{4}$，

$$\begin{aligned}\therefore\ (\sin\alpha-\cos\alpha)^2&=\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha\\&=1-2\sin\alpha\cos\alpha\\&=1-2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

又 $0<\alpha<45°$，$\therefore\ \sin\alpha<\cos\alpha$，

$\therefore\ \sin\alpha-\cos\alpha<0.$

$\therefore\ \sin\alpha-\cos\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}.$

说明：本题要根据 α 的范围确定 $\sin\alpha-\cos\alpha$ 的符号. 一般地，对于锐角 α：

当 $0°<\alpha<45°$ 时，$\sin\alpha<\cos\alpha$；

当 $\alpha=45°$ 时，$\sin\alpha=\cos\alpha$；

当 $45°<\alpha<90°$ 时，$\sin\alpha>\cos\alpha$.

例 8 如图 1.1-5，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$b=8$，$\angle A$ 的平分线 $AD=\frac{16\sqrt{3}}{3}$，求 $\angle B$ 及 a，c 的值.

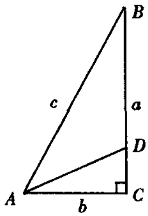

图 1.1-5

分析：本题涉及直角三角形较多的元素. 结合条件和问题，我们可以从 Rt△ADC 入手（因为 $b=8$，$AD=\frac{16\sqrt{3}}{3}$，$\angle C=90°$，条件较集中），利用三角函数的定义，可先求出 $\angle DAC$，再结合 AD 平分 $\angle BAC$，求出 $\angle BAC$，进一步求出 $\angle B$ 和 a、c 的值.

解：在 Rt△ACD 中，$AC=8$，$AD=\frac{16\sqrt{3}}{3}$，

$\angle C=90°$，

由 $\cos\angle DAC=\frac{AC}{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得 $\angle DAC=30°$.

又 AD 平分 $\angle BAC$，

$\therefore\ \angle BAC=60°$，$\angle B=30°$.

$c=AB=2AC=16.$

$\therefore\ a=c\cdot\sin A=16\cdot\sin 60°=8\sqrt{3}.$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com