◎根据教育部最新教材编写◎

中国学生随堂工具书系列

怎样解题

新教材

初中数学
解题方法与技巧

CHUZHONGSHUXUE
JIETIFANGFAYUJIQIAO

总主编 薛金星

第二次修订版

北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING GROUP
北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

根据教育部

怎样解题

初中数学解题方法与技巧

第二次修订版

总主编 薛金星

本书主编 周忠亮 王耀坤

副主编 孙瑞田 朱承玉

李福杰 王玉杰

祝学昌 王 健

王丽梅 袁洪益

编委 徐润宝 高永爱

刘东明 崔华英

北京出版社出版集团 北京教育出版社

怎样解题

初中数学解题方法与技巧

ZENYANGJIETI

CHUZHONGSHUXUEJIETIFANGFAYUJIQIAO

总主编　薛金星

*

北京出版社出版集团
北 京 教 育 出 版 社 出版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码：100011

网　址：www. bph. com. cn

北京出版社出版集团总发行

各　地　书　店　经　销

北京市社科印刷厂印刷

*

890×1240 毫米　32 开本　9. 25 印张　280 千字

2004 年 1 月第 1 版　2005 年 8 月第 3 次印刷

ISBN 7-5303-0960-9/G・939

定价：13. 80 元

再版前言

问题是数学的心脏，解题是数学的核心。因此学习数学首先要解决方法的问题。方法是手段、是工具，解决问题是目的，是归宿。解决任何一个数学问题都要运用一定的方法，方法正确，恰当、巧妙，就容易使问题得到圆满有效地解决；方法错误、失当或笨拙，就会影响解题的效果，甚至裹足不前。

解题之所以如此重要，最根本的原因就是解题所采用的方法及其内蕴的思想是学习的灵魂，是数学知识转化为认识客体、变革客体能力的中介。解题方法是人类在解题实践中积累起来的宝贵精神财富，借助于它，人们发现了一个又一个新结果，解决了一个又一个新问题。因此，学生在加强数学基础知识学习和基本技能训练的同时，读一点解题方法技巧之类的参考读物，学一点方法论，是十分必要的。

在现实的数学学习中，随着教育改革的深入，新课标的问世，将使我们遇到各种各样的数学问题。例如近几年出现的探索题、开放题、研究题、建模题、设计题、存在型问题、游戏趣味问题等等，这些问题内容丰富多彩，形式千变万化而且立意新颖，思维灵活，处置方法也各不相同，独具特色，具有参考性、探索性和创造性。其考查目的已不只是停留在知识和技能方面，而且提出了思维能力的要求，应把解题看做一个研究过程，并从中总结发现规律性的东西，再运用您的发现继续探索解决新的问题。

那么，解题方法是怎样形成的？怎样被发现的？影响获得解题方法的因素是什么？如何提高自己的解题能力？怎样处理数学学习中的困难问题？如此等等，本书将对以上读者热切关注的问题，做深入细致地探索，力争给您一个满意的回答。

因编写时间仓促，书中可能出现这样或那样的不足，望读者批评指正，以便我们修订时有所增益。

《怎样解题》编委会

目　录

代数部分

几何部分

代数部分

第一章

数与式

解题技法

本章主要包括有理数、相反数、绝对值、倒数、无理数、实数等概念，数轴的意义，实数与数轴上的点一一对应，近似数与有效数字，平(立)方根的意义，科学记数法等．考题一般需在准确理解各概念的前提下正确解答，既考查了字母表示数的思想、分类讨论思想和数形结合的思想，又考查了运算能力、观察能力和解决实际问题的能力、语言文字表达能力以及探索、发现问题的能力．故学习时一定要加强对相关概念的辨析、理解，掌握用概念解题．

典型例题

例1　下列各式中，代数式的个数为(　　)

①$a+b=b+a$；②$3a+4b$；③π；④$2+3=5$；

⑤$2+\frac{1}{2\ 004}$；⑥$S=\pi R^2$；⑦$2ab+5$；⑧$\frac{c}{a+b}$．

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

分析

代数式与公式和等式是有区别的．在公式和等式中有"="，而代数式不含"="，它是用运算符号把数或表示数的字母连接起来的式子．并且单独的一个数或一个字母也都是代数式．例1中，①、④、⑥都含有等号，所以它们都不是代数式．

答案　B.

例2　在-7，$\cot 45°$，$\sin 60°$，$\frac{\pi}{3}$，$-\sqrt{9}$，$(-7)^{-2}$这六个实数中，有理数的个数有(　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

分析

这是《大纲》中要求掌握的一道基本题，要求会把给出的实数按要求进行归类．正确解答本题的关键是分清有理数与无理数的意义．一个数是无理数必须满足下列两个条件：(1)是无限小数；(2)是不循环小数，二者缺一不可．而整数和分数统称有理数．本题中-7是有理数；$\cot 45^\circ=1$，因此$\cot 45^\circ$是有理数；$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，因此$\sin 60^\circ$是无理数；$\frac{\pi}{3}$同样也是无理数；$-\sqrt{9}=-3$，因此$-\sqrt{9}$是有理数；$(-7)^{-2}=\frac{1}{(-7)^2}=\frac{1}{49}$，因此$(-7)^{-2}$是有理数．这样本题中有$-7$，$\cot 45^\circ$、$-\sqrt{9}$，$(-7)^{-2}$这4个有理数．

答案 D.

例3 下列各组数中，相等的一组是(　　)

A. -1和$-4-(-3)$　　　　B. $|-3|$和$-(-3)$

C. 3^{-1}和-3　　　　D. -3和$\sqrt{9}$

分析

这是一道对相反数、绝对值、负整数指数幂等的理解的基本题．本题中，A选项：$-4+(-3)=-7$与-1不相等；B中：$|-3|=3$，$-(-3)=+3$，因此$|-3|=-(-3)$；C中：$3^{-1}=\frac{1}{3}$，不等于-3；D中：$\sqrt{9}=3$，不等于-3.

答案 B.

例4 (1)代数式$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}$的所有可能的值有(　　)

A. 2个　　B. 3个　　C. 4个　　D. 无数个

(2)若$|a|=2$，$|b-1|=3$，则$a^2b=$______.

分析

(1)中要去掉绝对值符号，必须知道a、b的符号，而已知条件中无这方面条件，故应分情况讨论．显然a和b均不为零，这样a、b只能取正数或负数，a与b的符号就有三种可能：同为正，同为负，或一正、一负．同为正时，$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=\frac{a}{a}+\frac{b}{b}+\frac{ab}{ab}=1+1+1=3$；同为负时，$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=\frac{a}{-a}+\frac{b}{-b}+\frac{ab}{ab}=-1$；$a$与$b$一正、一负时，不妨设$a$为正，$b$为负，$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=\frac{a}{a}+\frac{b}{-b}+\frac{ab}{-ab}=-1$，故此代数式化简结果只可能有两个：3或$-1$.

(2)求 a^2b 的值,必先求出 a 与 b 的值,由 $|a|=2$ 及绝对值的几何意义可知 $a=\pm2$,因为 $|b-1|=3$,运用整体思想可知 $b-1=3$ 或 $b-1=-3$,因此 $b=4$ 或 $b=-2$,这样 $a^2b=16$ 或 $a^2b=-8$.

答案 (1)A,(2)16 或 -8.

点评:这两道关于绝对值的题目均是《大纲》要求掌握的基本题,《大纲》要求"会求一个数的绝对值",其本身包含两层要求:(1)基本要求:给一个数,能求出它的绝对值;(2)较高要求:知道一个数的绝对值,会求出这个数.由于绝对值概念比较抽象,另外,有理数的运算及根式等内容都是以绝对值为基础的,因此绝对值概念往往是中考考查的重要内容.回顾绝对值概念,它有两个定义:几何定义是一个数的绝对值是数轴上表示数 a 的点与原点的距离,显然绝对值是一个非负数.代数定义是一个正数的绝对值是它本身;一个负数的绝对值是它的相反数;0 的绝对值是 0.具体解题时是应用几何定义还是代数定义要具体分析.

例 5 若 $|x-3|+(x-y+1)^2=0$,计算:$\sqrt{x^2y+xy^2+\frac{y^3}{4}}=$________.

分析

我们知道绝对值、算术平方根、平方运算的结果皆为非负数,若几个非负数的和为 0,那么这几个非负数同时为 0,此题中 $|x-3|$、$(x-y+1)^2$ 均是非负数,故得 $|x-3|=0$ 且 $(x-y+1)^2=0$,即 $\begin{cases}x-3=0,\\x-y+1=0,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}x=3,\\y=4,\end{cases}$

所以 $\sqrt{x^2y+xy^2+\frac{y^3}{4}}=\sqrt{36+48+16}=10$.

答案 10.

例 6 用四舍五入法对 200 626 取近似值(保留四个有效数字),200 626≈____.

分析

解答本题的关键是正确理解近似数的精确度及有效数字等概念.精确度的形式有两种:(1)精确到哪一位;(2)保留几个有效数字.一个近似数四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位.一个近似数,从左边第一个不是零的数字起,到精确到的数位止,所有的数字都叫做这个数的有效数字.一个数的近似数,常常要用科学记数法来表示.用科学记数法表示数的有效数字位数,只看乘号前的部分.因此,本题中 200 626 用科学记数表示为 $2.006\ 26\times10^5$,按题意保留四个有效数字的要求,结果应是 2.006×10^5.

答案 2.006×10^5.

例 7 比较大小:设 $a=\sqrt{12}-\sqrt{11}$,$b=\sqrt{11}-\sqrt{10}$,则 a ________ b.(填“>”、“=”、“<”)

分析

比较大小的两个数都是正数,也是无理数,用数轴法、绝对值法都困难,可用分子有理化法.因为 $a=\sqrt{12}-\sqrt{11}=\frac{\sqrt{12}-\sqrt{11}}{1}=\frac{(\sqrt{12}-\sqrt{11})(\sqrt{12}+\sqrt{11})}{\sqrt{12}+\sqrt{11}}=\frac{1}{\sqrt{12}+\sqrt{11}}$,$b=\sqrt{11}-\sqrt{10}=\frac{\sqrt{11}-\sqrt{10}}{1}=\frac{(\sqrt{11}-\sqrt{10})(\sqrt{11}+\sqrt{10})}{\sqrt{11}+\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{10}}$,我们知道两个分数分子相同时分母大的值反而小,下面只需比较分母 $\sqrt{12}+\sqrt{11}$ 与 $\sqrt{11}+\sqrt{10}$ 的大小即可.显然 $(\sqrt{12}+\sqrt{11})-(\sqrt{11}+\sqrt{10})=\sqrt{12}-\sqrt{10}>0$,即 $\sqrt{12}+\sqrt{11}>\sqrt{11}+\sqrt{10}$,因此 $a<b$.

答案 <.

例 8 设 $M=x^2-8x+22$,$N=-x^2+6x-3$,那么 M 与 N 的大小关系是(　　)

A. $M>N$　　B. $M<N$　　C. $M=N$　　D. 无法确定

分析

本题要比较 M、N 的大小,因为 M、N 都是 x 的代数式,因此数轴法、绝对值法、平方法皆行不通,用特殊值法如 $x=3$,$x=0$,$x=-1$ 分别代入 M、N 中计算,发现 $M>N$,那么对 x 的所有值是否皆有 $M>N$ 呢?我们可用作差法.

$$M-N=(x^2-8x+22)-(-x^2+6x-3)=2x^2-14x+25$$
$$=2\left(x^2-7x+\frac{25}{2}\right)=2\left[\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\right]>0.$$

得 $M>N$,故选 A.

答案 A.

例 9 问题:你能很快算出 $1\,995^2$ 吗?为了解决这个问题,我们考查个位上的数为 5 的自然数的平方.任意一个个位数为 5 的自然数都可写成 $10n+5$ 的形式,于是原题即求 $(10n+5)^2$ 的值(n 为自然数).分析 $n=1$,$n=2$,$n=3$,…这些简单情况,从中探索规律,并归纳、猜想出结论(在下面空格内填上你的探索结果).

(1)通过计算,探索规律:

$15^2=225$,可写成 $100\times1(1+1)+25$;

$25^2=625$,可写成 $100\times2(2+1)+25$;

$35^2=1\ 225$，可写成 $100\times3(3+1)+25$；

$45^2=2\ 025$，可写成 $100\times4(4+1)+25$；

$75^2=5\ 625$，可写成________；

$85^2=7\ 225$，可写成________；

(2)从第(1)小题的结果，归纳猜想得：$(10n+5)^2=$________；

(3)根据上面的归纳，猜想，算出：$1\ 995^2=$________；

解　(1)$100\times7(7+1)+25$；$100\times8(8+1)+25$.

(2)$100n(n+1)+25$.

(3)$100\times199(199+1)+25=3\ 980\ 025$.

点评：此类型题目的设计体现了引导学生发现规律的特色，不仅提供了具体事例，而且为发现规律设计了可供借鉴的过程，帮助考生实现从模仿到创造的思维过程，所以考生要认真审题，从具体、特殊的事实中通过观察、分析、比较探究其变化的规律，并进行归纳、猜想和证明.

中考警示

数是数学知识的基础，也是其他学科的工具，在近四年各地的中考试卷中，试题对数的概念、性质和运算单独命题，试题难度属低、中档次，题量约占总题量的2%～4%.

中考试题中这一部分的题型有填空题、选择题和计算题，近年来还出现了大量的阅读理解题以及探索规律性试题等新题型，这有利于培养学生的创新能力，但命题者喜欢依易错点设置陷阱，包括对概念理解不全、不透，导致解题失误，所以同学们在复习时要特别注意.

走进中考

一、填空题

1.(2004·北京海淀)已知 x、y 是实数且满足 $(x+4)^2+|y-1|=0$，则 $x+y=$______.

2.(2004·江西)如图 1-1 所示，数轴上的点 A 所表示的实数为 a，则点 A 到原点的距离是________.

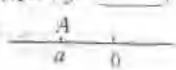

图 1-1

3.(2004·常州)$-(-5)=$________；$|-3|=$________；$(\sqrt{2})^0=$________.

4.(2004·湖南海口实验区)某商场 4 月份的营业额为 x 万元，5 月份的营业额比 4 月份多 10 万元. 如果该商场第二季度的营业额为 $4x$ 万元，那么 6 月份的营业额为________万元，这个代数式的实际意义是________________________.

5.(2004·北京)$\frac{2}{2-4}+\frac{6}{6-4}=2$，$\frac{5}{5-4}+\frac{3}{3-4}=2$，$\frac{7}{7-4}+\frac{1}{1-4}=2$，$\frac{10}{10-4}+\frac{-2}{-2-4}=2$，依照以上各式成立的规律，在括号中填入适当的数，使等式 $\frac{20}{20-4}+$

$\frac{(\quad)}{(\quad)}-\frac{(\quad)}{4}=2$ 成立.

6. (2004·哈尔滨)观察下列等式

$9-1=8$,

$16-4=12$,

$25-9=16$,

$36-16=20$,

…

这些等式反映自然数间的某种规律,设 $n(n\geq 1)$ 表示自然数,用关于 n 的等式表示这个规律为________.

二、选择题

1. (2004·泰州)2003 年 10 月 15 日 9 时 10 分,我国神舟五号载人飞船准确进入预定轨道,16 日 5 时 59 分,返回舱与推进舱分离,返回地面.其间飞船绕地球共飞行了 14 圈,飞行的路程约 60 万千米,则神舟五号飞船绕地球平均每圈约飞行( )(用科学记数法表示,结果保留三个有效数字)

A. 4.28×10^{4} 千米　　B. 4.29×10^{4} 千米

C. 4.28×10^{5} 千米　　D. 4.29×10^{5} 千米

2. (2004·黑龙江)若 $|x+y-5|+(xy-6)^2=0$,则 x^2+y^2 的值为( )

A. 13　　B. 26　　C. 28　　D. 27

3. (2004·山东潍坊实验区)计算 $(-3a^3)^2\div a^2$ 的结果是( )

A. $-9a^4$　　B. $6a^4$　　C. $9a^3$　　D. $9a^4$

4. (2004·武汉)计算 $\left(x-y+\frac{4xy}{x-y}\right)\left(x+y-\frac{4xy}{x+y}\right)$ 的正确结果是( )

A. x^2-y^2　　B. y^2-x^2　　C. x^2-4y^2　　D. $4x^2-y^2$

5. (2004·泸州)y^2+4y+4 分解因式为( )

A. $(y+4)^2$　　B. $(y-4)^2$　　C. $(y+2)^2$　　D. $(y-2)^2$

6. (2004·重庆)化简 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 的结果是( )

A. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}+2\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

7. (2004·泰州)若代数式 $\sqrt{(2-a)^2}+\sqrt{(a-4)^2}$ 的值是常数 2,则 a 的取值范围是( )

A. $a\geq 4$　　B. $a\leq 2$　　C. $2\leq a\leq 4$　　D. $a=2$ 或 $a=4$

三、解答题

1. (2004·黄冈)(1)在 2004 年 6 月的日历中(见下图 1-2),任意圈出一竖列上相邻的三个数,设中间的一个为 a,则用含 a 的代数式表示这三个数(从小到大排列)分别是________________.

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

图 1-2

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
			……			
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
2003	2004					

图 1-3

(2)现将连续自然数 1 至 2 004,按图中的方式排成一个长方形阵列,用一个长方形框出 16 个数(如图 1-3).

①图中框出的这 16 个数的和是________.

②在图 1-3 中,要使一个长方形框出的 16 个数之和分别等于 2 000,2 004 是否可能? 若不可能,试说明理由,请求出该正方形框出的 16 个数中的最小数和最大数.

2.(2004·河北)观察下列各式及其验证过程:

$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2+\frac{2}{3}}$.

验证:$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{2^3}{3}}=\sqrt{\frac{(2^3-2)+2}{2^2-1}}=\sqrt{\frac{2(2^2-1)+2}{2^2-1}}=\sqrt{2+\frac{2}{3}}$.

$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3+\frac{3}{8}}$.

验证:$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{\frac{3^3}{8}}=\sqrt{\frac{(3^3-3)+3}{3^2-1}}=\sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}}=\sqrt{3+\frac{3}{8}}$.

(1)按照上述两个等式及其验证过程的基本思想,猜想 $4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 的变形结果并验证.

(2)针对上述各式反映的规律,写出用 n(n 为任意自然数,且 $n\geqslant 2$)表示的等式,并给出证明.

【走进中考答案】

一、1. -3 2. $-a$ 3. 5;3;1

4. $2x-10$;6 月份营业额比 4 月份营业额的 2 倍少 10 万元

5. $\frac{20}{20-4}+\frac{(-12)}{(-12)-4}=2$

6. $(n+2)^2-n^2=4(n+1)$

二、1. B 2. A 3. D

4. A 点拨:原式$=\frac{(x+y)^2}{x-y}\cdot\frac{(x-y)^2}{x+y}=(x+y)(x-y)=x^2-y^2$.

5. C　6. A

7. C　点拨：原式$=a-2+(4-a)$，∴ $\sqrt{(2-a)^2}=a-2$，$\sqrt{(a-4)^2}=4-a$，∴ $2\leqslant a\leqslant 4$.

二、1. (1)$a-7$，a，$a+7$

(2)①经观察，不难发现，在这个方框里的每两个关于中心对称的数之和都等于44，如31与13，11与33，17与27都是成中心对称，于是易算出这16个数之和为$44\times 8=352$.

②设框出的16个数中最小的个数为a，则这16个数组成的长方形方框如图1-4所示. 因为方框中每两个关于正方形的中心对称的数之和都等于$2a+24$，所以这16个数之和为$8\times(2a+24)=16a+192$.

当$16a+192=2\,000$时，$a=113$

当$16a+192=2\,004$时，$a=113.25$

因为a为自然数，所以$a=113.25$不合题意.

a	$a+1$	$a+2$	$a+3$
$a+7$	$a+8$	$a+9$	$a+10$
$a+14$	$a+15$	$a+16$	$a+17$
$a+21$	$a+22$	$a+23$	$a+24$

图1-4

即框出的16个数之和不可能等于2 004.

由长方形阵列的排法可知，a只可能在1，2，3，4列.

即a被7除的余数只可能是1，2，3，4.

因为$113=16\times 7+1$，所以这16个数之和等于2 000是可能的，方框中最小的数是113，最大的数是$113+24=137$.

2. 解：(1)$4\sqrt{\dfrac{4}{15}}=\sqrt{4+\dfrac{4}{15}}$.

验证：$4\sqrt{\dfrac{4}{15}}=\sqrt{\dfrac{4^3}{15}}=\sqrt{\dfrac{(4^3-4)+4}{4^2-1}}=\sqrt{\dfrac{4(4^2-1)+4}{4^2-1}}=\sqrt{4+\dfrac{4}{15}}$.

(2)由题设(1)的验证结果，可猜想对任意自然数$n(n\geqslant 2)$都有：

$n\sqrt{\dfrac{n}{n^2-1}}=\sqrt{n+\dfrac{n}{n^2-1}}$.

证明：∵ $n\sqrt{\dfrac{n}{n^2-1}}=\sqrt{\dfrac{n^3}{n^2-1}}=\sqrt{\dfrac{n^3-n+n}{n^2-1}}=\sqrt{\dfrac{n(n^2-1)+n}{n^2-1}}=\sqrt{n+\dfrac{n}{n^2-1}}$，∴ $n\sqrt{\dfrac{n}{n^2-1}}=\sqrt{n+\dfrac{n}{n^2-1}}$.

第二章

方程与方程组

第一节　一次方程

解题技法

本章的重点内容是方程的解的意义,一元一次方程及其解法.最关键的问题是掌握用"解"的定义解题,了解"未知"可以"转化"为"已知"的思想方法.并能正确熟练地解一元一次方程和二元一次方程.

典型例题

例1 若 $x=0$ 是关于 x 的方程 $2x-3n=1$ 的根,则 $n=$(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. 3　　D. -3

分析

本题属基本题,它考查同学们是否了解一元一次方程的概念,会对方程的解进行检验,了解"未知"可以转化为"已知"的思想方法.会解一元一次方程.

在解此题时,首先要了解什么叫"方程的解".所谓方程的解,就是把未知数的值分别代入方程的左、右两个代数式中,计算其结果是否相等.若相等,则此值就是方程的解.由此我们将方程的解 $x=0$ 代入方程 $2x-3n=1$,从而求出有关字母 n 的值.

答案 B.

例2 某种品牌的彩电降价30%以后,每台售价为 a 元.则该品牌彩电每台原价应为(　　)

A. $0.7a$ 元　　B. $0.3a$ 元　　C. $\frac{a}{0.3}$元　　D. $\frac{a}{0.7}$元

分析

此题属基本题型,考查考生能否正确列出一次方程,并能正确求解.可设每台

原价为 x 元,根据题意列出方程为:$(1-30\%)x=a$,解得 $x=\frac{a}{1-30\%}=\frac{a}{0.7}$.所以答案应选D.

答案 D.

例 3 写出满足方程 $x+2y=9$ 的一对整数值____.

分析

此题是一道基本题型,考查考生对二元一次方程的解的掌握情况.在解此题时,首先要清楚方程 $x+2y=9$ 的整数解有无数多个,再将其变形为 $x=9-2y$,又因为 x,y 均为整数,所以可用试值方法得到方程的解:

$\begin{cases}x=7,\\y=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5,\\y=2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\y=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=9,\\y=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=11,\\y=-1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=13,\\y=-2;\end{cases}$ …从中任选一组即可.例如 $\begin{cases}x=1,\\y=4.\end{cases}$

答案 $\begin{cases}x=1,\\y=4.\end{cases}$

例 4 解方程:$\frac{0.1x-0.2}{0.02}-\frac{x+1}{0.5}=3$.

分析

此题是一道基本题,考查学生能否对一元一次方程正确求解.解此方程时,为计算简便,可先利用分数的基本性质,把方程中的小数变为整数,再去分母,正确求解,具体解法如下:

解 原方程可化为:

$\frac{10x-20}{2}-\frac{10(x+1)}{5}=3$.

去分母得:$5(10x-20)-20(x+1)=30$.

去括号、移项、合并同类项,得 $30x=150$.

系数化成1,得 $x=5$.

中考警示

1.在各国各地的中考命题中,直接以解方程为要求来考查一元一次方程有关概念的命题较少,它通常伴有字母系数或与其他知识揉合在一起以选择题或填空题的形式出现.

2.解方程时,就是将方程不断变形,如果变形过程中的每一个方程都是同解方程,那么所求得的解才是原方程的解.忽略这一点,将导致错解,具体表现在以下三点:

(1)移项时忘记变号.如例1中,把 $x=0$ 代入方程 $2x-3n=1$,$2\times0-3n=1$,同学们在移项时,往往会得到 $1=3n$ 就错了."移项时要变号"是指将方程的项从方程的左边(或右边)移到方程的右边(或左边)时,必须改变原来的符号.这与加法的交换律是不同的,不能混淆.

(2)漏乘.在运用乘法分配律去括号时,不要漏乘括号中的每一项,不要搞错符号;在运用乘法分配律去分母时,整式项切记不要忘掉乘以各分母的最小公倍数,以保证变形后的方程与原方程同解.

(3)忽视分数线的作用.分数线有两层含义:一是除号(分子除以分母或分子比分母)的意思,二是括号的意思.

3.解方程要注意书写格式,不要把方程的变形写成连等式.

走进中考

一、选择题

1.(2004·广东)关于 x 的方程 $2(x-1)-a=0$ 的根是3,则 a 的值是(　　)

A. 4　　B. -4　　C. 5　　D. -5

2.(2004·南京)已知关于 x 的方程 $\frac{x}{3}+a=\frac{x}{2}-\frac{1}{6}(x-6)$ 无解,则 a 的值是(　　)

A. 1　　B. -1　　C. ±1　　D. 不等于1的数

3.(2004·广西)方程 $2x+y=8$ 的正整数解的个数是(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

二、填空题

1.(2004·上海)已知 $x=1$ 是方程 $3x+a=2$ 的根,那么 $a=$________.

2.(2004·盐城)若 $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$ 是方程 $x-ky=1$ 的解,则 $k=$________.

3.(2004·新疆)如果 $2(x+3)$ 的值与 $3(1-x)$ 的值互为相反数,那么 x 等于________.

三、解答题

(2004·资阳)已知等式 $(2A-7B)x+(3A-8B)=8x+10$ 对一切实数 x 都成立,求 A、B 的值.

【走进中考答案】

一、1. A　2. D　点拨:整理得 $0x=1-a$,只要 $1-a\neq0$,即 $a\neq1$.

3. B　点拨:$2x+y=8$ 的正整数解是 $\begin{cases}x=1,\\y=6,\end{cases}\begin{cases}x=2,\\y=4,\end{cases}\begin{cases}x=3,\\y=2.\end{cases}$

二、1. -1　2. $\frac{1}{3}$　3. 9

三、解:$(2A-7B)x+(3A-8B)=8x+10$,