



银领工程系列

数字电子技术

黄 洁 主编



高等教育出版社
Higher Education Press

银领工程系列

数字电子技术

黄 洁 主编

高等教育出版社

内容提要

本书共分7章,内容包括:数字逻辑基础、逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、D/A与A/D转换以及大规模数字集成电路等。每章都有实训项目、本章小结、基本概念题及练习题。为培养高职高专学生的实际动手能力,本教材还在有关章节特别编有数字电路应用与故障诊断内容。

为满足广大师生学习该课程的需要,本书还配有与教材配套的电子教案。

本书紧密结合高职高专特点,突出应用性、针对性。淡化电路内部结构和工作原理,叙述上深入浅出、通俗易懂,注重培养学生的实际应用能力。

本书可作为高等职业院校、高等专科学校、成人高校、民办高校及本科院校举办的二级职业技术学院电气电子、信息自动化、机电一体化及相关专业的教学用书,也适用于五年制高职、中职相关专业,并可作为社会从业人员的业务参考书及培训用书。

图书在版编目(CIP)数据

数字电子技术/黄洁主编. —北京:高等教育出版社,
2006.6

ISBN 7-04-019591-7

I. 数... II. 黄... III. 数字电路-电子技术-高等
学校:技术学校-教材 IV. TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第043635号

策划编辑 孙杰 责任编辑 欧阳舟 封面设计 王凌凌 责任绘图 朱静
版式设计 王艳红 责任校对 金辉 责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总机 010-58581000

经销 蓝色畅想图书发行有限公司
印刷 北京鑫丰华彩印有限公司

开本 787×1092 1/16
印张 9.25
字数 220 000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版次 2006年6月第1版
印次 2006年6月第1次印刷
定价 11.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 19591-00

出版说明

为了认真贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，落实《2003—2007 年教育振兴行动计划》，缓解国内劳动力市场技能型人才紧缺现状，为我国走新型工业化道路服务，自 2001 年 10 月以来，教育部在永州、武汉和无锡连续三次召开全国高等职业教育产学研经验交流会，明确了高等职业教育要“以服务为宗旨，以就业为导向，走产学研结合的发展道路”，同时明确了高等职业教育的主要任务是培养高技能人才。这类人才，既要能动脑，更要能动手，他们既不是白领，也不是蓝领，而是应用型白领，是“银领”。从而为我国高等职业教育的进一步发展指明了方向。

培养目标的变化直接带来了高等职业教育办学宗旨、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面的改变。与之相应，也产生了若干值得关注与研究的新课题。对此，我们组织有关高等职业院校进行了多次探讨，并从中遴选出一些较为成熟的成果，组织编写了“银领工程”丛书。本丛书围绕培养符合社会主义市场经济和全面建设小康社会发展要求的“银领”人才的这一宗旨，结合最新的教改成果，反映了最新的职业教育工作思路和发展方向，有益于固化并更好地推广这些经验和成果，很值得广大高等职业院校借鉴。我们的这一想法和做法也得到了教育部领导的肯定，教育部副部长吴启迪专门为首批“银领工程”丛书提笔作序。

我社出版的高等职业教育各专业领域技能型紧缺人才培养培训工程系列教材也将陆续纳入“银领工程”丛书系列。

“银领工程”丛书适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校开办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

2004 年 9 月

前 言

“数字电子技术基础”是一门重要的专业基础课,数字电路是微处理器、微计算器的硬件基础。随着高职高专教学改革的深化,其教材改革也成为改革的重点。近年来,随着高等教育的跨越式发展,高等职业教育在我国教育事业中的地位越来越重要,社会用人单位对高职生的需求逐年增长,对学生的要求也发生了变化,有的高职高专学生的学时缩短为两年,等等。为了适应社会对人才的要求,突出职业教育特色,加强基础,强调应用,编写了这本教材。本教材将高等性和职业化进行了有机的结合,旨在吸取优秀大专(或本科)教材的长处,突出职业教育的特点,主动适应社会实际需要,注重应用性、针对性,加强实践能力的培养。

本教材在内容叙述上深入浅出,将知识点与能力点有机结合,注重培养学生的工程应用能力和解决现场实际问题的能力。本教材对器件的内部结构与电路原理没有做太多阐述,而是通过各种应用实例熟悉器件在数字电子系统中的具体应用。为培养高职生的实际动手能力,本书有关章节特别编有数字电路应用与故障诊断部分。本教材每章开头都有本章要求、知识点、重点和难点,每章结尾都有本章小结、实训项目和本章习题。每章实训项目包括实训目的、实训器材、实训指导,每章习题包括基本概念题(选择题、填空题)和一般练习题。

本教材编者都是高职高专院校的教师,长期从事数字电子技术课程的教学工作,积累了丰富的教学经验,对高职高专学生的知识接受能力有着深刻的了解,在编写本教材时做到了内容取舍得当,难易适中,突出技术性和应用性的特点,反映了教育部关于高职高专课程改革意见的精神。

本教材的理论教学与实训教学应有机结合,本书参考教学时间为56~70学时(含实训),具体安排如下:第1章8~10学时;第2章6~8学时;第3章10~12学时;第4章6~8学时;第5章10~12学时;第6章8~10学时;第7章8~10学时。使用者可根据具体情况增减学时。

本教材由武汉职业技术学院黄洁担任主编,漯河职业技术学院李萍和武汉职业技术学院彭芬参编。第2、4、6章由黄洁编写,第1、3、5章由李萍编写,第7章由彭芬编写,黄洁负责全书的统稿。

本教材承蒙承德石油高等专科学校廖先芸教授的认真审阅,廖先芸教授提出了许多宝贵的意见和建议,在此表示衷心的感谢。

由于时间紧迫和囿于编者的水平,书中的错误和不妥之处在所难免,敬请读者给予批评和指正。

编 者
2005年12月

目 录

第 1 章 数字逻辑基础	(1)
要求、知识点、重点和难点	(1)
1.1 数字信号及数字电路的基本	
概念	(2)
1.1.1 数字信号与数字电路	(2)
1.1.2 数制与数制的转换	(2)
1.1.3 常用的二进制代码	(5)
1.2 逻辑代数基础	(5)
1.2.1 逻辑关系	(5)
1.2.2 三种基本逻辑函数	(6)
1.2.3 复合逻辑函数	(7)
1.2.4 逻辑代数	(9)
1.3 逻辑函数的化简	(10)
1.3.1 逻辑函数的公式化简法	(11)
1.3.2 逻辑函数的卡诺图表示	(12)
1.3.3 逻辑函数的卡诺图化简法	(14)
本章小结	(17)
实训项目 实训一 信号灯的逻辑	
控制	(18)
本章习题	(19)
第 2 章 逻辑门电路	(21)
要求、知识点、重点和难点	(21)
2.1 基本逻辑门电路	(21)
2.2 集成门电路	(23)
2.2.1 TTL 集成逻辑门	(23)
2.2.2 CMOS 集成逻辑门	(26)
2.2.3 TTL 和 CMOS 逻辑门的使用	
及注意事项	(28)
2.3 逻辑门的故障诊断	(30)
2.3.1 逻辑探针	(30)
2.3.2 逻辑门的故障诊断	(30)
本章小结	(31)
实训项目 实训二 裁判判决器	
电路	(31)
本章习题	(33)
第 3 章 组合逻辑电路	(35)
要求、知识点、重点和难点	(35)
3.1 组合逻辑电路的分析与设计	(36)
3.1.1 组合逻辑电路的分析	(36)
3.1.2 组合逻辑电路的设计	(37)
3.2 常用的组合逻辑电路	(38)
3.2.1 编码器	(38)
3.2.2 译码器	(42)
3.2.3 数据选择器及数据分配器	(46)
3.2.4 算术运算电路	(48)
3.2.5 数值比较器	(50)
3.3 MSI 组合逻辑器件应用举例	(52)
3.3.1 编码器的应用	(52)
3.3.2 译码器的应用	(52)
3.3.3 数据选择器的应用	(54)
3.3.4 全加器的应用	(55)
3.4 组合逻辑电路中的竞争冒险	
现象	(56)
3.4.1 竞争冒险现象及其产生	
原因	(56)
3.4.2 冒险现象的消除	(56)
本章小结	(57)
实训项目 实训三 编/译码及数码	
显示	(58)
本章习题	(60)
第 4 章 触发器	(62)
要求、知识点、重点和难点	(62)
4.1 RS 触发器	(62)
4.1.1 基本 RS 触发器	(62)
4.1.2 同步 RS 触发器	(65)

4.1.3 主从 RS 触发器	(66)	6.1 概述	(108)
4.2 JK 触发器、 $T(T')$ 触发器、 D 触发器	(66)	6.2 D/A 转换器	(109)
4.2.1 JK 触发器、 $T(T')$ 触发器 ..	(66)	6.2.1 概述	(109)
4.2.2 D 触发器	(67)	6.2.2 倒 T 形电阻网络 D/A 转换器	(110)
4.3 触发器逻辑功能的互换	(68)	6.2.3 集成 D/A 转换器举例	(111)
4.4 触发器应用举例	(69)	6.2.4 D/A 转换器的主要技术 指标	(112)
4.4.1 触发器组成 555 定时器	(69)	6.3 A/D 转换器	(113)
4.4.2 555 定时器构成单稳态 触发器	(71)	6.3.1 A/D 转换的基本原理	(113)
4.4.3 555 定时器构成多谐 振荡器	(72)	6.3.2 A/D 转换器的类型	(115)
4.4.4 555 定时器构成施密特 触发器	(73)	6.3.3 集成 A/D 转换器举例	(118)
4.4.5 触发器故障诊断	(74)	6.3.4 A/D 转换器的主要技术 指标	(120)
本章小结	(74)	本章小结	(120)
实训项目 实训四 抢答器	(75)	实训项目 实训六 D/A 转换器及其 应用	(121)
本章习题	(77)	本章习题	(123)
第 5 章 时序逻辑电路	(81)	第 7 章 大规模数字集成电路 ..	(124)
要求、知识点、重点和难点	(81)	要求、知识点、重点和难点	(124)
5.1 时序逻辑电路的分析	(82)	7.1 概述	(124)
5.1.1 时序逻辑电路的特点	(82)	7.2 只读存储器 ROM	(125)
5.1.2 时序逻辑电路的分析方法 ..	(82)	7.2.1 固定 ROM	(125)
5.2 寄存器	(86)	7.2.2 可编程 PROM	(126)
5.2.1 寄存器功能及使用方法	(86)	7.2.3 可擦除可编程 EPROM、 E ² PROM	(127)
5.2.2 寄存器应用举例	(89)	7.3 随机存取存储器 RAM	(128)
5.3 计数器	(90)	7.3.1 RAM 的电路结构	(128)
5.3.1 计数器的功能、分类和基本 原理	(90)	7.3.2 RAM 存储单元	(129)
5.3.2 二进制计数器	(90)	7.3.3 RAM 存储容量的扩展	(130)
5.3.3 十进制计数器	(93)	7.4 可编程逻辑器件 PLD 简介	(131)
5.3.4 N 进制计数器	(95)	7.4.1 可编程逻辑阵列 PLA	(132)
5.3.5 计数器应用举例	(95)	7.4.2 可编程阵列逻辑 PAL	(133)
5.3.6 计数器的故障诊断	(101)	7.4.3 通用阵列逻辑 GAL	(135)
本章小结	(103)	本章小结	(137)
实训项目 实训五 计数显示器 ..	(104)	实训项目 实训七 EPROM 的固化 与擦除	(138)
本章习题	(105)	本章习题	(140)
第 6 章 D/A 与 A/D 转换	(108)	参考文献	(141)
要求、知识点、重点和难点	(108)		

第 1 章

数字逻辑基础

要求

- 掌握各种进制及它们之间的转换
- 掌握逻辑代数中的基本公式和常用定律
- 理解逻辑函数的公式化简法
- 掌握逻辑函数的卡诺图化简法

知识点

- 数制及其相互转换
- 三种基本逻辑关系
- 逻辑函数的四种表达形式
- 逻辑代数的公理、基本定律
- 逻辑函数的反函数、对偶函数
- 公式法化简逻辑函数
- 最小项与卡诺图表示逻辑函数
- 卡诺图的性质与卡诺圈
- 卡诺图法化简逻辑函数
- 约束项与具有约束项的逻辑函数的化简

重点和难点

- 进制及其转换
- 逻辑代数中的吸收律、反演律和 3 个规则
- 逻辑函数的卡诺图化简法

1.1 数字信号及数字电路的基本概念

1.1.1 数字信号与数字电路

一、模拟信号与数字信号

模拟信号是在时间和幅值上都连续变化的信号,如温度等物理量通过传感器变成的电信号、语音信号、图像的视频信号等。对模拟信号进行传输、处理的电路称为模拟电路。

数字信号是在时间和幅值上都不连续,并取一定离散数值的信号,例如,计算机中各部件之间传输的信息、VCD 中的音/视频信号等。对数字信号进行传输、处理的电路称为数字电路。

二、数字电路

数字电路中只有两种状态,如真与假、开与关、高与低、有与无等,这两种状态可分别用 0(低电平)和 1(高电平)来表示。

现代数字电路一般为集成电路,集成电路是将晶体管、电阻、电容等元器件和导线通过半导体制造工艺做在一个硅片上而成为一个不可分割的整体电路。

数字集成电路按半导体器件类型的不同,可以分为:双极型数字集成电路,如 TTL、ECL 集成电路等;单极型数字集成电路,如 NMOS、PMOS、CMOS 集成电路等。

数字集成电路按集成度的不同,可以分为:小规模集成电路(SSI),其集成度为 10 ~ 100 个元件/片,如逻辑门电路、集成触发器等;中规模集成电路(MSI),其集成度为 100 ~ 1 000 个元件/片,如计数器、译码器、编码器、数据选择器、寄存器、算术运算器、比较器、转换电路等;大规模集成电路(LSI),其集成度为 1 000 ~ 100 000 个元件/片,如中央控制器、存储器、各种接口电路等;超大规模集成电路(VLSI),其集成度为大于 10 万个元件/片,如各种型号的单片机等。

数字电路具有以下优点:便于高度集成化、抗干扰能力强、数字信息便于长期保存、通用性强、保密性好。

1.1.2 数制与数制的转换

所谓数制就是计数的方法,它是进位计数制的简称。在数字电路中,常用的有十进制、二进制、八进制和十六进制。

一、十进制数

十进制是以 10 为基数的计数体制。在十进制中,每一位有 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 共 10 个数码,它的进位规律是逢十进一,即 $1 + 9 = 10$ 。在十进制数中,数码所处的位置不同时,它所代表的数值是不同的,如

$$(246.134)_{10} = 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2} + 4 \times 10^{-3}$$

上式称为十进制数的按权展开式。式中, 10^2 、 10^1 、 10^0 为整数部分百位、十位、个位的权,而 10^{-1} 、 10^{-2} 、 10^{-3} 为小数部分十分位、百分位和千分位的权,它们都是 10 的幂。数码与权的乘积,称为加权系数,因此,十进制数的数值为各位加权系数之和。

二、二进制数、八进制数和十六进制数

1. 二进制

二进制是以 2 为基数的计数体制。在二进制中,每位只有 0 和 1 两个数码,它的进位规律是逢二进一,即 $1+1=10$ 。在二进制数中,各位的权都是 2 的幂,如

$$(1001.01)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (9.25)_{10}$$

式中,整数部分的权分别为 2^3 、 2^2 、 2^1 、 2^0 ,小数部分的权分别为 2^{-1} 、 2^{-2} 。

2. 八进制

八进制是以 8 为基数的计数体制,在八进制中,每位有 0、1、2、3、4、5、6、7 共 8 个数码,它的进位规律是逢八进一,各位的权为 8 的幂。如八进制数 $(425.25)_8$ 可表示为

$$(425.25)_8 = 4 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 5 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2} = (277.328\ 125)_{10}$$

式中, 8^2 、 8^1 、 8^0 、 8^{-1} 、 8^{-2} 分别为八进制数各位的权。

3. 十六进制

十六进制是以 16 为基数的计数体制,在十六进制中,每位有 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A(10)、B(11)、C(12)、D(13)、E(14)、F(15) 共 16 个不同的数码,它的进位规律是逢十六进一,各位的权为 16 的幂。如十六进制数 $(3C1.C4)_{16}$ 可表示为

$$(3C1.C4)_{16} = 3 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 1 \times 16^0 + 12 \times 16^{-1} + 4 \times 16^{-2} = (961.765\ 625)_{10}$$

式中, 16^2 、 16^1 、 16^0 、 16^{-1} 、 16^{-2} 分别为十六进制数各位的权。

表 1.1.1 列出了十进制、二进制、八进制、十六进制之间的对照关系。

表 1.1.1 十进制、二进制、八进制、十六进制对照表

十进制	二进制	八进制	十六进制	十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0000	0	0	8	1000	10	8
1	0001	1	1	9	1001	11	9
2	0010	2	2	10	1010	12	A
3	0011	3	3	11	1011	13	B
4	0100	4	4	12	1100	14	C
5	0101	5	5	13	1101	15	D
6	0110	6	6	14	1110	16	E
7	0111	7	7	15	1111	17	F

三、不同进制间数的转换

1. 将 R 进制数转换成十进制数

方法:将 R 进制数按位权展开。

【例 1.1.1】将二进制数 $(11010.011)_2$ 转换成十进制数。

$$\begin{aligned} \text{解: } (11010.011)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 16 + 8 + 0 + 2 + 0 + 0.25 + 0.125 = (26.375)_{10} \end{aligned}$$

【例 1.1.2】将八进制数 $(137.504)_8$ 转换成十进制数。

$$\begin{aligned} \text{解: } (137.504)_8 &= 1 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} + 0 \times 8^{-2} + 4 \times 8^{-3} \\ &= 64 + 24 + 7 + 0.625 + 0 + 0.007\ 812\ 5 = (95.632\ 812\ 5)_{10} \end{aligned}$$

【例 1.1.3】将十六进制数 $(12AF.B4)_{16}$ 转换成十进制数。

解: $(12AF.B4)_{16} = 1 \times 16^3 + 2 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1} + 4 \times 16^{-2}$
 $= 4\,096 + 512 + 160 + 15 + 0.687\,5 + 0.015\,625 = (4\,783.703\,125)_{10}$

2. 将十进制数转换成 R 进制数

将十进制数转换为 R 进制数,需将十进制的整数部分和小数部分分别进行转换,然后将它们合并起来。

整数部分的转换是采用逐次除以 R 取余的方法,步骤如下:

- ① 将给定的十进制整数除以 R ,余数作为 R 进制数小数点前的最低位。
- ② 把前一步的商再除以 R ,余数作为次低位。
- ③ 重复步骤②,记下余数,直至商为 0,最后的余数即为 R 进制的最高位。

小数部分的转换是采用逐次乘以 R 取整的方法,步骤如下:

- ① 将给定的十进制小数乘以 R ,整数作为 R 进制数小数点后的最高位。
- ② 把前一步的积再乘以 R ,余数作为次高位。
- ③ 重复步骤②,记下整数,直至最后积为 0 或达到一定的精度。

【例 1.1.4】把十进制数 $(26)_{10}$ 转换为二进制数。

解:因为二进制数基数 $R = 2$, $(26)_{10}$ 是整数,所以转换步骤是逐次除 2 取余。

商	0	1	3	6	13	26
余数	1	1	0	1	0	÷ 2
	↑				↑	
	MSB				LSB	

所以 $(26)_{10} = (11010)_2$ 。

【例 1.1.5】把十进制数 $(26)_{10}$ 转换为八进制数。

解:因为八进制数基数 $R = 8$, $(26)_{10}$ 是整数,所以转换步骤是逐次除 8 取余。

商	0	3	26
余数	3	2	÷ 8
	↑	↑	
	MSB	LSB	

所以 $(26)_{10} = (32)_8$ 。

【例 1.1.6】把十进制数 $(0.875)_{10}$ 转换为二进制数。

解: $0.875 \times 2 = 1.750 \cdots \cdots 1 \leftarrow \text{MSB}$

$0.750 \times 2 = 1.500 \cdots \cdots 1$

$0.500 \times 2 = 1.000 \cdots \cdots 1 \leftarrow \text{LSB}$

所以 $(0.875)_{10} = (0.111)_2$ 。

3. 基数 R 为 2^k 的各进制之间的互相转换

由于八进制的基数 $8 = 2^3$,十六进制的基数 $16 = 2^4$,故每位八进制数码都可以用 3 位二进制数来表示;每位十六进制数码都可以用 4 位二进制数来表示。

二进制与八进制的转换:整数部分从低位开始每 3 位一组,最后不足 3 位的则在高位加 0 补足 3 位为止;小数部分则从小数点后的高位开始,每 3 位二进制数为一组,最后不足 3 位的,则在低位加 0 补足 3 位;然后写出每组对应的八进制数,按顺序排列即为所转换的八进制数。

二进制与十六进制的转换:转换方法同上,不同的是每 4 位一组。

【例 1.1.7】把下列二进制数分别转换为八进制或十六进制。

解: $(10100110.1110101)_2 = (010\ 100\ 110.111\ 010\ 100)_2 = (246.724)_8$

$(10010100111.11001)_2 = (0100\ 1010\ 0111.1100\ 1000)_2 = (4A7.C8)_{16}$

反过来,将八进制数的每一位写成 3 位二进制数,十六进制数的每一位写成 4 位二进制数,左右顺序不变,就能从八进制、十六进制直接转化为二进制。

【例 1.1.8】把下列数化为二进制数。

解: $(537.361)_8 = (101\ 011\ 111.011\ 110\ 001)_2 = (101011111.011110001)_2$

$(4B5D.97D)_{16} = (0100\ 1011\ 0101\ 1101.1001\ 0111\ 1101)_2 = (100101101011101.100101111101)_2$

1.1.3 常用的二进制代码

二进制数码不仅可以表示数值的大小,还可表示特定的信息。将若干个二进制数码 0 和 1 按一定规则排列起来表示某种特定含义的代码,称为二进制代码。表 1.1.2 列出了两种常用的二进制代码。

表 1.1.2 常用的二进制代码

十进制数码 \ BCD 码	8421 码	格雷码
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1000

(1) 将十进制数 0 ~ 9 用 4 位二进制表示的代码,称为 BCD 码。8421BCD 码,是分别将十进制数中的 0 ~ 9 用 4 位自然二进制码的前十个码字来表示。下式为一个十进制数和 8421BCD 码的互换。

$$(129)_{10} = (0001\ 0010\ 1001)_{8421BCD}$$

(2) 格雷码的特点是:相邻的两个码组之间仅有 1 位不同,这种编码可减少转换和传输出错的可能性,它是一种可靠性代码。1.3.2 节中的卡诺图就利用了格雷码的特点。

另外还有其它编码方法,如余 3 码、奇偶校验码、汉明码等。

1.2 逻辑代数基础

1.2.1 逻辑关系

在二值逻辑中,最基本的逻辑有与逻辑、或逻辑、非逻辑三种,与之对应的逻辑运算为与运算(逻辑乘)、或运算(逻辑加)、非运算(逻辑非)。

图 1.2.1 所示是一个与逻辑实际电路,图中有两个开关,只有当开关全部闭合时,灯才亮。对于此例,可以得出这样一个因果关系:只有当决定某一事件(如灯亮)的条件(如开关闭合)全部具备时,这一事件才会发生。这种因果关系称为与逻辑关系。

把图 1.2.1 中的开关改接为如图 1.2.2 所示的形式,可以看出,只要开关有一个闭合,或者两个都闭合,灯就会亮。这样可以得出另一种因果关系:只要在决定某一事件(如灯亮)的条件(如开关闭合)中,有一个或几个条件具备时,这一事件就会发生。这种因果关系称为或逻辑关系。

图 1.2.3 所示电路是一个非逻辑电路,当开关闭合时,灯灭,反之,当开关断开时,灯亮。开关闭合是灯亮与否的条件。在该电路中,事件(如灯亮)发生的条件(如开关闭合)具备时,事件(如灯亮)不会发生,反之,事件发生的条件不具备时,事件发生。这种因果关系称为非逻辑关系。

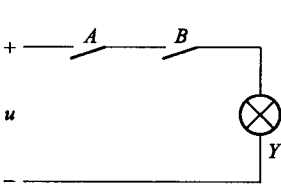


图 1.2.1 与逻辑举例

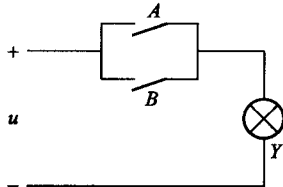


图 1.2.2 或逻辑举例

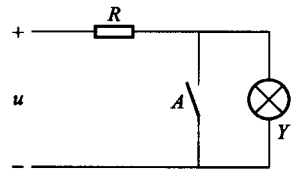


图 1.2.3 非逻辑举例

1.2.2 三种基本逻辑函数

一、逻辑函数

一般,定义决定事物的因素为逻辑自变量,而定义事物的结果为逻辑因变量,被概括的以某种形式表达的逻辑自变量和逻辑因变量的函数关系称为逻辑函数。

逻辑自变量(输入逻辑变量)和逻辑因变量(输出逻辑变量)统称为逻辑变量。逻辑变量用字母表示,其取值只有两个,1 和 0。这里 1 和 0 不表示数量的大小,只表示变量两种对立的状态,比如真和假、是和非、有和无、高和低、开和关等。

如果对应于输入逻辑变量 $A、B、C、\dots$ 的每一组确定值,输出逻辑变量 Y 都有唯一确定的值与之对应,则称 Y 是 $A、B、C、\dots$ 的逻辑函数。记为 $Y=f(A、B、C、\dots)$ 。

逻辑函数的表示形式有真值表、逻辑表达式、逻辑图、卡诺图,它们之间可以互相转换。

二、逻辑运算符和逻辑表达式

逻辑表达式是实际逻辑问题的抽象表达,是由逻辑变量和逻辑运算符号连接起来所构成的式子。与、或、非逻辑的运算符分别为:“ $\cdot$ ”、“ $+$ ”、“ $-$ ”。在逻辑表达式中,等式右边的字母是输入逻辑变量,等式左边的字母是输出逻辑变量。

(1) 与逻辑的逻辑表达式 $Y=A \cdot B$ 读作“ A 与 B ”。

在不致混淆的情况下,也可将“ $\cdot$ ”符号省略,写成 $Y=AB$ 。

(2) 或逻辑的逻辑表达式 $Y=A+B$ 读作“ A 或 B ”。

(3) 非逻辑的逻辑表达式 $Y=\bar{A}$ 读作“ A 非”或“非 A ”。

三、真值表

对于输入变量的不同取值组合(n 个输入变量的函数有 2^n 个取值组合),输出变量均有与其

相对应的逻辑值。把输入、输出变量所有相互对应的逻辑值(状态)列在一个表格内,这个表格就称为逻辑函数真值表,简称真值表。真值表具有唯一性,它列举了函数的所有情况。真值表中,输入变量按二进制数序列顺序由上而下排列,输出变量是实际逻辑事件含义(因果关系)的逻辑值。

在 1.2.1 节的举例中, A 、 B 是输入逻辑变量,表示开关的状态,取值 1 表示开关闭合,取值 0 表示开关断开; Y 是输出逻辑变量,表示灯的状态,取值 1 表示灯亮,取值 0 表示灯灭。用输入逻辑变量 A 、 B 和输出逻辑变量 Y 可以列出表示与、或、非三种基本逻辑关系的真值表,如表 1.2.1 所示。

表 1.2.1 真值表

$A \quad B$	$Y(\text{与})$	$Y(\text{或})$	A	$Y(\text{非})$
0 0	0	0	0	1
0 1	0	1	1	0
1 0	0	1		
1 1	1	1		
逻辑规律	有 0 出 0 全 1 出 1	有 1 出 1 全 0 出 0		进 1 出 0 进 0 出 1

四、逻辑符号

数字电路中常采用一些符号图形表示常用的逻辑关系,这些符号图形叫做逻辑关系的逻辑符号。与、或、非三种基本逻辑关系的逻辑符号,如图 1.2.4 所示。

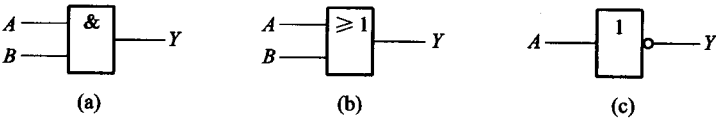


图 1.2.4 三种基本逻辑关系的逻辑符号

(a) 与逻辑符号 (b) 或逻辑符号 (c) 非逻辑符号

与、或、非三种基本逻辑关系可以通过数字电路来实现,这种电路称为门电路。能够实现与逻辑的基本单元称为与门;能够实现或逻辑的基本单元称为或门;能够实现非逻辑的基本单元称为非门(或称为反相器)。

1.2.3 复合逻辑函数

人们在研究实际问题时发现,事物的各个因素之间的逻辑关系往往要比单一的与、或、非复杂得多。不过它们都可以用与、或、非的组合来实现。含有两种或两种以上逻辑运算的逻辑函数称为复合逻辑函数。逻辑运算的优先级从高到低依次为:与、或、非、括号。最常见的复合函数有与非、或非、异或、同或、与或非等。

逻辑图:逻辑图是逻辑函数的表示形式之一。若已知逻辑函数的逻辑表达式,把逻辑表达式中的各逻辑运算用相应门电路的逻辑符号代替,就可画出和逻辑表达式相对应的逻辑图。表 1.2.2 列出了几种复合逻辑函数的表示方法。

表 1.2.2 几种复合逻辑的表达方法

名称	与非	或非	异或	同或	与或非																																																																																					
函数式	$Y = \overline{AB}$	$Y = \overline{A + B}$	$Y = A \oplus B$ $= \overline{AB} + A\overline{B}$	$Y = A \odot B$ $= \overline{AB + \overline{A}B}$	$Y = \overline{AB + CD}$																																																																																					
真值表	<table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	<table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	<table><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>:</td><td>:</td><td>:</td><td>:</td><td>:</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	C	D	Y	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	:	:	:	:	:	1	1	1	1	0
	A	B	Y																																																																																							
	0	0	1																																																																																							
	0	1	1																																																																																							
	1	0	1																																																																																							
1	1	0																																																																																								
A	B	Y																																																																																								
0	0	1																																																																																								
0	1	0																																																																																								
1	0	0																																																																																								
1	1	0																																																																																								
A	B	Y																																																																																								
0	0	0																																																																																								
0	1	1																																																																																								
1	0	1																																																																																								
1	1	0																																																																																								
A	B	Y																																																																																								
0	0	1																																																																																								
0	1	0																																																																																								
1	0	0																																																																																								
1	1	1																																																																																								
A	B	C	D	Y																																																																																						
0	0	0	0	1																																																																																						
0	0	0	1	1																																																																																						
:	:	:	:	:																																																																																						
1	1	1	1	0																																																																																						
逻辑规律	有 0 出 1 全 1 出 0	有 1 出 0 全 0 出 1	同为 0 异为 1	同为 1 异为 0	与项为 1 则结果为 0																																																																																					
逻辑图																																																																																										
逻辑符号																																																																																										

【例 1.2.1】有 A 、 B 、 C 3 个输入信号,如果 3 个输入信号均为 0 或其中 1 个为 0 时,输出信号 $Y=1$,其余情况下,输出 $Y=0$ 。列出逻辑函数 $Y(A,B,C)$ 的真值表,写出逻辑表达式,画出逻辑图。

解:(1) 依题意,列真值表,如表 1.2.3 所示。

(2) 从题意知,3 个信号均为 0 是一种情况,其中一个为 0 有三种情况,这四种情况的任何一种都可使 Y 为 1,因此该逻辑函数的表达式为

$$Y(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC\bar{C}$$

对比真值表和逻辑表达式,可以看出, Y 即为真值表 $Y=1$ 对应的输入变量的各个与项组合的或运算,这种逻辑表达式又称为“与-或表达式”。

(3) 由逻辑表达式画其逻辑图,如图 1.2.5 所示。

表 1.2.3 例 1.2.1 真值表

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

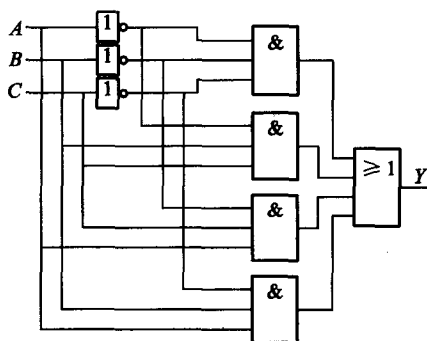


图 1.2.5 例 1.2.1 的逻辑图

1.2.4 逻辑代数

逻辑代数是逻辑学家乔治·布尔创立的,又称为布尔代数。逻辑代数与普通代数相似之处在于它们都是用字母表示变量,用代数式描述客观事物间的关系。但不同的是,逻辑代数描述的是逻辑关系,逻辑函数表达式中的逻辑变量的取值和逻辑函数值都只有两个值,即 0 和 1。这两个值仅表示两种相反的状态,如开关的闭合与断开、电位的高与低、真与假等。因此,逻辑代数有其自身独立的规律和运算法则。

一、公理

$$\begin{aligned} A + 0 &= A & A \cdot 1 &= A \\ A + 1 &= 1 & A \cdot 0 &= 0 \\ A + A &= A & A \cdot A &= A \\ A + \bar{A} &= 1 & A \cdot \bar{A} &= 0 & \bar{\bar{A}} &= A \end{aligned}$$

二、基本定律

$$\begin{aligned} \text{交换律} \quad A + B &= B + A & A \cdot B &= B \cdot A \\ \text{结合律} \quad A + B + C &= (A + B) + C = A + (B + C) \\ & A \cdot B \cdot C &= (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) \\ \text{分配律} \quad A(B + C) &= AB + AC \end{aligned}$$

$$A + BC = (A + B)(A + C) \quad (\text{普通代数没有})$$

★吸收律 $A + AB = A$ $A + \overline{A}B = A + B$ (普通代数没有)

★反演律(摩根定律)

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B} \quad \overline{AB} = \overline{A} + \overline{B} \quad (\text{普通代数没有})$$

推广: $\overline{A + B + C + \cdots} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \cdots$ $\overline{A \cdot B \cdot C \cdot \cdots} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \cdots$

所以在逻辑代数中, $A + B = A + C$ 不能推出 $B = C$; $AB = AC$ 也不能推出 $B = C$ 。

三、3 个规则

1. 代入规则

将等式两边的某一变量均用同一个逻辑函数代替,则等式仍然成立。如摩根定律的两变量形式为 $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$, 利用代入法则, 将“B”以 $B \cdot C$ 代替, 即可得到摩根定律的三变量形式 $\overline{ABC} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$ 。从而使摩根定律得以扩展。

2. 反演规则

设 Y 是一个逻辑函数表达式, 将 Y 中所有的“ $\cdot$ ”(注意, 在逻辑表达式中, 不致混淆的地方, “ $\cdot$ ”常被省略) 换为“ $+$ ”, 所有的“ $+$ ”换为“ $\cdot$ ”; 所有的常量 0 换为常量 1, 所有的常量 1 换为常量 0; 所有的原变量换为反变量, 所有的反变量换为原变量, 这样所得到的函数式称为原函数的反函数 $\overline{Y}$ 。

反演规则常用于求一个已知逻辑函数的反函数。

使用反演规则时需要注意两点:

① 保持变换前的运算优先顺序不变, 必要时加括号表明运算的先后顺序。

② 不属于单个变量上的反号应保留不变。

【例 1.2.2】求下列函数的反函数:

$$Z_1 = \overline{AB} + \overline{ABC} + CD \quad Z_2 = \overline{\overline{A}BCDE}$$

解: 由反演规则可直接写出反函数为

$$\overline{Z_1} = (A + \overline{B})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{C} + \overline{D}) \quad \overline{Z_2} = A + \overline{\overline{B} + \overline{C} + \overline{D} + E}$$

3. 对偶规则

设 Y 是一个逻辑函数表达式, 将 Y 中所有的“ $\cdot$ ”换为“ $+$ ”, 所有的“ $+$ ”换为“ $\cdot$ ”; 所有的常量 0 换为常量 1, 所有的常量 1 换为常量 0, 这样得到的一个新表达式 Y' 称为 Y 的对偶函数。若两个函数式相等, 则它们的对偶函数式也相等。

【例 1.2.3】求下列函数的对偶函数:

$$\textcircled{1} Z = A(B + C) \quad \textcircled{2} Y = A + BC$$

$$\textcircled{3} H = AB + A(C + 0) \quad \textcircled{4} P = \overline{\overline{A} + B + C}$$

解: 由对偶规则可直接写出对偶函数为

$$\textcircled{1} Z' = A + (BC) \quad \textcircled{2} Y' = A(B + C)$$

$$\textcircled{3} H' = (A + B)(A + C \cdot 1) \quad \textcircled{4} P' = \overline{\overline{A}BC}$$

1.3 逻辑函数的化简

逻辑函数的表达式: 一个逻辑函数的表达式可以有与 - 或式、或 - 与式、与非 - 与非式、或