志鸿优化系列丛书

丛书主编　任志鸿　孟国泰

NEW

配新课标人教版

高中同步测控

优化设计

数学B　必修Ⅱ

南方出版社

志鸿优化系列丛书

THE BEST DESIGN

配新课标人教版

高中同步测控
优化设计

数学B

必修Ⅱ

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中同步测控优化设计. 数学 B. 必修：Ⅱ. 新课标人教版/任志鸿，孟国泰主编. -2 版. -海口：南方出版社，2004. 10(2005. 8 重印)
(志鸿优化系列丛书)
ISBN 7 - 80660 - 680 - 7

Ⅰ. 高...　Ⅱ. ①任...②孟...　Ⅲ. 数学课-高中-教学参考资料　Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 104603 号

责任编辑：余云华
策　　划：徐　翎　张玉兴

志鸿优化系列丛书
高中同步测控优化设计·数学 B·必修：Ⅱ
任志鸿　孟国泰　主编

南方出版社　出版
(海南省海口市海府一横路 19 号华宇大厦 12 楼)
邮编：570203　电话：0898—65371546
济南申汇印务有限责任公司印刷
山东世纪天鸿书业有限公司总发行
2005 年 8 月第 3 版　2005 年 8 月第 1 次印刷
开本：787×1092　1/16
印张：72　字数：1890 千字
定价：87.00 元(全套共 8 册)

志鸿创新

（代前言）

题记：我创故我在，我在故我创。

志鸿人历来注重教育创新，并以此为立业之本。志鸿人认为：创新是人的灵魂，是人的本质特征，是人的天然属性，是人与动物的最本质区别，是一切物质文明和精神文明的不竭源泉。

基于此，志鸿人在教育领域里进行着不断的创新与超越。伴随着实验区师生的殷切期盼，伴随着新课程标准的贯彻落实，志鸿人在精心研究新课程标准的基础上，与全国各地的一线名师和骨干教师再度强强联合，以新课程理念为灵魂，以新课标教材为依据，以实用性和创新性为出发点，以全面培养人的综合能力和综合素质为根本目的，把曾经风靡全国、畅销各地的《高中同步测控优化设计》再度进行了细心精心倾心的打造和全面的提升，以展示志鸿人的爱心与智慧、品质与品位、思想与理想。

本书以理念统帅板块，以板块整合栏目，以栏目组织内容，实现了“继承与创新、适应与引领”和“学习·创新·做人三位一体”的设计思路。本书理念先进，板块栏目设置科学合理，内容详实精彩，特色鲜明亮丽。

[名师导航] 通过名师在“智、情、创、和”等方面的疏导与引导，以达到“师傅引进门”的目的。在这一板块中，“重点与剖析”不仅为你展示学科重点，还为你提供体贴入微的解析和指导；“问题与探究”不仅为你展示问题立意的风采，还为你如何探究作出了思路点拨；“典题与精析”不仅为你提供经典的例题与精析，还为你如何避开“黑色陷阱”(认知陷阱和思维陷阱)、打通“绿色通道”(思考思维思路思想通道和情感态度价值观通道) 出谋划策。

[自主广场] 为你精选了不少的好题活题新题，让你在知识和能力的海洋中一试身手，最大限度地发挥主观能动性和创造性，以达到“修行靠自身”的目的。志鸿人认为：自己也是好老师。靠墙墙会倒，靠娘娘会老；只有靠自己，万事能办好。为了体现自主教育的精神，在这一板块中，我们特别设计了两个栏目：“基础达标”和“综合发展”。“基础达标”助你夯实根基，“综合发展”使你的综合能力和素质得到全面的提高。

志鸿人在教育上已经做了大量工作，但我们知道自己还有诸多的不足。我们希望和你一起共同成长。特别值得一提的是，封面上两只比翼齐飞的天鹅就是志鸿人与你共同成长、共创辉煌的象征。大的象征着志鸿人，小的象征着你，我们相互激励，相互促动，共同翱翔于蓝天白云之间，追求着快乐而幸福的人生。志鸿人认为：人一定要不断成长！成长是和人的生命同始终的。志鸿人坚信：人人是成长之人，天天是成长之时，处处是成长之地。我们拒绝成熟，我们一直在成长！我们是快乐的精灵！我们是幸福的化身！

目前，志鸿人正在建构“中国特色的志鸿教育体系”，正在组织实施“志鸿教育百千万工程”，正在编辑出版“志鸿教育家书系”，正在推进“中国新人文教育运动”，正在以智慧和爱心铸就中国教辅第一品牌……

志鸿创新，以德化雨，滋润每一个人的心灵；

志鸿创新，以文化人，升华每一个人的精神。

“衣带渐宽终不悔，为伊消得人憔悴。”志鸿人已把教育作为自己的生命，正在创造着一个又一个的奇迹。志鸿人绝不仅仅满足于编几套教辅，志鸿人的理想和抱负是为了民族教育的兴旺发达而竭尽全力！

在此，我们愿以正在构建中的“志鸿教育体系”中的一段话来结束前言：

立国先立人，
立人先立心，
立心先立志。
志立则心立，
心立则人立，
人立则国立。

《高中同步测控新优化设计》编写组

目录

新优化设计<数学·必修Ⅱ>

THE BEST DESIGN

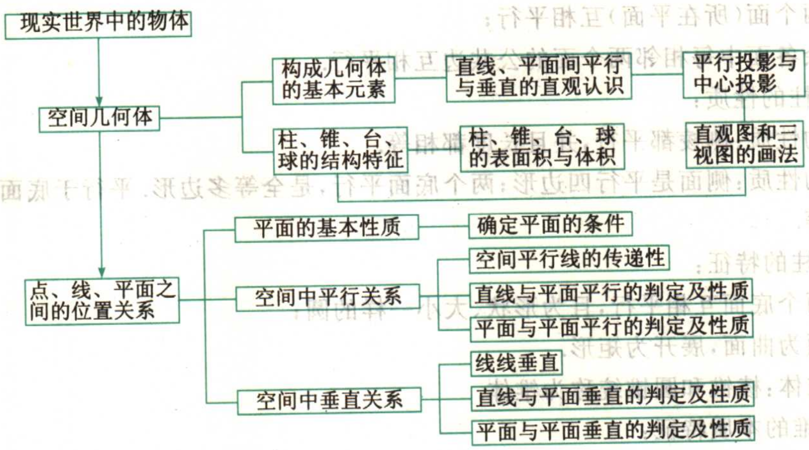
第一章　立体几何初步

本章概览

几何学是研究现实世界空间形式及其数量间的关系的一门学科.我们现在学习的立体几何知识是以欧氏立体几何体系为基础,并加以精简、改革和更新而整理出来的.

本章主要学习立体几何初步知识,包括从动态观点认识构成几何体的基本元素点、线、面,立体图形的直观图和三视图的画法,常见几何体柱、锥、台、球的结构特征及其表面积和体积,然后以四个公理为基础,对点、线、面之间的位置关系作深入研究,归纳出空间中线面平行、垂直的有关判定定理和性质定理.

本章的知识架构图:



志鸿教育 体系寄语

数学是思维的体操,几何就是体操中优美的直线和弧线.

1.1 空间几何体

名师导航

重点与剖析

1.常见几何体柱、锥、台、球的结构特征

教材分别在多面体和旋转体中介绍了柱体、锥体、台体和球的有关知识，也可以从另外一个角度来掌握这些几何体的结构特征：

(一)柱体：棱柱和圆柱统称为柱体.

(1)棱柱的本质特征有两个：

①有两个面(所在平面)互相平行；

②其余各面中每相邻两个面的公共边互相平行.

(2)棱柱的性质：

①棱的性质：侧棱都平行，并且长度都相等.

②面的性质：侧面是平行四边形；两个底面平行，是全等多边形.平行于底面的截面与底面也全等.

(3)圆柱的特征：

①有两个底面互相平行，且为形状、大小一样的圆；

②侧面为曲面，展开为矩形.

(二)锥体：棱锥和圆锥统称为锥体.

(1)棱锥的本质特征：

①有一个面是多边形；

②其余各面都是有一个公共顶点的三角形.

(2)圆锥的特征：

①只有一个顶点，只有一个底面为圆；

②侧面为曲面，展开为扇形.

(三)台体：棱台和圆台统称为台体.

(1)棱台的性质：

①棱的性质：侧棱延长之后，必交于一点.

②面的性质：侧面是梯形；两个底面平行，是相似多边形.

(2)圆台的性质：

①上下底面平行，为半径不等的圆形；

②侧面展开图为一个扇环.

球体:简称为球.

球的性质:球被任意一个平面所截得的截面是一个圆面.

2. 用平面图形表示空间图形的方法

(1)中心投影:投射线汇交于一点的投影叫中心投影,该点称为投射中心.(结合图1-1-1,了解即可)

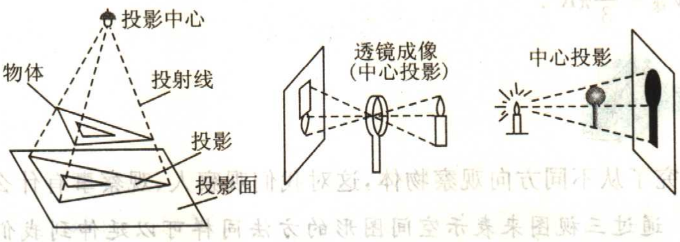


图 1-1-1

(2)平行投影:当把投影中心移到无穷远处时,所有的投影线都互相平行,这样的投影称为平行投影.

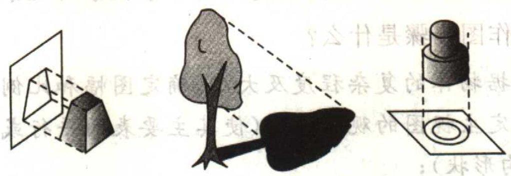


图 1-1-2

(3)平行投影的性质:

①直线的平行投影是点或直线,线段的平行投影是点或线段.

②平行直线的平行投影是平行或重合的直线,或者是两点.

③平行于投射面的线段,它的投影与这条线段平行且等长;

④与投射面平行的平面图形,它的投影与这个图形全等;

⑤在同一直线或平行直线上,两条线段平行投影的比等于这两条线段的比.

(4)平行投影的应用:

①斜二测画法:画图时,Oz 轴铅直放置,Ox 轴水平放置,Oy 轴与水平线成 $45°$,凡平行于 x 轴和 z 轴的线段按 $1:1$ 量取,平行于 y 轴的线段按 $1:2$ 量取.

②正等测画法:画圆的直观图时使用(了解即可).

3. 柱、锥、台、球的表面积与体积

(1)柱体、锥体、台体的表面积公式

圆柱表面积:$S_{圆柱}=2\pi r^2+2\pi rl=2\pi r(r+l)$.

圆锥表面积:$S_{圆锥}=\pi r^2+\pi rl=\pi r(r+l)$.

圆台表面积:$S_{圆台}=\pi(r'^2+r^2+r'l+rl)$.

(2)柱体、锥体、台体的体积公式

柱体体积:$V_{柱体}=Sh$.

锥体体积：$V_{锥体}=\frac{1}{3}Sh$.

台体体积：$V_{台体}=\frac{1}{3}(S'+\sqrt{S'S}+S)h$.

(3)球的体积和表面积公式

球的表面积：$S_{球}=4\pi R^2$.

球的体积：$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$.

我们研究了从不同方向观察物体，这对我们观察人、观察事有什么启发呢？

通过三视图来表示空间图形的方法同样可以延伸到我们日常的生活中来.从不同方向观察同一物体时，可能看到不同的图形；从不同角度分析同一件事或同一个人时，结果可能也不一样.因此希望同学们今后看物、看人、看事要从多角度、多方面分析，避免出现瞎子摸象的现象.

物体三视图的作图步骤是什么？

(1)根据物体的复杂程度及大小，确定图幅和比例；

(2)确定主视图的观察方向(使其主要表面平行或垂直于投影面，能表达更多的结构形状)；

(3)布置各视图的位置(画出基准线、对称中心线、轴线)；

(4)按照三等规律画其三视图(可见轮廓线画粗实线，不可见轮廓线画虚线)；

(5)校核有无错漏，擦去多余线条；

(6)按标准图线加深视图，顺序为：圆形、圆弧、水平线、垂直线、斜线.

如何认识和理解由物体的三视图来确定物体的空间形状呢？

要确定物体的空间形状，至少要有三面投影.如图1-1-3，这三个互相垂直的投影面，称为三面投影体系，其中：正立投影面，简称正立面，用“V”标记；侧立投影面，简称侧立面，用“W”标记；水平投影面，简称水平面，用“H”标记；三投影面之间两两的交线，称为投影轴，分别用 Ox、Oy、Oz 表示，三根轴的交点 O 称为原点.

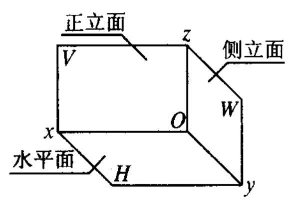


图1-1-3

现将物体放在三面投影体系中，将物体分别向三个投影面作投影，就得到物体的三视图.注意：三视图是以正投影法为依据的，但具体绘制时，是用人的视线代替投影线的.将物体向三个投影面作投影，即从三个方向去观看，从前向后看，即得 V 面上的投影，称为主视图；从左向右看，即得在 W 面上的投影，称为侧视图或左视图；从上向下看，即得在 H 面上的投影，称为俯视图.

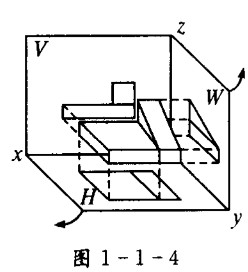


图1-1-4

为使三视图位于同一平面内，需将三个互相垂直的投影面摊平．方法：V 面不动，将 H 面绕 Ox 轴向下旋转 90°，W 面绕 Oz 轴向右旋转 90°．

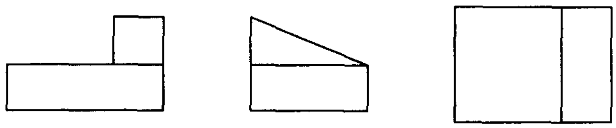


图 1－1－5

三视图的投影关系：

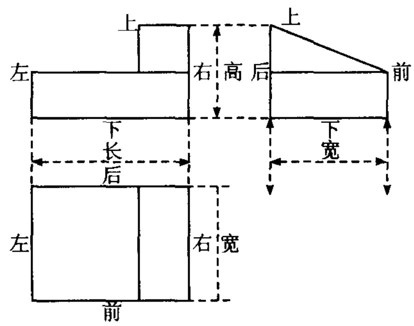


图 1－1－6

由三视图可以看出，俯视图反映物体的长和宽，正视图反映它的长和高，左视图反映它的宽和高．因此，物体的三视图之间具有如下的对应关系：

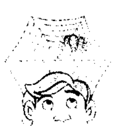
主视图与俯视图的长度相等，且相互对正，即“长对正”；

主视图与左视图的高度相等，且相互平齐，即“高平齐”；

俯视图与左视图的宽度相等，即“宽相等”．

在三视图中，无论是物体的总长、总宽、总高，还是局部的长、宽、高（如上面的棱柱）都必须符合“长对正”“高平齐”“宽相等”的对应关系．

学习立体几何知识时需要注意运用哪些重要的数学方法？



立体几何知识是建立在平面几何知识基础上的，因此把立体几何问题通过化归的数学思想转化为平面几何问题来解决是学好立体几何的基本方法．教材中处处都渗透了这种转化的数学思想，比如通过三视图（平面图形）来表示空间图形，通过几何体的侧面展开求表面积，祖暅原理等等．同学们除了仔细体会教材中蕴含的这种化归的思想外，也要有意识地运用到解决立体几何问题的过程中去．

（1）命题“一个几何体有两个面平行，其余各面为四边形，则此几何体为棱柱”是否正确？

（2）命题“一个几何体有两个面平行，其余各面为梯形，则此几何体为棱台”是否正确？

严格结合棱柱、棱台的定义和性质来判定，不能有丝毫的偏差．

答案:(1)不正确,其余各面为四边形,不能反应出侧棱互相平行. 如图 1-1-7,满足命题条件,不是棱柱.

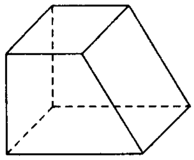


图 1-1-7

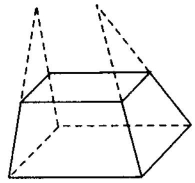


图 1-1-8

(2)不正确,此命题不能反映出侧棱延长交于一点. 如图 1-1-8,满足命题条件,不是棱台.

绿色通道

如果肯定一个命题成立,则需要严格证明,而否定一个命题成立,只要举出一个反例即可.

根据下列对于几何体的结构特征的描述,说出几何体的名称,并画出图形.

(1)由四个面围成,且各个面都为全等的等边三角形;

(2)由七个面围成,其中两个面是互相平行的五边形,其他面都是全等的矩形.

精析:首先确定出是哪种几何体,然后正确画出图形.

答案:(1)如图 1-1-9,这是一个三棱锥,而且是一个正三棱锥,也称正四面体.

(2)如图 1-1-10,这是一个五棱柱.

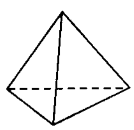


图 1-1-9

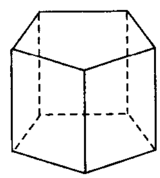


图 1-1-10

绿色通道

作图能力是学习立体几何必备的能力之一,也是培养空间想象能力的重要方式.

小明设计了某个产品的包装盒,但是少设计了其中一部分,请你把它补上,使其能成为两边均有盖的正方体盒子.

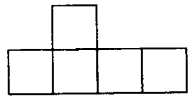


图 1-1-11

(1)你能有________种弥补的办法? (2)任意画出一种成功的设计图.

精析:观察图形可以看出,这个正方体盒子的四个侧面和上底面已经有了,缺少一个下底面,可以有四种弥补方法.

答案 (1)4

(2)设计如图 1－1－12.

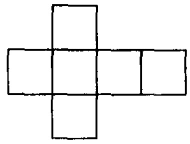


图 1－1－12

绿色通道 能正确识别平面图形与空间图形并能相互转化是具有良好空间想象能力的重要体现.

正六棱锥的底面周长为 24，H 是 BC 的中点，$\angle SHO=60^\circ$，求：(1)棱锥的高；(2)斜高；(3)侧棱长.

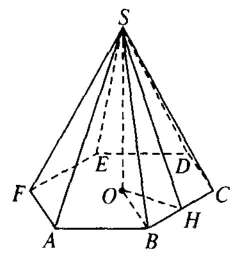


图 1－1－13

分析 棱锥中有关量的计算主要是通过解三角形得到的，正棱锥中主要是解直角三角形.

解 正六棱锥的底面周长为 24，

∴正六棱锥的底面边长为 4.

在正棱锥 $S\text{—}ABCDEF$ 中，取 BC 的中点 H，连结 SH，$SH\perp BC$，O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心，连结 SO.

(1)在 $Rt\triangle SOH$ 中，$OH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}BC=2\sqrt{3}$，$\angle SHO=60^\circ$，

∴$SO=OH\cdot\tan60^\circ=6$.

(2)同样，在$\triangle SOH$ 中，斜高 $SH=2OH=4\sqrt{3}$.

(3)在 $Rt\triangle SOH$ 中，$SO=6$，$OB=BC=4$，

∴$SB=\sqrt{SO^2+OB^2}=2\sqrt{13}$.

绿色通道 如果题目中给出的量较为分散，应该先把这些量集中，最好是集中到某一个三角形中再求解.

要将一个正方体模型展开成平面图形，需要剪断多少条棱？你的结论可以作为一条规律来用吗？

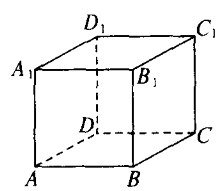


图 1－1－14

分析 正方体有 6 个面，所以展开后的平面图形只要 5 条棱相连就可以了.

答案 需要剪断 7 条棱.

因为正方体有 6 个面，12 条棱，两个面有一条棱相连，展开后六个面就有 5 条棱相连，所以剪断 7 条棱. 规律是正方体的平面展开图只能有 5 条棱相连，但是，有 5 条棱相连的 6 个正方形图形不一定是正方体的平面展开图.

黑色陷阱

如果从剪开哪几条棱入手考虑,会较烦琐而不得其解.

例6 正四棱台 AC_1 的高是 17 cm,两底面的边长分别是 4 cm 和 16 cm,求这个棱台的侧棱长和斜高.

精析:棱台中有关量的计算通常是归结到某个梯形内进行,而正棱台则是在直角梯形内进行.

解:设棱台两底面的中心分别是 O_1 和 O,B_1C_1 和 BC 的中点分别是 E_1 和 E,连结 O_1O、E_1E、OB、O_1B_1、OE、O_1E_1,则 OBB_1O_1 和 OEE_1O_1 都是直角梯形.

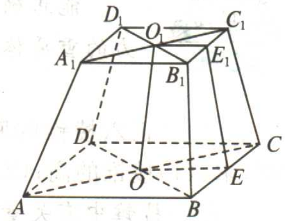


图 1-1-15

∵$A_1B_1=4$ cm,$AB=16$ cm,

∴$O_1E_1=2$ cm,$OE=8$ cm,$O_1B_1=2\sqrt{2}$ cm,$OB=8\sqrt{2}$ cm.

因此 $BB_1=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+17^2}=19$ cm,$EE_1=\sqrt{6^2+17^2}=5\sqrt{13}$ cm,即这个棱台的侧棱长是 19 cm,斜高是 $5\sqrt{13}$ cm.

例7 画一个底面边长为 5 cm,高为 11.5 cm 的正五棱锥的直观图,比例尺为 1∶5.

精析:画正五棱锥的直观图只需根据斜二测画法,选择恰当的坐标系画出正五边形的直观图,进而确定出正五棱锥的顶点即可.

画法:(1)画轴:画 x' 轴、y' 轴、z' 轴,记坐标原点为 O',使 $\angle x'O'y'=45°$(或 135°),使 $\angle x'O'z'=90°$;

(2)画底面:x' 轴、y' 轴画边长为 1 cm 正五边形的直观图 $ABCDE$ 并使正五边形的中心对应点 O';

(3)画高线:在 z' 轴上取 $O'S=\frac{11.5}{5}=2.3$ cm;

(4)成图:顺次连结 SA、SB、SC、SD、SE,并加以整理(去掉辅助线,并将被遮住的部分改为虚线),就得到正五棱锥的直观图.

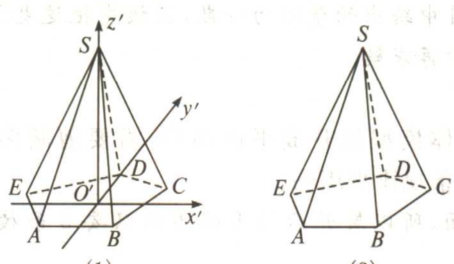


图 1-1-16

绿色通道

正棱锥的直观图由底面和顶点所决定.正棱锥底面的画法与直棱柱底面的画法相同.顶点和底面中心的距离等于它的高.画正棱锥的直观图可以对照直棱柱的直观图的画法,加深对空间图形直观图画法的理解和掌握.

例8 画出下列几何体的三视图.

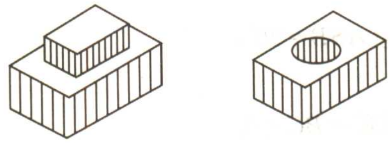


图 1－1－17

精析：首先确定正视图的观察方向，然后根据作图步骤进行就可以了.

答案：

(1)

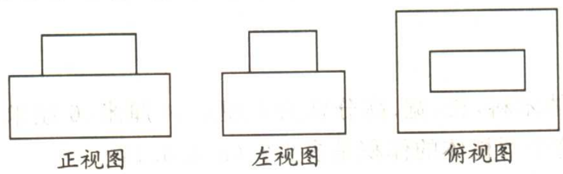


图 1－1－18

(2)

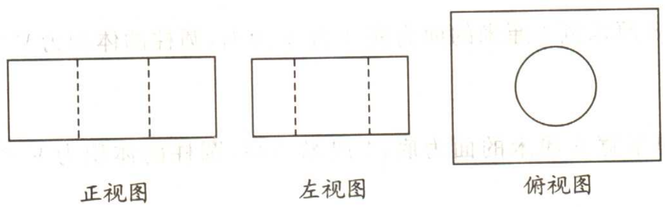


图 1－1－19

例9 图 1－1－20 中的几何体是一棱长为 4 厘米的正方体，若在它的各个面的中心位置上各打一个直径为 2 厘米、深为 1 厘米的圆柱形的孔，求打孔后几何体的表面积是多少？($\pi=3.14$)

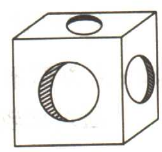


图 1－1－20

精析：因为正方体的棱长为 4 厘米，而孔深只有 1 厘米，所以正方体没有被打透. 打孔后所得几何体的表面积等于原来正方体的表面积，再加上六个完全一样的圆柱的侧面积. 这六个圆柱的高为 1 厘米，底面圆的半径为1 厘米.

解：正方体的表面积为 $16\times6=96$(平方厘米)，

一个圆柱的侧面积为 $2\pi\times1\times1=6.28$(平方厘米)，

几何体的表面积为 $96+6.28\times6=133.68$(平方厘米).

所以几何体的表面积为 133.68 平方厘米.

黑色陷阱

如果先求出正方体的表面积，再减去四个圆的面积，再加四个没有上底面的圆柱的表面积，会使计算量增加很多.

例10 圆锥底面半径是 6，轴截面顶角是直角，过两条母线的截面截去底面圆周的

$\frac{1}{6}$,求截面面积.

解 由题知,轴截面顶角$\angle ASB=90°$,

$\therefore SA=SB=SC=6\sqrt{2}$.

又$\angle BOC=60°$,$\therefore OB=OC=BC=6$.

$\therefore SD=\sqrt{72-9}=3\sqrt{7}$.

$\therefore S_{\triangle SCB}=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{7}=9\sqrt{7}$.

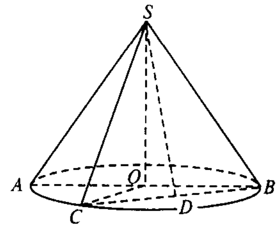


图 1-1-21

截面问题的图形一般较为复杂、难读,要正确识图,寻找各量之间的关系.

一块长方体木料,长、宽、高分别为 8 厘米、4 厘米、6 厘米,把它切削成一个体积最大的圆柱体,求这个圆柱体的体积是多少?(π 取 3.14)

精析 根据此题提供的条件,削成圆柱体有三种情况,就要按条件比较一下哪一种削法削成的圆柱体最大.

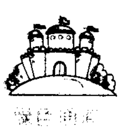
解 (1)以长 8 厘米宽 4 厘米的面为底,6 厘米为高,圆柱的体积为 $V=\pi\times(\frac{4}{2})^2\times 6=24\pi$ 立方厘米.

(2)以长 8 厘米宽 6 厘米的面为底,4 厘米为高,圆柱的体积为 $V=\pi\times(\frac{6}{2})^2\times 4=36\pi$ 立方厘米.

(3)以长 6 厘米宽 4 厘米的面为底,8 厘米为高,圆柱的体积为 $V=\pi\times(\frac{4}{2})^2\times 8=32\pi$ 立方厘米.

通过比较,以长 8 厘米,宽 6 厘米的面为底,以 4 厘米为高,削出的圆柱体体积最大,

$V=\pi\times(\frac{6}{2})^2\times 4=36\pi=113.04$(立方厘米).



如果设长方体木料的长、宽、高分别为 a、b、c,并且 $a>b>c$,你会得到什么结论?

图 1-1-22 中所示图形是一个底面直径为 20 厘米的装有一部分水的圆柱形玻璃杯,水中放着一个底面直径为 6 厘米、高为 20 厘米的一个圆锥体铅锤,当铅锤从水中取出后,杯里的水将下降几厘米?($\pi=3.14$)

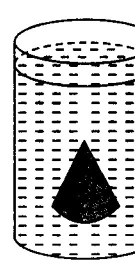


图 1-1-22

精析:因为玻璃杯是圆柱形的,所以铅锤取出后,水面下降部分实际上是一个小圆柱,这个圆柱的底面与玻璃杯的底面一样,是一直径为 20 厘米的圆,它的体积正好等于圆锥体铅锤的体积,这个小圆柱的高就是水面下降的高度.

解：因为圆锥形铅锤的体积为$\frac{1}{3}\times\pi\times(\frac{6}{2})^2\times20=60\pi$(立方厘米).

设水面下降的高度为x,则小圆柱的体积为$\pi\times(20\div2)^2\times x=100\pi x$(立方厘米).

所以有下列方程$60\pi=100\pi x$,解此方程得$x=0.6$(厘米).

答:铅锤取出后,杯中水面下降了0.6厘米.

有三个球,一球切于正方体的各面,一球切于正方体的各棱,一球过正方体的各顶点,求这三个球的体积之比.

分析 可以根据球与几何体相切的规律,求出各球的半径,最后求得体积之比.

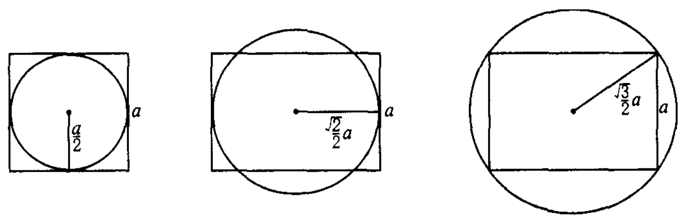


图 1-1-23

解 设正方体的棱长为a,则由图1-1-23可知,

与正方体各面相切的球半径为$r_1=\frac{a}{2}$;

与各棱相切的球半径为$r_2=\frac{\sqrt{2}}{2}a$;

过各顶点的球半径为$r_3=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

所以,三个球的体积之比为$r_1^3:r_2^3:r_3^3=1:2\sqrt{2}:3\sqrt{3}$.

组合体的图形较为复杂,解题时只要画出轴截面图就可以了.

平行六面体的两个对角面都是矩形,且底面又是正方形,则此平行六面体一定是 …………………………………………………………………………………… (　　)

A. 直平行六面体　　　　B. 正四棱柱

C. 长方体　　　　D. 正方体

正四棱柱的对角线长是9 cm,全面积是144 cm^2,则满足这些条件的正四棱柱的个