21世纪高职高专教育规划教材（公共基础课）

应用数学基础（一）

主 编 辛 虹
副主编 周大娟 刘 斌 房 阁

东北大学出版社
Northeastern University Press

21世纪高职高专教育规划教材(公共基础课)

应用数学基础

(一)

主　编　辛　虹

副主编　周大娟　刘　斌　房　阁

东北大学出版社

·沈　阳·

图书在版编目（CIP）数据

应用数学基础(一) / 辛虹主编. — 沈阳 ：东北大学出版社，2006.8
21 世纪高职高专教育规划教材（公共基础课）
ISBN 7-81102-307-5

Ⅰ. 应…　Ⅱ. 辛…　Ⅲ. 应用数学—高等学校：技术学校—教材
Ⅳ. O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 097696 号

出 版 者：东北大学出版社
地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号
邮编：110004
电话：024—83687331（市场部）　83680267（社务室）
传真：024—83680180（市场部）　83680265（社务室）
E-mail：neuph @ neupress.com
http：// www.neupress.com
印 刷 者：沈阳市光华印刷厂
发 行 者：东北大学出版社
幅面尺寸：170mm×228mm
印　　张：12.25
字　　数：219 千字
出版时间：2006 年 8 月第 1 版
印刷时间：2006 年 8 月第 1 次印刷
责任编辑：刘乃义　　责任校对：文　浩
封面设计：唐敏智　　责任出版：杨华宁

定　　价：18.00 元

21世纪高职高专教育规划教材（公共基础课）
编审指导委员会

前　言

根据高等职业技术教育数学教学的特点以及沈阳职业技术学院数学教学大纲的要求，为适应高素质、高技能型人才培养的需要，突出高职办学特色，结合高职教育的实际情况，我们组织编写了这套《应用数学基础》教材。

本教材力求贯彻“以应用为主，以够用为度”的原则，在保证科学性的基础上，精讲多练，注重学生基本运算能力和分析问题、解决问题能力的培养，把素质教育与能力培养有机地结合起来。教学内容留有一定的弹性空间，以方便不同专业和学有余力的学生可以灵活选用或自学。

本套教材由沈阳职业技术学院基础部、汽车分院、计算机分院教师共同编写，共有两册，《应用数学基础(一)》(第1章至第6章)，《应用数学基础(二)》(第7章至第10章)。为了满足技能型人才素质培养的需要，根据高职院校学生的特点，在课堂练习中适量选取一些难度和范围都适中的习题，在每章后都有A、B两套试题。

本册为《应用数学基础(一)》，由辛虹任主编，周大娟、刘斌、房阁任副主编，由马良实主审。辛虹、马良实、杨海修改统稿。参加编写的人员有：郭景石、王曼丽、朱秀敏、刘艳、孙淑波、林沛然、周姝、徐连俊。

本书在编写过程中，得到了沈阳职业技术学院有关部门领导和兄弟院校的大力支持和协助，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中难免有疏漏之处，敬请广大读者提出宝贵意见，以便今后不断修订完善。

编　者

2006年5月

目　　录

第 1 章　预备知识

1.1　集合及其运算

1.1.1　集合的概念

(1) 集合

把具有某种特定属性的对象的全体称为一个集合(或集). 构成集合的每个对象都称为集合的元素. 例如:

① 你所在班级的全体学生构成一个集合, 其中每个学生都是这个集合的一个元素;

② 所有的三角形构成一个集合, 其中每个三角形都是这个集合的一个元素;

③ 直线 $y=2x-1$ 上的所有的点构成一个集合, 其中每一个点都是这个集合的一个元素.

(2) 集合与元素的关系

通常用大写字母 A, B, C, …表示集合, 用小写字母 a, b, c, …表示元素.

如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于 A, 记作 $a\in A$, 读作 a 属于 A. 如果 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于 A, 记作 $a\notin A$. 例如, 设

$$A=\{2, 4, 6, 8\},$$

则 $6\in A$, 但 $\frac{1}{2}\notin A$.

(3) 集合的性质

① 确定性; ② 互异性; ③无序性; ④ 任意性.

(4) 集合的分类

① 有限集; ② 无限集; ③空集.

(5) 常用的数集(由数构成的集合)及其记法

全体非负整数的集合通常简称为非负整数集(或自然数集)，记作 $\mathbf{N}$；

非负整数集内除 0 的集合，称为正整数集，记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$；

全体整数的集合通常简称为整数集，记作 $\mathbf{Z}$；

全体有理数的集合通常简称为有理数集，记作 $\mathbf{Q}$；

全体实数的集合通常简称为实数集，记作 $\mathbf{R}$.

1.1.2 集合的表示法及运算

(1) 列举法

列举法是指把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内以表示这个集合. 例如，方程 $x^2-4=0$ 的所有的解组成的集合，可以表示为 $\{-2, 2\}$；我国古代四大发明组成的集合可以表示为{火药，指南针，造纸术，印刷术}.

(2) 描述法

描述法是指把集合中元素的共性描述出来，写在大括号内以表示这个集合. 例如，所有的奇数构成的集合可以表示为

$$\{x \mid x \text{ 是奇数}\};$$

平方等于 1 的全体实数构成的集合可以表示为

$$\{x \mid x^2=1,\ x\in\mathbf{R}\}.$$

(3) 韦思图法(图示法)

例 1-1 用适当的方法表示下列集合：

① 方程 $x^2-x-6=0$ 的解集； ② 大于 3 的全体实数.

解 ① $\{-2, 3\}$； ② $\{x \mid x>3,\ x\in\mathbf{R}\}$.

(4) 交集

对于给定的集合 A，B，把所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合称为集合 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B"，即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

例 1-2 设 $A=\{x \mid x>-1\}$，$B=\{x \mid x<2\}$，求 $A\cap B$.

解
$$\begin{aligned} A\cap B &= \{x \mid x>-1\}\cap\{x \mid x<2\} \\ &= \{x \mid -1<x<2\}. \end{aligned}$$

(5) 并集

对于给定的集合 A，B，把所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素的集合称为集合 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，读作"A 并 B"，即

$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

例 1-3 设 $A=\{x \mid -2<x<1\}$，$B=\{x \mid 0<x<3\}$，求 $A\cup B$.

解　$A \cup B = \{x \mid -2 < x < 1\} \cup \{x \mid 0 < x < 3\}$
$= \{x \mid -2 < x < 3\}$.

1.2　不等式的解法

1.2.1　含绝对值的不等式解法

设 a 为任意正实数.

① 当 $|x| < a$ 时，解集为

$$\{x \mid -a < x < a\};$$

② 当 $|x| > a$ 时，解集为

$$\{x \mid x > a \text{ 或 } x < -a\}.$$

例 1-4　解不等式 $|2x-3| < 1$.

解　这个不等式等价于　$-1 < 2x - 3 < 1$,
整理，得

$$2 < 2x < 4,$$

即

$$1 < x < 2,$$

所以，此不等式的解集为

$$\{x \mid 1 < x < 2\}.$$

1.2.2　一元一次不等式和不等式组的解法

例 1-5　解不等式 $1 + \frac{x}{3} \geqslant 7 - \frac{x+10}{2}$.

解　去分母，得

$$6 + 2x \geqslant 42 - 3(x+10),$$

去括号，得

$$6 + 2x \geqslant 42 - 3x - 30,$$

移项整理，得

$$5x \geqslant 6,$$

即

$$x \geqslant \frac{6}{5}.$$

所以，此不等式的解集为

$$\left\{x \mid x \geqslant \frac{6}{5}\right\}.$$

例 1-6 解不等式$\frac{2}{3}(x-1)>x-2$.

解 去括号并移项，得

$$\frac{2}{3}x-x>\frac{2}{3}-2,$$

整理，得

$$-\frac{1}{3}x>-\frac{4}{3},$$

两边同乘以 -3，得

$$x<4.$$

所以，此不等式的解集为

$$\{x\mid x<4\}.$$

例 1-7 解不等式组$\begin{cases}x-3(x-2)\geqslant 4, & ①\\ 15-9x<10-4x. & ②\end{cases}$

解 由①得 $$x\leqslant 1,$$

由②得 $$x>1.$$

所以，此不等式组的解集为

$$\{x\mid x\leqslant 1\}\cap\{x\mid x>1\}=\varnothing,$$

即此不等式组的解集为空集.

1.2.3 一元二次不等式的解法

例 1-8 解不等式 $x^2-2x-3<0$.

解 令 $x^2-2x-3=0$，则判别式

$$\Delta=(-2)^2-4\times1\times(-3)=16>0,$$

方程 $x^2-2x-3=0$ 的解是

$$x_1=-1,\ x_2=3,$$

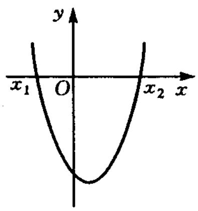
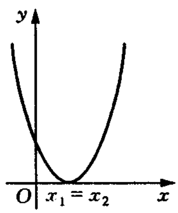
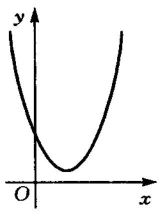
所以，此不等式的解集为

$$\{x\mid -1<x<3\}.$$

1.2.4 一元二次不等式的解集

设 $a>0$，则一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 与 $ax^2+bx+c<0$ 的解集见表 1-1.

表 1-1

判别式 $\Delta=b^2-4ac$	二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像	一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根	一元二次不等式的解集	
			$ax^2+bx+c>0$	$ax^2+bx+c<0$
$\Delta>0$		有两个不等实根 $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $(x_1<x_2)$	$\{x\mid x<x_1$ 或 $x>x_2\}$	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$
$\Delta=0$		有两个相等实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	$\left\{x\,\middle\vert\, x\in\mathbf{R}, x\neq-\dfrac{b}{2a}\right\}$	$\varnothing$
$\Delta<0$		无实根	$\mathbf{R}$	$\varnothing$

1.3　数　列

设数列 a_1，a_2，a_3，a_4，…，a_n，….

1.3.1　等差数列

若 $a_2-a_1=a_3-a_2=\cdots=a_n-a_{n-1}=d$（$d$ 为常数），则此数列为等差数列．其中 a_1 是首项，d 是公差．

（1）通项公式

$$a_n=a_1+(n-1)d\quad(n\in\mathbf{N}^*).$$

(2) 前 n 项和公式

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2} \quad \text{或} \quad S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d.$$

(3) 等差中项

若三个数 a, A, b 成等差数列, 则 A 称为 a 与 b 的等差中项, 且

$$A=\frac{a+b}{2}.$$

1.3.2 等比数列

若 $\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_3}{a_2}=\cdots=\frac{a_n}{a_{n-1}}=q$ (q 为常数), 则此数列为等比数列. 其中 a_1 是首项, q 是公比.

(1) 通项公式

$$a_n=a_1q^{n-1} \quad (n\in\mathbf{N}^*).$$

(2) 前 n 项和公式

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \quad \text{或} \quad S_n=\frac{a_1-a_nq}{1-q} \quad (q\neq1).$$

(3) 等比中项

若三个数 a, G, b 成等比数列, 则 G 称为 a 与 b 的等比中项, 且

$$G^2=ab \quad \text{或} \quad G=\pm\sqrt{ab}.$$

1.4 三角函数

1.4.1 一些常用特殊角的度数与弧度数的对应值

一些常用特殊角的度数与弧度数的对应值见表 1-2.

表 1-2

度	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

1.4.2 任意角三角函数的定义

设 α 是一个任意角, 任取其终边上一点 $P(x, y)$, 它到原点的距离

$$r=\sqrt{x^2+y^2}>0,$$

见图 1-1，则有下列定义：

① 比值 $\frac{y}{r}$ 称为 α 的正弦，记作

$$\sin\alpha=\frac{y}{r};$$

② 比值 $\frac{x}{r}$ 称为 α 的余弦，记作

$$\cos\alpha=\frac{x}{r};$$

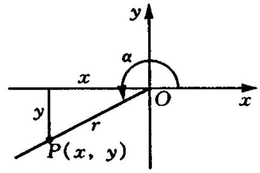


图 1-1

③ 比值 $\frac{y}{x}$ 称为 α 的正切，记作

$$\tan\alpha=\frac{y}{x};$$

④ 比值 $\frac{x}{y}$ 称为 α 的余切，记作

$$\cot\alpha=\frac{x}{y};$$

⑤ 比值 $\frac{r}{x}$ 称为 α 的正割，记作

$$\sec\alpha=\frac{r}{x};$$

⑥ 比值 $\frac{r}{y}$ 称为 α 的余割，记作

$$\csc\alpha=\frac{r}{y}.$$

它们都是以 α 为自变量的函数，统称为三角函数．

1.4.3　同角三角函数的基本关系式

根据三角函数的定义，可以得到下列关系式．

(1) 平方关系

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha}-1=\tan^2\alpha,$$

$$\frac{1}{\sin^2\alpha}-1=\cot^2\alpha;$$

(2) 商数关系