

小学数学竞赛基本能力训练

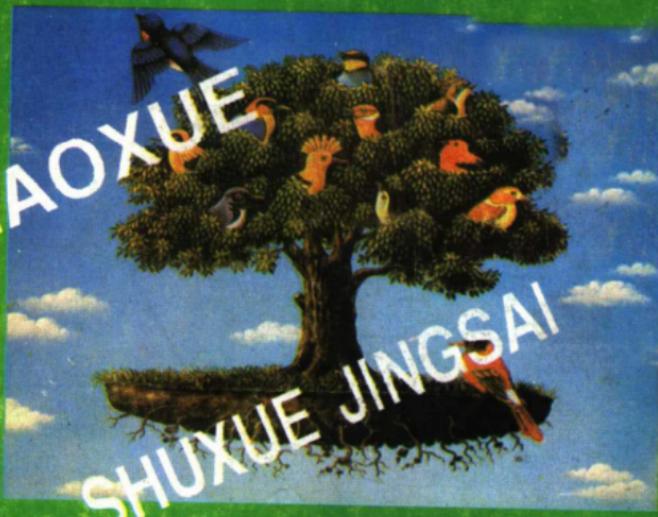
XIAOXUE SHUXUE JINGSAI JIBEN NENGLI XUNLIAN



福建少年儿童出版社

装帧设计：杨慎重

XIAOXUE



SHUXUE JINGSAI

JIBEN NENGLI XUNLIAN

ISBN 7-5395-1557-0

9 787539 515571 >

ISBN 7-5395-1557-0

G · 1049 定价：11.50 元

小学数学竞赛基本能力训练

徐海松 吕柏根 吕丹

福建少年儿童出版社

1997年·福州

小学数学竞赛基本能力训练(修订本)

徐海松 吕柏根 吕丹

*

福建少年儿童出版社出版发行
(福州东水路76号)

福建省新华书店经销
福安市印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 13.625印张 281千字

1991年9月第1版

1997年9月第2版第1次印刷

ISBN 7-5395-1557-0
G·1049 定价：11.50元

前　　言

为了提高小学生的数学水平和思维能力，有利于培养一批具有数学才能的少年儿童，我们以京、津、沪三市历年来的数学竞赛为背景，认真分析了小学生应具备的数学知识和基本能力，编写了《小学数学竞赛基本能力训练》，供小学生学习和参考。

本书按小学数学知识内容进行分类编写，体现了对学生数学能力训练的系统性。全书按内容分为十个部分，五十五类。每类都具体指明它的知识要点、题型、解题规律和方法，并选择竞赛中的典型题目为例题，进行详细解析。编写时突出体现思维训练和解题能力培养这一重点，所选内容知识面宽，综合性强，技巧性高，灵活多样。为了便于学生阅读和老师、家长对学生的辅导，在解析时力求做到语句通俗易懂，思路清晰简捷，对难度较大的试题都配有图解说明，对一些较深的数学原理也力求用小学生日常接触到的生活实例深入浅出地加以说明，使小学生体会到某些数学解题思路和方法。对一题多解题目，一般选择两三种最简巧的解法，有利于拓宽小学生的解题思路。

本书对进一步加强数学基础知识，开拓知识领域，启迪思维，发展智力，提高分析、推理能力都有很大帮助，可作为小学高年级学生课外读物，也可作为教师开展数学课外兴

趣小组活动的资料，是丰富数学知识的一本有益的参考书。

本书在编写过程中得到了许多省市小学数学教研员的大力支持，还参考了有关的资料，在此表示衷心的感谢。由于水平有限，时间匆促，在编写中可能存在不当之处或错误，希广大读者批评指正。

编 者

1991年1月

目 录

| | |
|----------------------|------|
| 一 数的运算..... | (1) |
| (一) 整数计算..... | (1) |
| (二) 小数计算..... | (4) |
| (三) 分数计算..... | (6) |
| (四) 混合计算..... | (11) |
| (五) 繁分数化简..... | (13) |
| (六) 填数..... | (17) |
| (七) 填运算符号..... | (20) |
| (八) 新定义运算..... | (23) |
| 二 文字式题..... | (27) |
| 三 数的整除..... | (31) |
| (一) 整除问题..... | (31) |
| (二) 分解质因数的应用..... | (35) |
| (三) 最大公约数和最小公倍数..... | (45) |
| (四) 剩余问题..... | (52) |
| (五) 周期问题..... | (57) |
| (六) 数的奇偶性问题..... | (67) |
| (七) 染色问题..... | (74) |
| (八) 一笔画问题..... | (77) |
| 四 较复杂的一般复合应用题..... | (80) |

| | | |
|------|------------|-------|
| 五 | 典型应用题 | (87) |
| (一) | 平均问题 | (87) |
| (二) | 和倍问题 | (91) |
| (三) | 差倍问题 | (96) |
| (四) | 行程问题 | (100) |
| (五) | 环行问题 | (113) |
| (六) | 植树问题 | (116) |
| (七) | 连续数问题 | (121) |
| (八) | 还原问题 | (129) |
| (九) | 消去问题 | (132) |
| (十) | 调换问题 | (135) |
| (十一) | 盈亏问题 | (143) |
| (十二) | 年龄问题 | (145) |
| (十三) | 分配问题 | (149) |
| (十四) | 方阵问题 | (153) |
| (十五) | 数字问题 | (156) |
| 六 | 分数应用题 | (162) |
| (一) | 分数(百分数)应用题 | (162) |
| (二) | 工程问题 | (179) |
| (三) | 时钟问题 | (185) |
| 七 | 列方程解应用题 | (189) |
| 八 | 比和比例 | (195) |
| 九 | 几何形体问题 | (200) |
| (一) | 数数问题 | (200) |
| (二) | 形体计算 | (206) |
| 十 | 智力趣题 | (229) |

| | | |
|------|----------|-------|
| (一) | 找规律问题 | (229) |
| (二) | 分类问题 | (233) |
| (三) | 图形的拼切 | (239) |
| (四) | 重叠问题 | (244) |
| (五) | 排列组合问题 | (249) |
| (六) | 抽屉原理问题 | (253) |
| (七) | 数理推理问题 | (257) |
| (八) | 逻辑推理问题 | (270) |
| (九) | 简易不定方程问题 | (274) |
| (十) | 一一对应问题 | (277) |
| (十一) | 2 的方幂问题 | (279) |
| (十二) | 通道问题 | (281) |
| (十三) | 对策问题 | (284) |
| (十四) | 统筹问题 | (286) |
| (十五) | 杂题 | (290) |

附 录

| | |
|------------------------|-------|
| 1990年北京小学数学奥林匹克邀请赛初赛试题 | (307) |
| 1990年北京小学数学奥林匹克邀请赛决赛试题 | (311) |
| 1991年小学数学奥林匹克初赛试题 | (315) |
| 1991年小学数学奥林匹克决赛试题 | (317) |
| 1992年小学数学奥林匹克初赛试题 | (320) |
| 1992年小学数学奥林匹克决赛试题 | (322) |
| 1993年小学数学奥林匹克初赛试题 | (324) |
| 1993年小学数学奥林匹克决赛试题 | (326) |

| | |
|-------------------------------|-------|
| 北京市第一届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (329) |
| 北京市第二届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (335) |
| 北京市第二届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (341) |
| 北京市第三届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (345) |
| 北京市第四届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (352) |
| 北京市第五届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (356) |
| 北京市第六届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (362) |
| 北京市第七届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (368) |
| 北京市第八届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (371) |
| 北京市第九届小学生“迎春杯”数学竞赛试题 | (374) |
| 上海《小学数学教师》第一届“从小爱数学”邀请赛 试题 | (378) |
| 上海《小学数学教师》第二届“从小爱数学”邀请赛 试题 | (380) |
| 上海《小学数学教师》第三届“从小爱数学”邀请赛 试题 | (383) |
| 上海《小学数学教师》第四届“从小爱数学”邀请赛 试题 | (385) |
| 上海《小学数学教师》第五届“从小爱数学”邀请赛 试题 | (388) |
| 1990年上海市小学六年级数学竞赛试题 | (390) |
| 1991年上海市第四届小学五年级数学竞赛预赛试题 | (392) |
| 1991年上海市第四届小学五年级数学竞赛复赛试题 | (393) |
| 1991年上海市第四届小学六年级数学竞赛预赛试题 | (395) |
| 1991年上海市第四届小学六年级数学竞赛复赛试题 | (397) |
| 1992年上海市第五届小学五年级数学竞赛初赛试题 | (399) |

| | |
|---------------------------|-------|
| 1992年上海市第五届小学五年级数学竞赛复赛试题 | (401) |
| 1992年上海市第五届小学六年级数学竞赛初赛试题 | (404) |
| 1992年上海市第五届小学六年级数学竞赛复赛试题 | (405) |
| 天津市第一届小学生“我爱数学”邀请赛试题 | (408) |
| 天津市第二届小学生“我爱数学”预赛试题 | (410) |
| 天津市第二届小学生“我爱数学”决赛试题(一) | |
| | (413) |
| 天津市第二届小学生“我爱数学”决赛试题(二) | |
| | (415) |
| 1990年天津市小学生数学“红花奖”竞赛(高级组) | |
| 初赛试题 | (416) |
| 1990年天津市小学生数学“红花奖”竞赛(中级组) | |
| 初赛试题 | (418) |
| 1991年天津市小学五年级数学学科竞赛试题 | (420) |
| 1992年天津市小学六年级数学学科竞赛试题 | (422) |

一 数的运算

正确、迅速、合理地进行整数、小数、分数四则运算和四则混合运算是小学数学的重要内容。在当前小学数学竞赛试题中，不仅要灵活运用运算定律和性质进行简便运算，提高计算能力，还要运用数的组合与分解，将一个数分解转化为几个数之和或积形式，将数的一种形式转化为另一种表示形式，使计算化繁为简，化难为易。

(一) 整数计算

【要求与指导】

一、知识要点：

1. 整数的意义和性质。
2. 数的组成形式。
3. 运算性质和定律。

例如： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ 。

4. 等差数列求和公式。

$(\text{首数} + \text{尾数}) \times \text{项数} + 2$.

二、题型举例：

1. 计算。

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 97 - 98 + 99$$

2. 两个十位数1111111111与9999999999的乘积有几个数字是奇数?

三、解答方法:

根据题意重新组合条件(如: $97 - 98 + 99 = 99 - 98 + 97$), 或运用运算定律、数的组合与分解等方法解答.

【例题与解析】

1. $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 995 + 997 + 999 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(上海市1988年小学生数学竞赛试题)

解析:

根据自然数列是奇、偶数间隔排列的性质, 可知这串数共有500个奇数. 这样运用高斯加法进行计算其原式的结果.

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (1 + 999) \times 500 \div 2 \\ &= 500 \times 500 \\ &= 250000\end{aligned}$$

2. $(1 + 3 + 5 + \cdots + 1989) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 1988) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(1988年北京小学数学奥林匹克邀请赛初赛试题)

解析:

根据减法的运算性质, 运用对应组合等量形变进行简算.

$$\text{原式} = 1 + (3 - 2) + (5 - 4) + (7 - 6) + \cdots +$$

$$(1989 - 1988)$$

$$= 1 + \underbrace{1 + 1 + \cdots + 1}_{(1988 \div 2) \text{ 个 } 1}$$

$$(1988 \div 2) \text{ 个 } 1$$

$$= 1 + 994$$

$$= 995$$

3. 如果 $n = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 125$, 那末 n 的各位数字的和是_____.

(1988年北京小学数学奥林匹克邀请赛初赛试题)

解析:

运用乘法的运算定律和性质求出其积, 然后求出积中的各位数字的和.

$$\begin{aligned}n &= (2 \times 5) \times (3 \times 17) \times (7 \times 11 \times 13) \times 125 \\&= 10 \times 51 \times 1001 \times 125 \\&= 63813750\end{aligned}$$

这样, n 的各位数字的和是 33.

4. $\underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} \times \underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} + \underbrace{1999\dots99}_{1988\text{个}9}$ 所得的结果的末尾有

____个零.

(上海市1988年小学生数学竞赛试题)

解析:

根据题意运用数的组成知识与乘法分配律可知其原式的结果.

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} \times \underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} + \underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} + \underbrace{1000\dots00}_{1988\text{个}0} \\&= \underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} \times (\underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} + 1) + \underbrace{1000\dots00}_{1988\text{个}0} \\&= \underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} \times \underbrace{1000\dots00}_{1988\text{个}0} + \underbrace{1000\dots00}_{1988\text{个}0} \\&= (\underbrace{999\dots99}_{1988\text{个}9} + 1) \times \underbrace{1000\dots00}_{1988\text{个}0}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1000\cdots 00 \times 1000\cdots 00 \\
 &\quad \swarrow \quad \searrow \\
 &\quad \text{1988个0} \quad \text{1988个0} \\
 &= 1000\cdots 00 \\
 &\quad \swarrow \\
 &\quad (1988 \times 2) \text{个0}
 \end{aligned}$$

这样可知原式的结果的末尾有 $1988 \times 2 = 3976$ (个) 零

(二) 小数计算

【要求与指导】

一、知识要点:

1. 小数的意义.
2. 小数点位置移动引起数值变化的规律.
3. 运算性质和定律.

例如: $a \times b \times c = (a \times c) \times b$

4. 等差数列求和公式.

(首数 + 尾数) \times 项数 $\div 2$; 中间数 \times 项数.

二、题型举例:

1. 计算:

$$\begin{aligned}
 &0.1 + 0.2 + 0.3 + \cdots \cdots + 0.8 + 0.9 + 0.12 + 0.14 + \\
 &0.16 + \cdots \cdots + 0.98
 \end{aligned}$$

2. 计算:

$$\underbrace{0.1 + 0.1 + 0.1 + \cdots \cdots + 0.1}_{102 \text{个} 0.1}$$

三、解答方法:

根据题意运用分段法重新组合，小数是十进分数的另一种表示形式，变更题型 ($0.1 \div 0.1 = \frac{1}{10} \times 10$) 后，采用适当方法进行解答，求出问题的结果。

【例题与解析】

1. $1.31 \times 12.5 \times 0.15 \times 8 \times 2 = \underline{\quad}$.

(上海市1988年小学生数学竞赛试题)

解析：

根据题意运用乘法交换律、结合律解答。

$$\text{原式} = 1.31 \times [(12.5 \times 8) \times (0.15 \times 2)]$$

$$= 1.31 \times 30$$

$$= 39.3$$

2. $0.1 + 0.3 + 0.5 + 0.7 + 0.9 + 0.11 + 0.13 + 0.15 + 0.17 + 0.19 + 0.21 \cdots \cdots + 0.99 = \underline{\quad}$.

(1988年北京小学奥林匹克邀请赛初赛试题)

解析：

根据题意每5个数为一段，其中间数为这段五个数的平均数，这样可采用分段法进行简算。

$$\text{原式} = 0.5 \times 5 + 0.15 \times 5 + 0.25 \times 5 + \cdots \cdots + 0.85 \times 5 +$$

$$0.95 \times 5$$

$$= 0.5 \times 5 + (0.15 + 0.25 + \cdots \cdots + 0.85 + 0.95) \times 5$$

$$= 0.5 \times 5 + 0.55 \times 9 \times 5$$

$$= (0.5 + 4.95) \times 5$$

$$= 27.25$$

3. 我们把0.0000000025简单记作0.00……025。下面

10个零

有两个小数：

$$a = \underbrace{0.00\cdots}_{1984\text{个零}} 0125, \quad b = \underbrace{0.00\cdots}_{1988\text{个零}} 08.$$

试求： $a+b$, $a-b$, $a \times b$, $a \div b$.

(上海《小学数学教师》第二届“从小爱数学”邀请赛试题)

解析：

若将 a 、 b 的小数点向右移动1984位后分别得到1.25、0.0008，这样来考虑问题显得简巧。其和是1.2508；差是1.2492；积是0.001；商是1562.5. 然后根据和、差、积、商的变化可知结果。

$$a+b = \underbrace{0.00\cdots}_{1984\text{个零}} 012508$$

$$a-b = \underbrace{0.00\cdots}_{1984\text{个零}} 012492$$

$$a \times b = \underbrace{0.00\cdots}_{3971\text{个零}} 01$$

$$a \div b = 1562.5$$

(三) 分数计算

【要求与指导】

一、知识要点：

1. 分数的意义.
2. 分数四则运算法则.