

义务教育课程标准实验教科书
配浙教版教科书使用

SHUXUE

数 学

八年级下册

教学参考书

JIAOXUECANKAOSHU

浙江教育出版社

义务教育课程标准实验教科书

编写说明
BIAOXIE SHUOMING

数学 八年级下册

SHUXUE

教学参考书

JIAOXUECANKAOSHU

第3章 频数及其分布(共3节,实际课时4课时)

第4章 命题与证明(共4节,实际课时4课时)

第5章 平行四边形(共3节,实际课时3课时)

第6章 特殊平行四边形(共4节,实际课时4课时)

合计课时数为15课时

本书各章主要内容如下:

一、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

用双向细目表表述如下:

二、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

三、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

四、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

五、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

六、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

七、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

八、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

九、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

十、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

十一、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

十二、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

十三、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

十四、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

十五、人民教育出版社《初中数学教学大纲》

责任编辑 华 琼
封面设计 褚凌琳
责任校对 雷 坚
责任出版 陆 江

义务教育课程标准实验教科书

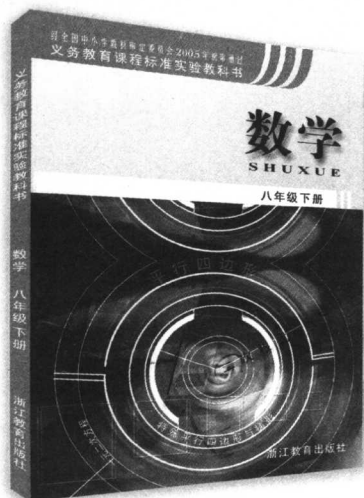
数学教学参考书

八年级下册

- 出 版 浙江教育出版社
- 地 址 杭州市天目山路40号(邮编:310013)
- 发 行 浙江省新华书店集团有限公司
- 图文制作 杭州富春电子印务有限公司
- 印 刷 杭州富春印务有限公司
- 开 本 890×1240 1/16
- 印 张 11.75
- 字 数 235000
- 版 次 2006年1月第1版
- 印 次 2006年1月第1次
- 印 数 0001-2500
- 书 号 ISBN 7-5338-6252-X/G·6222
- 定 价 10.20元

● 联系电话: 0571-85170300-80928

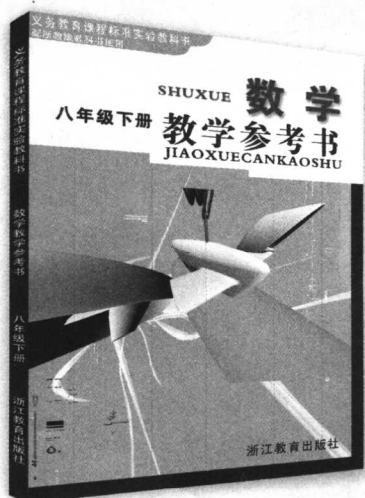
E-mail: zjjy@zjcb.com 网址: www.zjeph.com



《义务教育课程标准实验教科书

数学 八年级下册》编写人员

主 编	范良火				
副 主 编	岑 申	张宝珍			
编写人员	范良火	金才华	金克勤	徐鸿斌	
	王亚权	王利明	许芬英	岑 申	
	黄新民				



《义务教育课程标准实验教科书

数学教学参考书 八年级下册》编写人员

编写人员	范良火	金才华	金克勤	徐鸿斌
	王亚权	方 崖	杨红芬	戴新法
	吴国芳	潘水良		

《义务教育课程标准实验教科书 数学教学参考书》依据《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(本书以下简称《标准》),配合浙教版《义务教育课程标准实验教科书 数学》编写,供教师教学时参考。

该套书的编写目的是按照课程标准和教科书内容,帮助教师组织好浙教版《数学》教科书的教学活动,为教师在课程标准、教科书和教学活动之间的沟通建立桥梁。该套书共6册,分别是七年级上册、七年级下册、八年级上册、八年级下册、九年级上册、九年级下册,与教科书同步。

本册内容主要由八年级上册课文、教材分析与教学建议两部分组成。

课文部分属于“数与代数”领域的有“二次根式”“一元二次方程”;属于“空间与图形”领域的有“平行四边形”“特殊平行四边形与梯形”;属于“统计与概率”领域的有“频数及其分布”。共编成6章,依次是:

第1章 二次根式(共3节,实际课时数为6课时(不包括复习、测验、下同));

第2章 一元二次方程(共3节,实际课时数为7课时);

第3章 频数及其分布(共3节,实际课时数为4课时);

第4章 命题与证明(共4节,实际课时数为7课时);

第5章 平行四边形(共7节,实际课时数为12课时);

第6章 特殊平行四边形与梯形(共4节,实际课时数为9课时)。

合计课时数为45课时。

本书各章主要有以下内容:

一、教学目标

用双向细目表表述全章的主要知识点,以及各知识点分别在“知识技能目标”“过程性目标”中应达到的目标层次。

各类目标层次的界定如下表:

知识技能目标	了解(认识)	能从具体事例中,知道或能举例说明对象的有关特征(或意义);能根据对象的特征,从具体情境中辨认出这一对象。
	理解	能描述对象的特征和由来;能明确阐述此对象与有关对象之间的区别和联系。
	掌握	能在理解的基础上,把对象运用到新的情境中。
	灵活运用	能综合运用知识,灵活、合理地选择与运用有关的方法完成特定的数学任务。
过程性目标	经历(感受)	在特定的数学活动中,获得一些初步的经验。
	体验(体会)	参与特定的数学活动,在具体情境中初步认识对象的特征,获得一些经验。
	探索	主动参与特定的数学活动,通过观察、实验、推理等活动,发现对象的某些特征或与其他对象的区别和联系。

二、 教学内容的逻辑结构

分析本章内容的地位和作用,并以框图的形式表明各部分内容之间的相互联系和全章内容的结构系统.

三、 提示本章教学中的重点和难点

四、 教学中应注意的问题

五、 课时安排建议

给出全章课时分配的参考意见,包括实际按节上课时数、单元评估时数、复习课时数、全章评价测试时数.

六、 各节教材分析与教学建议

为方便教师使用,各节的教学目标,重点和难点,教学建议,课本中“合作学习”“做一做”“课内练习”“探究活动”“作业题”等的简略解答或提示,以及与本节有关的必需的背景资料等都排在课文的周边.

七、 教案示例

有针对性地选择某一课时写成教案,供教师参考.

编 者

2005 年 10 月



目 录

MU LU

第1章	二次根式	1
第2章	一元二次方程	24
第3章	频数及其分布	53
第4章	命题与证明	78
第5章	平行四边形	106
第6章	特殊平行四边形与梯形	148

第1章 二次根式

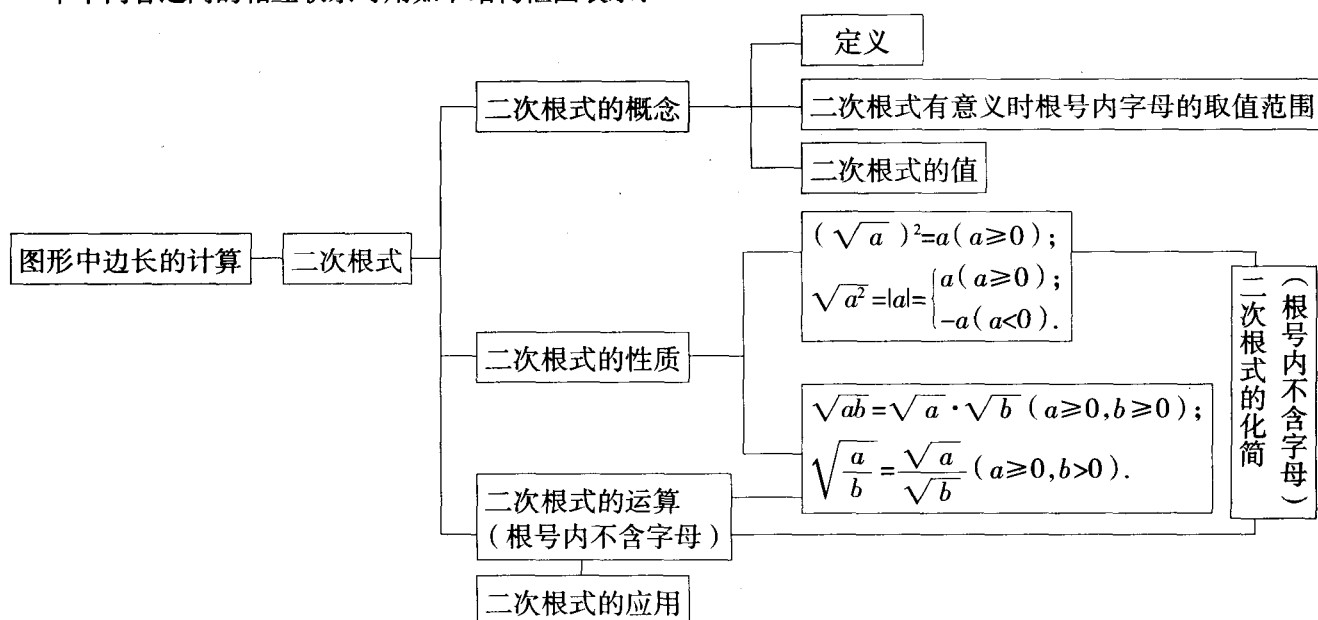
教学目标

知识点及相关技能		目标类别		知识技能目标				过程性目标		
		目标层次		了解	理解	掌握	灵活运用	经历(感受)	体验(体会)	探索
二次根式	二次根式概念的发生过程			√				√		
	二次根式的概念			√					√	
	求二次根式的值					√			√	
	二次根式根号内字母的取值范围				√				√	
	二次根式的性质				√				√	
	利用二次根式的性质化简二次根式(根号内不含字母)					√			√	
二次根式的运算	二次根式的运算法则			√					√	
	进行简单二次根式的四则运算(根号内不含字母)					√			√	
	会运用二次根式的运算解决简单的实际问题					√			√	

教学内容的逻辑结构

本章的主要内容有二次根式、二次根式的性质和运算.《标准》把二次根式列入实数的范畴,可见该阶段所学的二次根式主要是数的算术平方根.二次根式的性质的依据是算术平方根的概念.本章的学习将为今后进一步学习根式奠定基础,本章内容在日常生活和生产实际中有着广泛的应用.

本章内容之间的相互联系可用如下结构框图表示:



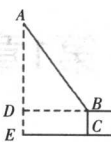
框图说明:

- (1) 二次根式是由于实际计算的需要而产生的.
- (2) 二次根式的有关概念包括定义,根号内字母的取值范围,二次根式的值.
- (3) 二次根式的性质包括算术平方根的平方、二次幂的算术平方根、积的算术平方根和商的算术平方根.
- (4) 二次根式的性质是二次根式化简的依据,也是二次根式运算的依据.

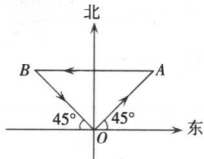
本章重点和难点分析

- 二次根式的性质既是二次根式化简的依据,也是二次根式运算的依据,是本章教学的重点.
- 二次根式的四则混合运算不仅需运用二次根式的性质,还需借鉴一些整式的运算方法,最后结果要化成最简,过程比较复杂,容易产生差错,是本章教学的主要难点.

如图,架在消防车上的云梯 AB 的坡比为 $1:0.6$. 已知云梯 AB 长为 15 m , 云梯底部离地面 2 m (即 $BC=2\text{ m}$), 你能得出云梯的顶端离地面的距离 AE 吗?

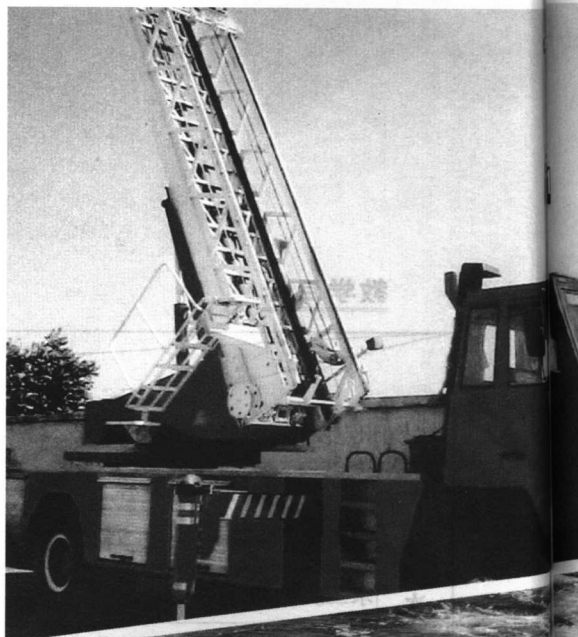


一艘快艇的航线如下图所示,从 O 港出发,1 时后回到 O 港. 设行驶中快艇的速度保持不变,问快艇驶完 AB 这段路程用了多少时间?



运用二次根式及其运算可以帮助我们解决上述这些问题.

本章我们将学习二次根式的概念、性质和运算.



本章教学应注意以下几点:

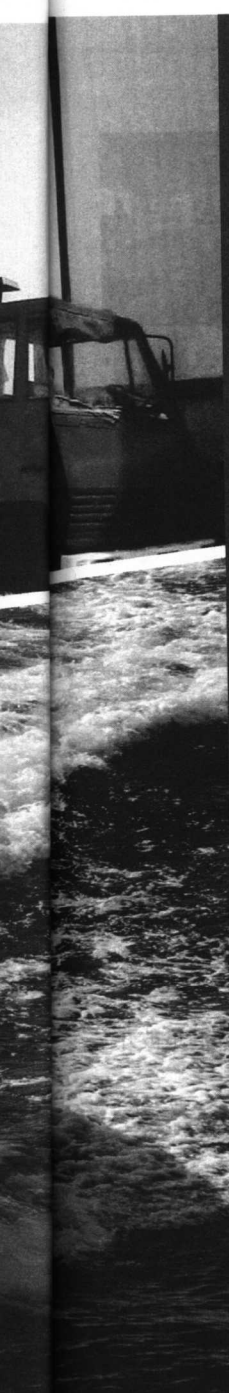
1. 《标准》把二次根式列入“实数”的子目标,但是作为代数式而言,根号内应当允许含有字母. 在讲二次根式的概念时,不能回避根号内含有字母,要突出二次根式的本质意义是数的算术平方根,从而把含字母的二次根式和不含字母的二次根式统一起来.

2. 二次根式的性质的依据是算术平方根的概念,可

以利用算术平方根的概念予以证明. 但证明过程学生不容易理解,所以课本采用归纳、类比的方法给出这些性质. 教学中可让学生积极参与这些归纳、类比的数学活动,有助于学生对性质的理解和运用.

3. 课本根据《标准》的要求,对二次根式的化简和运算都约定根号内不含字母,教学中应严格把握要求.





CONTENTS

目录

1.1 二次根式	4
1.2 二次根式的性质	6
1.3 二次根式的运算	11
● 小结	18
● 目标与评定	19

本章课时安排建议

1.1节	1课时
1.2节	2课时
1.3节	3课时
复习、评价2课时,机动使用1课时,合计9课时.	

新编学练

在实数范围内,任意两个实数之间,总可以找到第三个实数,使得这个实数大于前一个实数,而小于后一个实数.例如,在1和2之间,可以找到1.5,在1.5和2之间,可以找到1.75,在1.75和2之间,可以找到1.875,……这样,我们就可以在1和2之间找到无数个实数.这就是实数的稠密性.在实数范围内,任意两个实数之间,总可以找到第三个实数,使得这个实数大于前一个实数,而小于后一个实数.这就是实数的稠密性.在实数范围内,任意两个实数之间,总可以找到第三个实数,使得这个实数大于前一个实数,而小于后一个实数.这就是实数的稠密性.

在实数范围内,任意两个实数之间,总可以找到第三个实数,使得这个实数大于前一个实数,而小于后一个实数.这就是实数的稠密性.在实数范围内,任意两个实数之间,总可以找到第三个实数,使得这个实数大于前一个实数,而小于后一个实数.这就是实数的稠密性.在实数范围内,任意两个实数之间,总可以找到第三个实数,使得这个实数大于前一个实数,而小于后一个实数.这就是实数的稠密性.



教学目标

1. 经历二次根式概念的发生过程.
2. 了解二次根式的概念.
3. 理解二次根式何时有意义,何时无意义. 会在简单情况下求根号内所含字母的取值范围.
4. 会求二次根式的值.

注①

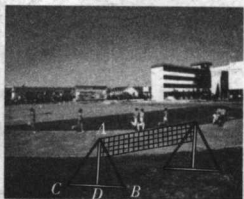
$\sqrt{a^2+4}$; $\sqrt{b-3}$; $\sqrt{2S}$ 都表示算术平方根,且根号内都含有字母.



1.1

二次根式

排球网的高AD为2.43米,AC=AB,CB为a米.你能用代数式表示AC的长吗?



我们知道,正数的正平方根和零的平方根统称算术平方根,用 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)表示.

① 根据图1-1所示的直角三角形、正方形和等边三角形的条件,完成以下填空:

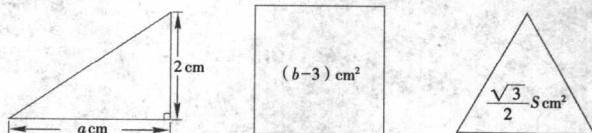


图 1-1

直角三角形的斜边长是_____;

正方形的边长是_____;

等边三角形的边长是_____.

你认为所得的各代数式的共同特点是什么?

像 $\sqrt{a^2+4}$, $\sqrt{b-3}$, $\sqrt{2S}$ 这样表示的算术平方根,且根号内含有字母的代数式叫做二次根式. 为了方便起见,我们把一个数的算术平方根(如 $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$)也叫做二次根式.

根据算术平方根的意义,二次根式根号内字母的取值范围必须满足被开方数大于或等于零.

例 1 求下列二次根式中字母 a 的取值范围:

(1) $\sqrt{a+1}$; (2) $\sqrt{\frac{1}{1-2a}}$; (3) $\sqrt{(a-3)^2}$.

解 (1) 由 $a+1 \geq 0$, 得 $a \geq -1$,

$\therefore$ 字母 a 的取值范围是大于或等于 -1 的实数.



八年级下册
数 学

教学建议

1. 二次根式与整式、分式一样,也是一类重要的代数式. 正像分式的定义中指明分母中含有字母,使之区别于整式,二次根式的定义为“表示算术平方根,且根号内含有字母”,指明根号内含有字母,使之区别于整式和分式. 但是考虑到《标准》中不要求对含有字母的二次根式化简和运算,也就是说,今后涉及的只是数的算术平方根的化简和运算,所以课本补充定义“为了方便起见,我们把一个数的算术平方根(如 $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$)也叫做二次根式.”从而化解了《标准》要求与传统的代数式的分类体系之间的矛盾. 应当注意,如 $\sqrt{a}+1$ 这类代数式只能称为含有二次根式的代数式,不能称之为二次根

式;而对于 $\sqrt{2x^2+2x+\sqrt{3}}$ 这类代数式,应把 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ 这些二次根式看做系数或常数项,整个代数式仍看做整式.

教学中应突出二次根式的本质是数的算术平方根,这是解决有关二次根式的一系列问题的最根本的依据.

2. 根据算术平方根的意义,二次根式根号内字母的取值范围必须满足被开方数大于或等于零,如 $\sqrt{-3}$, $\sqrt{a+1}$ ($a < -1$) 这些式子没有意义. 因此确定根号内字母的取值范围在许多情况下就变得不可避免,这是课本编入例1的目的. 讲解例1时,可以从算术平方根的概念入手. 如对 $\sqrt{a+1}$,可以按以下步骤进行启发:

(1) $\sqrt{a+1}$ 表示什么? 是平方根,还是算术平方根?

(2) 算术平方根的被开方数是什么? 被开方数必须



(2) 由 $\frac{1}{1-2a} > 0$, 得 $1-2a > 0$, 即 $a < \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 字母 a 的取值范围是小于 $\frac{1}{2}$ 的实数.

(3) 因为无论 a 取何值, 都有 $(a-3)^2 \geq 0$, 所以 a 的取值范围是全体实数.

例 2 当 $x = -4$ 时, 求二次根式 $\sqrt{1-2x}$ 的值.

解 将 $x = -4$ 代入二次根式, 得

$$\sqrt{1-2x} = \sqrt{1-2 \times (-4)} = \sqrt{9} = 3.$$

2



课内练习

KENEILIANXI

1. 求下列二次根式中字母 x 的取值范围:

(1) $\sqrt{x-1}$;

(2) $\sqrt{4x^2}$;

(3) $\sqrt{\frac{1}{x}}$;

(4) $\sqrt{-3x}$.

2. 一艘轮船先向东北方向航行 2 时, 再向西北方向航行 t 时. 船的航速是每时 25 千米.

(1) 用关于 t 的代数式表示船离出发地的距离;

(2) 求当 $t = 3$ 时, 船离出发地多少千米 (精确到 0.01 千米).



作业题

ZUOYETI

3

A 组 1. 求下列二次根式中字母 a 的取值范围:

(1) $\sqrt{a}$;

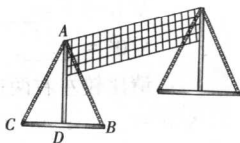
(2) $\sqrt{\frac{1}{2a}}$;

(3) $\sqrt{1-3a}$.

2. 当 $x = -2$ 时, 求二次根式 $\sqrt{2 + \frac{1}{2}x}$ 的值.



3. 一排球网如图所示. 已知 AD 为 2.43 米, CB 为 a 米, $AC = AB$, 求拉索 AC 的长 (用二次根式表示). 若 $a = 2$, 拉索 AC 长多少米 (精确到 0.01 米)?



(第 3 题)

4. 当 x 分别取下列值时, 求二次根式 $\sqrt{4-2x}$ 的值:

(1) $x = 0$;

(2) $x = 1$;

(3) $x = -1$.

B 组 5. 若二次根式 $\sqrt{x^2}$ 的值为 3, 求 x 的值.

重点和难点

● 本节教学的重点是二次根式的概念.

● 例 1 的第 (2), (3) 题学生不容易理解, 是本节教学的难点.

注 2

1. (1) $x \geq 1$.

(2) x 为任何实数.

(3) $x > 0$.

(4) $x \leq 0$.

2. (1) $\sqrt{625t^2 + 2500}$.

(2) 90.14 千米.

注 3

1. (1) $a \geq 0$.

(2) $a > 0$.

(3) $a \leq \frac{1}{3}$.

2. 1.

3. $\sqrt{\frac{a^2}{4} + 2.43^2}$, 2.63 米.

4. (1) 2.

(2) $\sqrt{2}$.

(3) $\sqrt{6}$.

5. $x = \pm 3$.

满足什么条件算术平方根才有意义?

(3) 字母 a 取何值时, 有 $a+1 \geq 0$?

讲解例 1 时, 还可通过第 (2) 题, 使学生知道这类问题可以化归为解被开方数不小于零的不等式, 知道这类问题有时还需顾及其他代数式的条件. 例 1 第 (2) 题的被开方数是一个分式, 除满足被开方数大于或等于零的条件外, 还需满足分母不为零的条件.

3. 例 2 虽然简单, 但却反映了二次根式与二次根式

的值在概念上的联系与区别. 教学中可与学生已有的代数式的值的概念作比较. 点明二次根式的值也是一种代数式的值, 求值的方法也与其他代数式求值的方法相同. 在计算过程中应注意, 根号也起到括号的作用, 一般先算根号内的式子, 再求算术平方根. 结果如果能开得尽方的, 应开方; 如果开不尽方的, 也可以用二次根式表示 (本节暂不涉及二次根式的化简), 或根据预定精确度取近似值.



6. (1) $t = \sqrt{\frac{h}{5}}$.

(2) 3.3秒.

教学目标

1. 经历二次根式的性质:

$$(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0);$$

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$$

的发现过程, 体验归纳、猜想的思想方法.

2. 了解二次根式的上述两个性质.

3. 会运用上述两个性质进行有关计算.

注①

$$2; 7; \frac{1}{2}.$$

注②

$$2, 2; 5, 5; 0, 0;$$

$$\sqrt{a^2} = |a|, a, -a.$$



6. 物体自由下落时, 下落距离 h (米) 可用公式 $h = 5t^2$ 来估计, 其中 t (秒) 表示物体下落所经过的时间.

(1) 把这个公式变形用 h 表示 t 的公式;

(2) 一个物体从54.5米高的塔顶自由下落, 落到地面需几秒 (精确到0.1秒)?



1.2

二次根式的性质

你能把一张三边长分别为 $\sqrt{5}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ 的三角形纸片放入 4×4 方格内, 使它的三个顶点都在方格的顶点上吗?

① 参考图1-2, 完成以下填空:

$$(\sqrt{2})^2 = \underline{\quad}; (\sqrt{7})^2 = \underline{\quad}; \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \underline{\quad}.$$

一般地, 二次根式有下面的性质:

$$(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0).$$

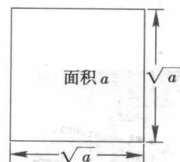


图 1-2

②



合作学习

填空:

$$\sqrt{2^2} = \underline{\quad}, |2| = \underline{\quad};$$

$$\sqrt{(-5)^2} = \underline{\quad}, |-5| = \underline{\quad};$$

$$\sqrt{0^2} = \underline{\quad}, |0| = \underline{\quad}.$$

请比较左右两边的式子, 议一议: $\sqrt{a^2}$ 与 $|a|$ 有什么关系? 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = \underline{\quad}$; 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = \underline{\quad}$.

一般地, 二次根式有下面的性质:

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}.$$



八年级下册
数学

教学建议

1. 二次根式的性质 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 的依据是平方根的概念和记法. 一个数的平方等于 $a (a \geq 0)$, 则这个数叫做 a 的平方根, 记做 $\pm\sqrt{a}$, 所以 $(\pm\sqrt{a})^2 = a$, 当然 $(\sqrt{a})^2 = a$. 这个过程学生可能会感到抽象, 所以课本先让学生自己尝试完成三个填空, 教师可按以下步骤进行启发:

(1) 先回顾平方根的概念.

(2) 提问: $\sqrt{2}$ 是什么数的平方根? 所以 $\sqrt{2}$ 的平方应等于什么? $(\sqrt{7})^2$, $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ 呢?

(3) 让学生归纳出 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$.

(4) 能用几何图形作出直观解释吗?

2. 二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$, 其前半部分的依据是算术平方根的概念和记法. 我们可以给出证明:

$$\because |a|^2 = a^2, |a| \geq 0,$$

$$\therefore |a| \text{ 是 } a^2 \text{ 的算术平方根, 即 } \sqrt{a^2} = |a|.$$

性质的后面部分依据绝对值的概念. 但在七年级上册, 讲绝对值的概念时, 并未介绍 $|a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$ 这一性质, 这里是第一次出现.

如果用演绎推理的方法来讲解二次根式的这一性质, 学生也是不容易接受的, 因此课本仍采取归纳、类比的方法. 值得注意的是, 课本第6页的“合作学习”所设计的归纳、类比包含了两个过程: 一是比较左右两边两组式



重点和难点

●本节教学的重点是二次根式性质:

$$(\sqrt{a})^2=a(a\geq 0);$$

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a(a\geq 0) \\ -a(a<0) \end{cases}.$$

●二次根式的性质

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a(a\geq 0) \\ -a(a<0) \end{cases},$$

学生较难理解,是本节教学的难点.

例1 计算:

$$(1) \sqrt{(-10)^2}-(\sqrt{15})^2;$$

$$(2) [\sqrt{2}-\sqrt{(-2)^2}]\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{2}.$$

$$\text{解 } (1) \sqrt{(-10)^2}-(\sqrt{15})^2=|-10|-15=10-15=-5.$$

$$(2) [\sqrt{2}-\sqrt{(-2)^2}]\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{2} \\ =(\sqrt{2}-2)\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}=2.$$

例2 计算: $\sqrt{\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)^2}+\left|\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right|$.

$$\text{解 } \because \frac{3}{5}-\frac{2}{3}<0, \frac{4}{5}-\frac{2}{3}>0,$$

$$\therefore \text{原式}=-\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)=-\frac{3}{5}+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{1}{5}.$$

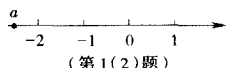
课内练习

1. (口答) 填空:

$$(1) \sqrt{(-1)^2}=, (-\sqrt{3})^2=,$$

$$\sqrt{\left(1\frac{1}{3}\right)^2}=, \sqrt{(-4)^2}=;$$

(2) 数 a 在数轴上的位置如图, 则 $\sqrt{a^2}=$.



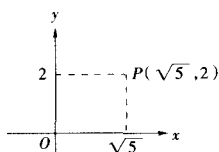
(第1(2)题)

2. 计算:

$$(1) \sqrt{(-7)^2}-(\sqrt{7})^2;$$

$$(2) (-\sqrt{11})^2+\sqrt{(-13)^2}.$$

3. 如图, $P(\sqrt{5}, 2)$ 是直角坐标系中一点, 求点 P 到原点的距离.



(第3题)

● 数与二次根式相乘时, 乘号可以省略. 例如, $2\sqrt{2}$ 表示 $2\times\sqrt{2}$.

第1章 二次根式

注③

$$1. (1) 1, 3, 1\frac{1}{3}, 4.$$

$$(2) -a.$$

$$2. (1) 0.$$

$$(2) 24.$$

$$3. 3.$$

子的结果, 得到 $\sqrt{a^2}=|a|$; 二是比较左边式子的等号两边, 得到 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a(a\geq 0) \\ -a(a<0) \end{cases}$, 教学中要使学生把这两个过程认识清楚.

3. 本节例1, 例2的目的是让学生在运用中巩固二次根式的性质. 对性质 $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a(a\geq 0) \\ -a(a<0) \end{cases}$ 的运用, 初学时可要求学生写出 $\sqrt{a^2}=|a|$ 这一步, 这对熟悉性质

有好处. 对例2, 学生可能会先算括号里的, 讲解时可以把两种方法作比较, 以体现运用二次根式的性质得出

$$“\sqrt{\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)^2}=-\frac{3}{5}+\frac{2}{3}” 的优点. 对这类问题, 教师还$$

要强调应先判断 $\sqrt{a^2}$ 中 a 的符号, 例如, $-\frac{3}{5}+\frac{2}{3}<0$,

$$\therefore \sqrt{\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)^2}=-\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)=-\frac{3}{5}+\frac{2}{3}.$$

注①

1. (1) 6. (2) $\frac{2}{7}$.

2. (1) 3. (2) $-\frac{1}{5}$.

(3) $2a$.

3. 原式 = $\left| \frac{4}{7} - \frac{1}{2} \right| + \left| \frac{4}{7} - 1 \right|$
 $= \frac{4}{7} - \frac{1}{2} + 1 - \frac{4}{7} = \frac{1}{2}$.

4. 3.

5. 原式 = $|1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} + 1|$
 $= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} + 1 = 2\sqrt{2}$.

6. (1) $\sqrt{x^2 + y^2}$.

(2) 3.

教学目标

1. 经历二次根式的性质

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0);$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

的发现过程, 体验归纳、类比的思想方法.

2. 了解二次根式的上述两个性质.

3. 会用二次根式的性质将简单二次根式化简.

注①

6, 6;

4.472135955, 4.472135955;

0.75, 0.75;

1.224744871, 1.224744871.

积的算术平方根等于各个因式的算术平方根的积, 用字母表示是 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$). 商的算术平方根等于分子的算术平方根除以分母的

算术平方根的商, 用字母表示是 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$).



作业题

1. 组

1. 填空:

(1) $(\sqrt{6})^2 =$ _____;

(2) $\sqrt{\left(-\frac{2}{7}\right)^2} =$ _____.

2. 计算:

(1) $(-\sqrt{5})^2 - \sqrt{16} + \sqrt{(-2)^2}$; (2) $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 - \sqrt{0.1^2} - \sqrt{\frac{1}{4}}$;

(3) $(\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2}$ ($a \geq 0$).

3. 计算: $\sqrt{\left(\frac{4}{7} - \frac{1}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{4}{7} - 1\right)^2}$.

4. 计算: $(\sqrt{3} - 1) \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3}$.

2. 组

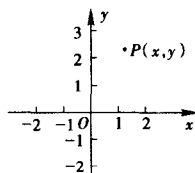
5. 计算: $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}$.

6. 如图, P 是直角坐标系中一点.

(1) 用二次根式表示点 P 到原点 O 的距离;

(第 6 题)

(2) 如果 $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{7}$, 求点 P 到原点 O 的距离.



① 下面我们来探索二次根式还有哪些性质.

填空 (可用计算器计算):

$\sqrt{4 \times 9} =$ _____,

$\sqrt{4} \times \sqrt{9} =$ _____;

$\sqrt{4 \times 5} =$ _____,

$\sqrt{4} \times \sqrt{5} =$ _____;

$\sqrt{\frac{9}{16}} =$ _____,

$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} =$ _____;

$\sqrt{\frac{3}{2}} =$ _____,

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} =$ _____.

比较左右两边的等式, 你发现了什么? 你能用字母表示你发现的规律吗?

一般地, 二次根式还有下面的性质:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0);$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

八 年 级 下 册
数 学

教学建议

1. 性质 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 的依据是算术平方根的概念和记法. 我们可以给出证明:

$$\because (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab,$$

$$\text{又} \because \sqrt{a} \geq 0, \sqrt{b} \geq 0,$$

$$\therefore \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ 是 } ab \text{ 的算术平方根,}$$

$$\text{即 } \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0).$$

$$\text{类似地, 我们也可以得到 } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

为了使学生容易接受, 课本采用归纳、类比的方法.

2. 讲解上述这两个二次根式的积和商的性质时, 要强调关系式中字母的取值范围. 可以选编一些例题来强调, 例如,

(1) $\sqrt{(-4) \times (-9)} = \sqrt{-4} \times \sqrt{-9}$ 正确吗? 如果认为不正确, 应怎



例3 化简:

(1) $\sqrt{121 \times 225}$; (2) $\sqrt{4^2 \times 7}$; (3) $\sqrt{\frac{5}{9}}$; (4) $\sqrt{\frac{2}{7}}$.

解 (1) $\sqrt{121 \times 225} = \sqrt{121} \times \sqrt{225} = 11 \times 15 = 165$.

(2) $\sqrt{4^2 \times 7} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$.

(3) $\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

(4) $\sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{2 \times 7}{7 \times 7}} = \frac{1}{7} \sqrt{14}$.

注意

一般地,二次根式化简的结果应使被开方数内不含一个自然数,且在该自然数的因数中,不含有除1以外的自然数的平方数.

例4 先化简,再求出下面算式的近似值(精确到0.01):

(1) $\sqrt{(-18) \cdot (-24)}$; (2) $\sqrt{1\frac{1}{49}}$; (3) $\sqrt{0.001 \times 0.5}$.

解 (1) $\sqrt{(-18) \cdot (-24)} = \sqrt{2 \times 9 \times 3 \times 8} = \sqrt{2^4 \times 3^3}$
 $= \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^3} = 12\sqrt{3} \approx 20.78$.

(2) $\sqrt{1\frac{1}{49}} = \sqrt{\frac{50}{49}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7} \sqrt{2} \approx 1.01$.

(3) $\sqrt{0.001 \times 0.5} = \sqrt{10^{-3} \times 10^{-1} \times 5} = \sqrt{(10^{-2})^2 \times 5} = \sqrt{(10^{-2})^2} \times \sqrt{5}$
 $= 10^{-2} \times \sqrt{5} = 0.01 \times \sqrt{5} \approx 0.02$.

由此可见,合理应用二次根式的性质,可以帮助我们简化实数的运算.



课内练习

1. 化简:

(1) $\sqrt{25 \times 4}$; (2) $\sqrt{0.01 \times 0.49}$; (3) $\sqrt{3^2 \times 5^2}$.

2. 化简:

(1) $\sqrt{\frac{9}{25}}$; (2) $\sqrt{1\frac{1}{2}}$; (3) $\sqrt{\frac{5}{8}}$.



3. 先化简,再求出下面算式的近似值:

(1) $5\sqrt{\frac{2}{5}}$ (结果保留4个有效数字);

(2) $\sqrt{\frac{3}{5} - \frac{1}{3}}$ (精确到0.01).

重点和难点

● 本节教学的重点是二次根式的积和商的性质.

● 例3第(4)题和探究活动涉及较复杂的化简过程和一些技巧的运用,是本节教学的难点.

注②

1. (1) 10. (2) 0.07. (3) 15.

2. (1) $\frac{3}{5}$. (2) $\frac{1}{2} \sqrt{6}$.

(3) $\frac{1}{4} \sqrt{10}$.

3. (1) $\sqrt{10} \approx 3.162$.

(2) $\frac{2}{15} \sqrt{15} \approx 0.52$.

样化简 $\sqrt{(-4) \times (-9)}$?

(2) $\sqrt{\frac{4a}{a}} = \sqrt{4} = 2$ 对任意实数 a 都成立吗? 为什么?

3. 例3,例4的目的是让学生通过应用,及时巩固二次根式的两个性质.讲解时应注意以下几点:

(1) 理解每一步的依据(根据哪一条性质).

(2) 帮助学生总结出化简的步骤:①预备阶段,包括分解质因数;化带分数为假分数;处理好被开方数中的符号(如例4第(1)题);根号内分数的分子、分母同乘一个数,使分母成一个正整数的平方等等;②运用二

次根式的性质的秩序:先运用积和商的算术平方根性

质,再运用 $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$ 的性质.

(3) 概括对化简的结果的要求:①根号内不再含有开得尽方的因式;②根号内不再含有分母.教师不必补充最简二次根式的概念.

(4) 让学生体会利用二次根式的性质可以将二次根式化简,使代数模型变得简单,给数学研究带来方便.当然这是针对不求近似值的问题.如果用计算器求例4各题的近似值,则不需要化简,直接按键要简单得多.

注①

$$\frac{2}{3}\sqrt{6}, \frac{2}{3}\sqrt{6}; \frac{3}{4}\sqrt{6}, \frac{3}{4}\sqrt{6};$$

$$\frac{8}{15}\sqrt{15}, \frac{8}{15}\sqrt{15}; \frac{5}{12}\sqrt{30}, \frac{5}{12}\sqrt{30}.$$

$$\sqrt{n+\frac{n}{n^2-1}}=n\sqrt{\frac{n}{n^2-1}} \quad (n \text{ 为自然数, 且 } n \geq 2).$$

例如, 取 $n=6$,

$$\begin{aligned} \text{左边} &= \sqrt{6+\frac{6}{6^2-1}} = \sqrt{6\left(1+\frac{1}{6^2-1}\right)} \\ &= \sqrt{\frac{6^3}{6^2-1}} = 6\sqrt{\frac{6}{6^2-1}} = \text{右边}. \end{aligned}$$

注①

- (1) $10\sqrt{10}$. (2) 28.
(3) $12\sqrt{2}$.
- (1) $\frac{1}{10}\sqrt{11}$. (2) $\frac{1}{4}\sqrt{14}$.
(3) $\frac{1}{100}\sqrt{10}$.
- (1) $\sqrt{3} \approx 1.732$.
(2) $\frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0.4472$.
- $2\sqrt{3}$ cm.
- (1) $12\sqrt{5}$. (2) $90\sqrt{10}$.
(3) $\frac{2\sqrt{15}}{13}$. (4) $\frac{9\sqrt{5}}{20}$.
- 5.

③ 化简下列两组式子:

$$2\sqrt{\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sqrt{2+\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$3\sqrt{\frac{3}{8}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sqrt{3+\frac{3}{8}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$4\sqrt{\frac{4}{15}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sqrt{4+\frac{4}{15}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$5\sqrt{\frac{5}{24}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sqrt{5+\frac{5}{24}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

你发现了什么规律? 请用字母表示你所发现的规律, 并与同伴交流.

请再任意选几个数验证你发现的规律.



①



作业题

ZUOYETI

② 组

1. 化简:

$$(1) \sqrt{1000}; \quad (2) \sqrt{7^2 \times 2^4}; \quad (3) \sqrt{2^5 \times 3^2}.$$

2. 化简:

$$(1) \sqrt{\frac{11}{100}}; \quad (2) \sqrt{\frac{7}{8}}; \quad (3) \sqrt{0.001}.$$



3. 先化简, 再求出下面算式的近似值 (结果保留4个有效数字):

$$(1) \frac{2}{3}\sqrt{\frac{27}{4}}; \quad (2) \sqrt{\frac{3^2+4^2}{125}}.$$

4. 已知等边三角形的边长为4 cm, 求它的高.

③ 组

5. 化简:

$$(1) \sqrt{12^2+24^2}; \quad (2) \sqrt{8.1 \times 10^4};$$

$$(3) \sqrt{\left(\frac{8}{13}\right)^2 - \left(\frac{2}{13}\right)^2}; \quad (4) \sqrt{1\frac{1}{80}}.$$

6. 在直角坐标系中, 已知点 $A(5, 2)$, $B(1, 5)$, $C(1, 2)$ 是直角三角形的三个顶点 (如图), 求 AB 的长.

● 本套教科书中, 凡没有注明精确度的, 结果可含二次根式, 但能化简的应予化简.



八年级下册
数学