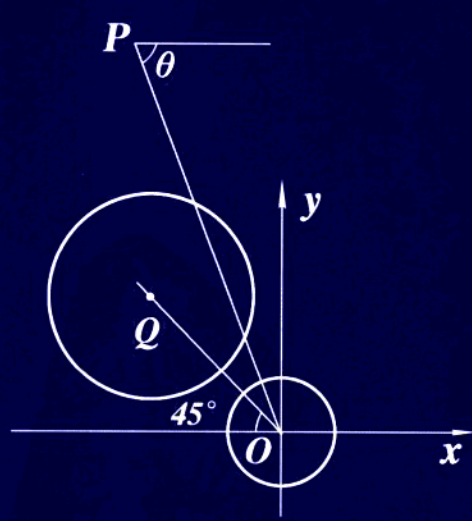
丛书主编 喻选芳 解荣正 本册主编 张克修 万新才

贯彻新课标，与高考接轨
选题求新、求精、求深
详解与精练有机结合
传授解题方法，提高应试能力

黄冈名题详解精练新题典
高中数学

基础过关
能力迁移
思维创新
点击高考
单元测试



金盾出版社

黄冈名题详解精练新题典

高中数学

丛书主编　喻选芳　解荣正
本册主编　张克修　万新才

金盾出版社

内 容 提 要

本丛书贯彻新课标，按单元（章）编写，设“基础过关”、“能力迁移”、“思维创新”、“点击高考”和“单元自测”五个栏目。

本丛书的特点是“详解”与“精练”相结合，从“解”中学方法，用于“练”中，针对性强；选题新颖、独特，利于提高备考应试能力。

本丛书结合新教材，精选试题，传授解题方法，不受教材变动的影响，是一套经久耐用的教辅书。

图书在版编目(CIP)数据

黄冈名题详解精练新题典·高中数学/张克修等主编. —北京：金盾出版社，2005.11
ISBN 7-5082-3702-1

Ⅰ.黄… Ⅱ.张… Ⅲ.数学课-高中-解题-升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 069035 号

金盾出版社出版、总发行
北京太平路 5 号（地铁万寿路站往南）
邮政编码：100036 电话：68214039 83219215
传真：68276683 电挂：0234
封面印刷：北京大天乐印刷有限公司
正文印刷：北京金盾印刷厂
各地新华书店经销

开本：787×1092 1/16 印张：24 字数：737 千字
2005 年 11 月第 1 版第 1 次印刷
印数：1—8000 册 定价：28.00 元

黄冈名题详解精练新题典

高中数学

前言

《黄冈名题详解精练新题典》是由湖北省黄冈市著名重点中学与湖北省其他部分重点中学特级、高级教师倾力打造并贯彻新课标、体现新理念、与课改精神一致、与升学考试接轨的全新的教辅精品。

《黄冈名题详解精练新题典》按单元(章)编写,每单元(章)编写五部分,依次为"基础过关"、"能力迁移"、"思维创新"、"点击中考(高考)"、"单元自测"。"基础过关"抓的是"双基",即基础知识的巩固和基本技能的训练;"能力迁移"是向课外拓展,训练学生解决理论和实际问题的能力;"思维创新"侧重有创新意义的题和难度较大的题,培养学生的创新精神和攻关解难的能力;"点击中考(高考)"是让学生演练近几年较典型或较新颖的中考或高考真题,培养他们的应试能力;"单元自测"是对前四部分学习和训练的小结,检查学习和训练的效果,培养学生的综合能力,提高他们的应试水平。

《黄冈名题详解精练新题典》主要有以下鲜明的特点:

一是"详解"与"精练"有机结合。即先解析一道典型的例题,接着设置一道相类似的训练题。学生从典型题的详细解析中学知识、学方法,再来解答相类似的训练题,这样学以致用,举一反三,就能触类旁通,收到立竿见影、事半功倍的效果。

二是"详解"与"精练"都有很强的针对性。既有"基础过关"题、"能力迁移"题、"思维创新"题,又有"点击中考(高考)"题、"单元自测"题,而且由易到难,由低到高,有一定的梯度,不仅有利于学生夯实"双基",还能培养他们的综合能力、实践能力和创新精神。

三是拟题求新、求精、求深。求新,就是要求原创,一般不照搬旧题。即使需要筛选少量比较典型的旧题,也必须加工改造,使其有新意。求精,就是力求以少胜多、以一当十,宁缺毋滥,避免滥竽充数。求深,不是深不可测、深涩难懂,而是有深度、有余味,能引人深思,耐人咀嚼,或深入浅出,富有启发性,能让人茅塞顿开。编写者都是学者型的,他们根据自己教学和备考的长期积累,反复思考,精心设计,耗费了不少心血。

四是编写内容与教材同步又略有不同。与教材（各种版本的新课标教材）同步是指教材中所含的知识点，本题典中都有；与教材不同之处是指没有完全按教材的体系顺序编写。因此，无论教材怎样修订，都不会影响本题典的实用价值。不仅如此，编写内容还瞄准了中考或高考，既适用于学生平时的学习和训练，又能满足他们备考复习的需要。

《黄冈名题详解精练新题典》为莘莘学子铺就了一块块走向成功的基石，只要他们不畏艰辛地向上攀登，就能到达摆满胜利金牌和荣誉花环的金字塔顶。

作　者

目　　录

第六章　不　等　式

第七章　直线和圆的方程

第八章　圆锥曲线方程

第九章　直线、平面、简单几何体

第十章　排列、组合和概率

第十一章　高三选修

参考答案

第一章　集合与简易逻辑

一、基础过关

(一) 选择题

【例 1】 下列四个集合中，表示空集的是(　　)

A. $\{0\}$

B. $\{x \mid x^2+1>0, x\in \mathbf{Z}\}$

C. $\left\{\alpha \mid \sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}, 0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right\}$

D. $\{(x,y) \mid x^2+y^2=0, x\in \mathbf{R}, y\in \mathbf{R}\}$

【解析】 $\{0\}$表示含有一个元素 0 的集合，不是空集；不等式 $x^2+1>0$，在整数 $\mathbf{Z}$ 中有无穷个解，故 $\{x \mid x^2+1>0, x\in \mathbf{Z}\}$不是空集；化简集合$\{(x,y) \mid x^2+y^2=0, x\in \mathbf{R}, y\in \mathbf{R}\}$，得$\{(0,0)\}$，它表示平面直角坐标系中的原点，也不是空集；$\because 0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \dfrac{\pi}{4}<\alpha+\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{3}{4}\pi$，$\therefore 1<\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)\leqslant\sqrt{2}$，$\therefore$满足 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$的锐角 α 不存在.

【答案】 选 C

[练 1] 设 $A=\{x \mid x=\sqrt{5k+1}, k\in \mathbf{N}\}$，$B=\{x \mid x\leqslant 6, x\in \mathbf{Q}\}$，则 $A\cap B$ 等于(　　)

A. $\{1,4\}$　　B. $\{1,6\}$　　C. $\{4,6\}$　　D. $\{1,4,6\}$

【例 2】 若 U 是全集，A 是 U 的一个真子集，则下列结论中错误的是(　　)

A. $U\cap A=A$　　B. $U\cup A=U$　　C. $\complement_U A\cup A=U$　　D. $\complement_U A\cap A\neq\varnothing$

【解析】 根据子集、交集、并集、补集的意义及运算性质易知，D 不正确.

【答案】 选 D

[练 2] 已知 U 为全集，集合 $M, N\subsetneqq U$，若 $M\cap N=N$，则(　　)

A. $\complement_U M\supseteq\complement_U N$　　B. $M\subseteq\complement_U N$　　C. $\complement_U M\subseteq\complement_U N$　　D. $M\supseteq\complement_U N$

【例 3】 若集合 $S=\{y \mid y=3^x, x\in \mathbf{R}\}$，$T=\{y \mid y=x^2-1, x\in \mathbf{R}\}$，则 $S\cap T$ 是(　　)

A. S　　B. T　　C. $\varnothing$　　D. 有限集

【解析】 集合 $S=\{y \mid y>0\}$，$T=\{y \mid y\geqslant -1\}$. 故 $S\cap T=\{y \mid y>0\}=S$，故选 A.

【答案】 选 A

[练 3] 已知集合 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{y \mid y=\cos x, x\in M\}$，则 $M\cap N$ 是(　　)

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{0\}$　　D. $\{1\}$

【例 4】 一个命题与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中(　　)

A. 真命题的个数一定是奇数

B. 真命题的个数一定是偶数

C. 真命题的个数可能是奇数也可能是偶数

D. 上述判断都不正确

【解析】 一个命题与它的逆否命题同真同假，一个命题的逆命题与它的否命题同真同假，$\therefore$真命题的个数一定是偶数.

【答案】 选 B

[练 4] 若命题 p 的逆命题是 q，命题 p 的否命题是 r，则 q 是 r 的(　　)

A. 逆命题　　B. 逆否命题　　C. 否命题　　D. 以上判断都不对

【例 5】 已知命题 p：公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 中的任何两项均不相等；命题 q：公比不为 1 的等比数列 $\{b_n\}$ 中的任何两项均不相等，则下列复合命题中的真命题是(　　)

A. p 且 q　　B. (非 p)且 q　　C. p 或 q　　D. (非 p)或 q

【解析】 命题 p 为真命题；命题 q 为假命题，如 $q=-1$ 时，等比数列 $\{b_n\}$ 中的奇数项和偶数项分别相等，故 p 或 q 为真命题.

【答案】 选 C

[练 5] 已知命题 p：若 $x^2+y^2=0$，则 x、y 全为 0；命题 q：若 $a>b$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，给出下列四个复合命题：①p 且 q；②p 或 q；③$\neg p$；④$\neg q$.

其中真命题的个数为(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【例 6】 今有命题 p、q，若命题 m 为“p 且 q”，则“$\neg p$ 或 $\neg q$”是“$\neg m$”的(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解析】 ∵命题 m 为“p 且 q”，∴$\neg m$ 为“$\neg p$ 或 $\neg q$”，∴“$\neg p$ 或 $\neg q$”是“$\neg m$”的充要条件.

【答案】 选 C

[练 6] 已知集合 A，B，则“$A\subseteq B$”是“$A\cap B=A$”的(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

(二) 填空题

【例 7】 设非空集合 $A=\{x|2a+1\leqslant x\leqslant 3a-5\}$，$B=\{x|3\leqslant x\leqslant 22\}$，则能使 $A\subseteq A\cap B$ 成立的 a 值的集合为________.

【解析】 由 $A\subseteq A\cap B$，得 $A=A\cap B$，其充要条件为 $A\subseteq B$，由 $A\subseteq B\Leftrightarrow\begin{cases}2a+1\leqslant 3a-5\\2a+1\geqslant 3\\3a-5\leqslant 22\end{cases}$，得 $6\leqslant a\leqslant 9$.

【答案】 $6\leqslant a\leqslant 9$

[练 7] 已知 $a\in\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|x^2=1\}$，集合 $B=\{x|ax=1\}$，若 $A\cup B=A$，则实数 a 的所有可能值的集合为________.

【例 8】 设集合 $A=\{x||x|<4\}$，$B=\{x|x^2-4x+3>0\}$，则集合 $\{x|x\in A$ 且 $x\notin A\cap B\}=$________.

【解析】 $\{x|x\in A$ 且 $x\notin A\cap B\}$ 表示集合 A 中除去 A 与 B 的公共元素组成的集合，即由 $A=\{x|-4<x<4\}$，$B=\{x|x<1$ 或 $x>3\}$，有 $A\cap B=\{x|-4<x<1$ 或 $3<x<4\}$，又 $x\in A$ 且 $x\notin A\cap B$，∴$x\in[1,3]$.

【答案】 $[1,3]$

[练 8] 已知集合 $A=\{(x,y)|x+y+2=0\}$，$B=\{(x,y)|x-2y+4=0\}$，$A\cap B\subsetneqq\{(x,y)|y=3x+b\}$，则 $b=$________.

【例 9】 命题“若 $ab=0$，则 $a=0$ 或 $b=0$”的逆否命题是________.

【解析】 交换命题的条件和结论并同时否定即得原命题的逆否命题.

【答案】 若 $a\neq 0$ 且 $b\neq 0$，则 $ab\neq 0$

[练 9] “空集是任何非空集合的真子集”的逆命题为________；否命题为________；逆否命题为________.

【例 10】 有以下 5 个命题：①没有男生爱踢足球；②所有男生都不爱踢足球；③至少有一个男生不爱踢足球；④所有女生都爱踢足球；⑤所有男生都爱踢足球.

请找出其中互为否命题的一对命题________.

【解析】"所有"的否定是"至少存在一个",故命题③与命题⑤互为否命题.

【答案】③与⑤

[练 10] 若命题 p:不等式 $x^2-x+1\leqslant 0$ 的解集为$\varnothing$,命题 q:不等式$\frac{x-2}{x-1}\leqslant 0$ 的解集为$\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$,则复合命题"$p$ 或 q","p 且 q","非 q"之中.

真命题是________.

(三)解答题

【例 11】设集合 $P=\{x\mid x^2-4x-5<0\}$,$Q=\{x\mid x-a\leqslant 0\}$.

(1) 若 $P\cap Q=\varnothing$,求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $P\subset Q$,求实数 a 的取值范围.

【分析】将集合语言转化为图形语言,利用数轴进行直观求解.

【解】$P=\{x\mid -1<x<5\}$,$Q=\{x\mid x\leqslant a\}$.

(1) 由图 1-1 易知,当 $a\leqslant -1$ 时,$P\cap Q=\varnothing$;

(2) 由图 1-2 易知,当 $a\geqslant 5$ 时,$P\subset Q$.

[练 11] 已知全集 $U=\{x\mid x^2-3x+2\geqslant 0\}$,$A=\{x\mid |x-2|>1\}$,$B=\left\{x\left|\frac{x-1}{x-2}\geqslant 0\right.\right\}$,求 $\complement_U A$、$\complement_U B$、$A\cap B$、$A\cup B$、$A\cap\complement_U B$ 和 $\complement_U A\cup B$.

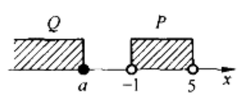


图 1-1

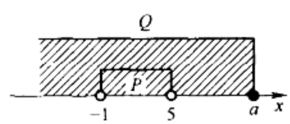


图 1-2

【例 12】已知命题 p:不等式 $x^2-x-2>0$ 的解集是$\{x\mid x>2\}$,命题 q:不等式 $x^2-x-2>0$ 的解集是$\{x\mid x<-1\}$,写出构成"p 且 q"、"p 或 q"、"非 p"形式的复合命题.

【分析】由于 p、q 两个命题中的条件一致因此新命题条件可合并来写.

【解】p 且 q:不等式 $x^2-x-2>0$ 的解集是$\{x\mid x>2$ 且 $x<-1\}$;p 或 q:不等式 $x^2-x-2>0$ 的解集是$\{x\mid x<-1$ 或 $x>2\}$;非 p:不等式 $x^2-x-2>0$ 的解集不是$\{x\mid x>2\}$.

注意:$x>2$ 的非是 $x\leqslant 2$,但非 p 不能写成"不等式 $x^2-x-2>0$ 的解集是$\{x\mid x\leqslant 2\}$".

[练 12] 写出由"p:$-\sqrt{2}\in\mathbf{Q}$,q:$-\sqrt{2}\in\mathbf{R}$"构成的"p 或 q"、"p 且 q"、"非 p"形式的复合命题,并判断其真假.

【例 13】已知 $M=\{(x,y)\mid x^2+2x+y^2=0\}$,$N=\{(x,y)\mid y=x+a\}$,且 $M\cap N\supset\varnothing$,求实数 a 的取值范围.

【分析】$M\cap N\supset\varnothing$ 说明 $M\cap N$ 非空,方程组$\begin{cases}x^2+2x+y^2=0\\y=x+a\end{cases}$有解.

【解】$M\cap N\supset\varnothing\Leftrightarrow$方程组$\begin{cases}x^2+2x+y^2=0\\y=x+a\end{cases}$有解$\Leftrightarrow$圆$(x+1)^2+y^2=1$ 与直线 $x-y+a=0$ 有公共点$\Leftrightarrow$ $\left|\frac{-1-0+a}{\sqrt{2}}\right|\leqslant 1\Leftrightarrow 1-\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 1+\sqrt{2}$. 故 a 的取值范围是$[1-\sqrt{2},1+\sqrt{2}]$.

[练 13] 已知集合 $A=\{x\mid x\geqslant |x^2-2x|\}$,$B=\left\{x\left|\frac{x}{1-x}\geqslant\left|\frac{x}{1-x}\right|\right.\right\}$,$C=\{x\mid ax^2+x+b<0\}$,若$(A\cup B)\cap C=\varnothing$,且 $A\cup B\cup C=\mathbf{R}$,求实数 a 和 b 的值.

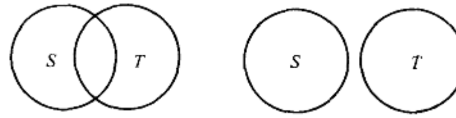
二、能力迁移

(一) 选择题

【例 1】设 S、T 是两个非空集合，且 $S\not\subseteq T$，$T\not\subseteq S$，令 $X=S\cap T$，那么 $S\cup X$ 等于(　　)

A. X　　B. T　　C. $\varnothing$　　D. S

【解析】对于没有具体元素的抽象集合，可利用文氏图来直观研究，由题意，本题中的 S 与 T 只能是图 1-3 中(1)和(2). 对于(1)，X 非空，且 $X\subsetneqq S$，故 $S\cup X=S$；对于(2) $X=\varnothing$，$S\cup X=S$ 仍然成立，由此可见，不论(1)或(2)，都有 $S\cup X=S$.



(1)　　(2)

图 1-3

【答案】选 D

[练 1] 如图 1-4，I 是全集，M、P、S 是 I 的 3 个子集，则阴影部分所表示的集合是(　　)

A. $(M\cap P)\cap S$　　B. $(M\cap P)\cup S$

C. $(M\cap P)\cap \complement_I S$　　D. $(M\cap P)\cup \complement_I S$

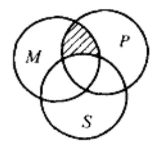


图 1-4

【例 2】集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则(　　)

A. $M=N$　　B. $M\supsetneqq N$

C. $M\subsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

【解析】本题考查了两个无穷集合间的关系，集合中又给出了元素，可采用"赋值法"求解.

令 $k=\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots$ 得 $M=\left\{\cdots,-\frac{3}{4}\pi,-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{3}{4}\pi,\frac{5}{4}\pi,\cdots\right\}$，$N=\left\{\cdots,0,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2},\frac{3}{4}\pi,\cdots\right\}$，可见 $M\subsetneqq N$.

【答案】选 C

[练 2] 已知集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\cos\frac{n}{3}\pi,n\in\mathbf{Z}\right\}$，$P=\left\{x\,\middle|\,x=\sin\frac{(2m-3)}{6}\pi,m\in\mathbf{Z}\right\}$，则 M 与 P 满足(　　)

A. $M\subset P$　　B. $M=P$　　C. $M\supset P$　　D. $M\cap P=\varnothing$

【例 3】含有三个实数的集合可表示为 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$，也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，则 $a^{2003}+b^{2003}$ 的值为(　　)

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. ±1

【解析】由集合性质 $a\neq0$，$\frac{b}{a}=0$，$\therefore a=\pm1$，$b=0$. 当 $a=1$ 时，不满足集合中元素互异性，应舍去，$\therefore a=-1$.

【答案】选 C

[练 3] 已知集合 $M=\{x|x-a=0\}$，$N=\{x|ax-1=0\}$，且 $M\cap N=N$，那么实数 a 等于(　　)

A. 1　　B. -1　　C. -1 或 1　　D. 1 或 -1 或 0

【例 4】命题"a，b 是偶数，则 $a+b$ 是偶数"的逆否命题是(　　)

A. $a+b$ 不是偶数，则 a，b 都不是偶数　　B. $a+b$ 不是偶数，则 a，b 不都是偶数

C. $a+b$ 不是偶数，则 a，b 都是偶数　　D. a，b 都不是偶数，则 $a+b$ 不是偶数

【解析】$p\Rightarrow q\Leftrightarrow \neg q\Rightarrow \neg p$，"都是"的否定词是"不都是"，所以其逆否命题是 $a+b$ 不是偶数，则 a，b 不都是偶数.

【答案】选 B

[练 4] 对于命题 p 和 q,若 p 且 q 为真命题,则下列四个命题:① p 或 $\neg q$ 是真命题;② p 且 $\neg q$ 是真命题;③ $\neg p$ 且 $\neg q$ 是假命题;④ $\neg p$ 或 q 是假命题,其中真命题是( )

A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ②④

【例 5】$3+5x-2x^2>0$ 的一个必要但不充分的条件是( )

A. $-\frac{1}{2}<x<3$ B. $-\frac{1}{2}<x<0$ C. $-1<x<6$ D. $-3<x<\frac{1}{2}$

【解析】$3+5x-2x^2>0$ 的解一定在 $-1<x<6$ 内,但满足 $-1<x<6$ 的 x 不一定满足 $3+5x-2x^2>0$,因此 $-1<x<6$ 是 $3+5x-2x^2>0$ 的一个必要但不充分条件.

【答案】选 C

[练 5] 条件 $p:|x-1|>1-x$,条件 $q:x>a$,若 p 是 q 的充分不必要条件,则 a 的取值范围是( )

A. $a>1$ B. $a\geqslant1$ C. $a<1$ D. $a\leqslant1$

【例 6】设△ABC 的三边长分别是 $x,x+1,x+2$,则"△ABC 是钝角三角形"的一个必要不充分条件是( )

A. $0<x<3$ B. $1<x<3$ C. $1<x<2$ D. $2<x<4$

【解析】先求△ABC 为钝角三角形的充要条件.

由 $\begin{cases}x>0,x+1>0,x+2>0\\x+(x+1)>x+2\\(x+2)^2>(x+1)^2+x^2\end{cases}$ 解得 $1<x<3$. 可见,△ABC 为钝角三角形的充要条件是 $1<x<3$.

【答案】选 B

[练 6] "$m\cdot n<0$"是"方程 $mx^2+ny^2=p(p\in\mathbf{R})$ 表示双曲线"的( )

A. 必要但不充分条件 B. 充分但不必要条件

C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

(二) 填空题

【例 7】设 A 是 B 的充分不必要条件,B 是 C 的充要条件,D 是 C 的必要不充分条件,则 D 是 A 的________条件.

【解析】由题意,可推断符号表示各条件有:$A\Rightarrow B\Leftrightarrow C\Rightarrow D$,故 A 是 D 的充分不必要条件,从而 D 是 A 的必要而不充分条件.

【答案】必要不充分

[练 7] 从"充分而不必要条件"、"必要而不充分条件"与"充要条件"中选出适当的一种填空.

(1) $x>1$ 是 $\frac{1}{x}<1$ 的________;

(2) 已知 $m<n$,$(x-m)(x-n)>0$ 是 $x<m$ 或 $x>n$ 的________;

(3) "p 或 q 为真命题"是"p 且 q 为真命题"的________.

【例 8】设 m、n 为自然数,$m>n$,集合 $A=\{1,2,3,\cdots,m\}$,集合 $B=\{1,2,\cdots,n\}$,满足 $B\cap C\neq\varnothing$ 的 A 的子集 C 共有________个.

【解析】由 A 的子集为 2^m 个,由 $\{n+1,n+2,\cdots,m\}$ 这 $m-n$ 个元素构成的是 2^{m-n} 个子集,因为 $B\cap C\neq\varnothing$,则 C 共有 2^m-2^{m-n} 个.

【答案】2^m-2^{m-n}

[练 8] 已知集合 $S=\{3,a\}$,$T=\{x|x^2-3x<0,x\in\mathbf{Z}\}$,$S\cap T=\{1\}$,又 $P=S\cup T$,那么集合 P 的子集的个数是________.

【例 9】已知 $A=\left\{(x,y)\left|\frac{1-y}{x+1}=3\right.\right\}$,$B=\{(x,y)|y=kx+3\}$,并且 $A\cap B=\varnothing$,则 k 的值是________.

【解析】利用集合 A、B 的几何意义,化为两直线的位置关系求解,由 A 得 $y=-3x-2$,则当 $k=-3$

时，二直线平行，即 $A\cap B\neq\varnothing$，又因为 $(-1,1)\notin A$，故当 $(-1,1)\in B$ 时，即 $1=-k+3$，$k=2$ 时，$A\cap B=\varnothing$.

【答案】2 或 -3

［练 9］已知 $M=\{(x,y)\mid y=x+b\}$，$N=\{(x,y)\mid y=\sqrt{9-x^2}\}$，若 $M\cap N\neq\varnothing$，求 b 的取值范围________.

（三）解答题

【例 10】已知命题 p：方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等的负实根，命题 q：方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根，若 p 或 q 为真，p 且 q 为假，求实数 m 的取值范围.

【分析】先分别求满足命题 p 和 q 的 m 的取值范围，再利用复合命题的真假进行转化与讨论.

【解】由已知 p,q 中有且仅有一为真，一为假，p：$\begin{cases}\Delta>0,\\ x_1+x_2=-m<0\Rightarrow m>2.\\ x_1x_2=1>0\end{cases}$ q：$\Delta<0\Rightarrow 1<m<3$.

(1) 若 p 假 q 真，则 $\begin{cases}m\leqslant 2\\ 1<m<3\end{cases}\Rightarrow 1<m\leqslant 2$；

(2) 若 p 真 q 假，则 $\begin{cases}m>2\\ m\leqslant 1 \text{ 或 } m\geqslant 3\end{cases}\Rightarrow m\geqslant 3$.

综上所述，$m\in(1,2]\cup[3,+\infty)$.

［练 10］已知 p：$x^2-8x-20>0$，q：$x^2-2x+1-a^2>0$，若 p 是 q 的充分不必要条件，求正实数 a 的取值范围.

【例 11】已知 $A=\{x\mid x^2+(p+2)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid x>0\}$，$A\cap B=\varnothing$，求 p 的取值范围.

【分析】一元二次方程 $x^2+(p+2)x+1=0$ 的根有三种情况：无实根，有相等实根，有不等实根，分三种情况讨论.

【解】(1) 当 $A=\varnothing$ 时，$A\cap B=\varnothing\cap B=\varnothing$，此时，$\Delta=(p+2)^2-4<0$，解得 $-4<p<0$.

(2) 当 A 只有一个元素时，由 $A\cap B=\varnothing$，知这个元素不属于 B.

此时，$\begin{cases}\Delta=(p+2)^2-4=0\\ -(p+2)<0\end{cases}$ 解得 $p=0$；

(3) 当 A 有两个元素时，由 $A\cap B=\varnothing$，知这两个元素不属于 B.

此时，$\begin{cases}\Delta=(p+2)^2-4>0\\ -(p+2)<0\end{cases}$ 解得 $p>0$；

综上(1)、(2)、(3)得 $p>-4$.

［练 11］已知集合 $A=\{x\mid x^2+x-2>0\}$，$B=\{x\mid x^2-(a+1)x+a<0\}$，若 $A\cap B=B$，求实数 a 的取值范围.

【例 12】判断命题"已知 a,x 为实数，如果关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant 0$ 的解集非空，则 $a\geqslant 1$"的逆否命题的真假.

【分析】根据四种命题的关系"原命题与逆否命题同真同假"，只需判断原命题的真假即可.

【解】$\because a,x$ 为实数，且关于 x 的不等式 $x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant 0$ 的解集非空，$\therefore\Delta=(2a+1)^2-4(a^2+2)\geqslant 0$，即 $4a-7\geqslant 0$，解得 $a\geqslant\frac{7}{4}$，$\because a\geqslant\frac{7}{4}>1$，$\therefore$ 原命题为真. 又因为原命题与其逆否命题同真同假，所以逆否命题为真.

［练 12］二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 记 $\Delta=b^2-4ac$，试判断下列命题的真假，若命题为假，请举出一个反例；若命题为真，试证明之.

命题 1：若 $\Delta=b^2-4ac<0$，则 $af(x)<0$；命题 2：若 $\Delta=b^2-4ac>0$，x_1,x_2 为方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根，且 $x_1<x_2$，则当 $x_1<x<x_2$ 时，$af(x)<0$；当 $x>x_2$ 或 $x<x_1$ 时，$af(x)>0$.

三、思维创新

(一)选择题

【例1】 若 M 和 N 都是非空集合，且 $M\neq N$，则 $a\in M\cap N$ 是 $a\in M\cup N$ 的(　　)

A. 充分条件但非必要条件　　B. 必要条件但非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分条件又非必要条件

【解析】 由 $a\in M\cap N\Rightarrow a\in M$ 且 $a\in N\Rightarrow a\in M\cup N$，$\therefore a\in M\cap N$ 是 $a\in M\cup N$ 的充分条件，又 $\because a\in M\cup N\Rightarrow a\in M$ 或 $a\in N$，不能推出 $a\in M\cap N$，$\therefore a\in M\cap N$ 不是 $a\in M\cup N$ 的必要条件．

【答案】 选 A

[练 1] 设 M、P 是两个非空集合，定义 M 与 P 的差集为 $M-P=\{x|x\in M$ 且 $x\notin P\}$，则 $M-(M-P)$ 等于(　　)

A. P　　B. $M\cap P$　　C. $M\cup P$　　D. M

【例2】 设 x、$y\in\mathbf{R}$，命题 p：$|x-y|<1$，命题 q：$|x|<|y|+1$，则 p 是 q 成立的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解析】 由 $|x|-|y|\leqslant|x-y|<1$ 得 $|x|<|y|+1$，所以 $p\Rightarrow q$，但 $q\nRightarrow p$，$\therefore p$ 是 q 的充分不必要条件．

【答案】 选 A

[练 2] "$\sqrt{1-x^2}>\sqrt{1-y^2}$"是"$|x|<|y|$"的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【例3】 若集合 A 和 B 各含 6 个元素，$A\cap B$ 含有 3 个元素，C 同时满足两个条件：①$C\subseteq A\cup B$ 且 C 中含有 3 个元素；②$C\cap A\neq\varnothing$，则这样的集合 C 的个数是(　　)

A. 82　　B. 83　　C. 84　　D. 219

【解析】 $\mathrm{Card}(A\cup B)=\mathrm{Card}(A)+\mathrm{Card}(B)-\mathrm{Card}(A\cap B)=6+6-3=9$，符合条件中的集合 C 的个数为 $C_9^3-1=83$.

【答案】 选 B

[练 3] 已知集合 $A=\{3^m+n|0\leqslant m\leqslant 3,0\leqslant n\leqslant 3,m,n\in\mathbf{N}\}$，则集合 A 中元素个数为(　　)

A. 16　　B. 14　　C. 9　　D. 8

【例4】 经统计知：某村有电话的家庭 35 家，有农用三轮车的家庭 65 家，既有电话又有农用三轮车的家庭 20 家，则电话和农用三轮车至少有一种的家庭数为(

A. 60　　B. 80　　C. 100　　D. 120

【解析】 设某村有电话的家庭组成集合 A，有农用三轮车的家庭组成集合 B，则既有电话又有农用三轮车的家庭组成集合为 $A\cap B$，则 $\mathrm{Card}(A)=35$，$\mathrm{Card}(B)=65$，$\mathrm{Card}(A\cap B)=20$，电话和农用三轮车至少有一种的家庭组成的集合为 $A\cup B$，即求 $\mathrm{Card}(A\cup B)$，作出文氏图如图 1-5，易得 $\mathrm{Card}(A\cup B)=35+65-20=80$.

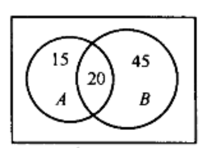


图 1-5

【答案】 选 B

[练 4] 调查了 100 名携带药品出国的旅游者，其中 75 人带有感冒药，80 人带有胃药，那么对于既带感冒药又带胃药的人数统计中，下列说法正确的是(　　)

A. 最多人数是 55　　B. 最少人数是 55

C. 最少人数是 75　　D. 最多人数是 80

【例5】设数集 $M=\left\{x\mid m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\right\}$，$N=\left\{x\mid n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\right\}$，且 M、N 都是集合 $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集，如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 的"长度"，那么集合 $M\cap N$ 的"长度"的最小值是(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{12}$　　D. $\frac{5}{12}$

【解析】本题是一道信息给予题，要将集合 M、N 几何求解，集合 M 的"长度"为 $\frac{3}{4}$，集合 N 的"长度"为 $\frac{1}{3}$，而集合 $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的长度为 1，故 $M\cap N$ 的"长度"最小值为 $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}-1=\frac{1}{12}$

【答案】选 C

[练 5] 对于集合 P、Q，我们定义集合 $P-Q$ 为 $P-Q=\{x\mid x\in P, x\notin Q\}$，若 $P=\{(x,y)\mid x-3y=0\}$，$Q=\{(x,y)\mid 2x+ky=0\}$，且 $P-Q\neq\varnothing$，则实数 k 的取值范围是(　　)

A. $\{3\}$　　B. $\{k\mid k\neq-3\}$　　C. $\{6\}$　　D. $\{k\mid k\neq-6\}$

(二) 填空题

【例6】已知 p：$x\neq1$ 且 $y\neq2$；q：$x+y\neq3$，则 p 是 q 成立的________条件.

【解析】转化为逆否命题判断. $\neg q$：$x+y=3$；$\neg p$：$x=1$ 或 $y=2$，可见 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的既不充分也不必要条件，因此 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

【答案】既不充分也不必要条件

[练 6] "$x\neq y$"是"$\sin x\neq\sin y$"的________条件.

【例7】集合 $A=\{(x,y)\mid y=a|x|\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+a\}$，$C=A\cap B$，且集合 C 为单元素集合，则实数 a 的取值范围为________.

【解析】集合 A、B 表示的曲线有一个交点，由 $a|x|=x+a$，当 $a=0$ 时，满足要求，当 $a\neq0$ 时，$|x|=\frac{x}{a}+1$，分别作出 $y=|x|$ 与 $y=\frac{x}{a}+1$ 的图象，知 $\frac{1}{a}\geqslant1$ 或 $\frac{1}{a}\leqslant-1$.

【答案】$|a|\leqslant1$

[练 7] 满足 $|p|\leqslant2$ 的不等式 $x^2+px+1>2x+p(x,p\in\mathbf{R})$ 恒成立的 x 的取值范围是________.

(三) 解答题

【例8】若 a,b,c 均为实数，且 $a=x^2-2y+\frac{\pi}{2}$，$b=y^2-2z+\frac{\pi}{3}$，$c=z^2-2x+\frac{\pi}{6}$，求证：a,b,c 中至少有一个大于 0.

【分析】可利用反证法予以证明，首先正确地作出反设(否定结论)："a,b,c 都不大于 0"，即是"$a\leqslant0$，$b\leqslant0$，$c\leqslant0$".

【证明】假设 a,b,c 都不大于 0，即 $a\leqslant0$，$b\leqslant0$，$c\leqslant0$，则 $a+b+c\leqslant0$. 而 $a+b+c=x^2-2y+\frac{\pi}{2}+y^2-2z+\frac{\pi}{3}+z^2-2x+\frac{\pi}{6}=(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2+\pi-3$，$\pi-3>0$，且无论 x,y,z 为何实数，$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2\geqslant0$，$\therefore a+b+c>0$，这与 $a+b+c\leqslant0$ 矛盾，因此，a,b,c 中至少有一个大于 0.

[练 8] 已知 a、$b\in\mathbf{R}$，若 $a+b>1$，则 a,b 之中至少有一个不小于 $\frac{1}{2}$，试证明之.

【例9】已知 p：$\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant2$，$q$：$x^2-2x+1-m^2\leqslant0(m>0)$，若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件，求实数 m 的取值范围.

【分析】先写出 $\neg p$ 和 $\neg q$，然后由 $\neg q\Rightarrow\neg p$，但 $\neg p\nRightarrow\neg q$，求得 m 的取值范围.

【解】由 $x^2-2x+1-m^2\leqslant0$，得 $1-m\leqslant x\leqslant1+m(m>0)$，所以"$\neg q$"：$A=\{x\in\mathbf{R}\mid x>1+m$ 或 $x<1-m$，$m>0\}$. 由 $\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant2$ 得 $-2\leqslant x\leqslant10$，所以"$\neg p$"：$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x>10$ 或 $x<-2\}$，由"$\neg p$"是"$\neg q$"的必要而