


 21世纪高等继续教育精品教材

微 积 分

主 编 李林曙

副主编 赵 坚 陈卫宏

 中国人民大学出版社

 世纪高等继续教育精品教材

微 积 分

主 编 李林曙

副主编 赵 坚 陈卫宏

 中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

微积分/李林曙主编.
北京:中国人民大学出版社,2006
21世纪高等继续教育精品教材
ISBN 7-300-07310-7

- I. 微…
- II. 李…
- III. 微积分-成人教育:高等教育-教材
- IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 041922 号

21世纪高等继续教育精品教材

微积分

主 编 李林曙
副主编 赵 坚 陈卫宏

出版发行	中国人民大学出版社		
社 址	北京中关村大街31号	邮政编码	100080
电 话	010-62511242 (总编室)		010-62511239 (出版部)
	010-82501766 (邮购部)		010-62514148 (门市部)
	010-62515195 (发行公司)		010-62515275 (盗版举报)
网 址	http://www.crup.com.cn http://www.ttrnet.com (人大教研网)		
经 销	新华书店		
印 刷	北京密兴印刷厂		
开 本	170×228mm 16开本	版 次	2006年7月第1版
印 张	10.75 插页1	印 次	2006年7月第1次印刷
字 数	145 000	定 价	25.00元 (含光盘)

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

21世纪高等继续教育精品教材

编审委员会

顾问 董明传

主任 杨干忠 贺耀敏

副主任 周蔚华 陈兴滨 宋 谨

委员 (按姓氏笔画为序)

王德发	王孝忠	王晓君	龙云飞	卢雁影
刘传江	安亚人	宋 谨	陈兴滨	李端生
张一贞	宋 玮	辛 旭	杨干忠	杨文丰
周蔚华	赵树嫻	贺耀敏	贾俊平	高自龙
黄本笑	寇铁军	盛洪昌	常树春	程道华
韩民春	游本强	蒋晓光	缪代文	

总 序

21 世纪, 科学技术发展日新月异, 发明创造层出不穷, 知识更新日趋频繁, 全民学习、终身学习已经成为适应经济与社会发展的基本途径。近年来, 我国高等教育取得了跨越式的发展, 毛入学率由 1998 年的 8% 迅速增长到 2004 年的 19%, 已经进入到大众化的发展阶段, 这其中高等继续教育发挥了重要的作用。同时, 高等继续教育作为“传统学校教育向终身教育发展的一种新型教育制度”, 对实现“形成全民学习、终身学习的学习型社会”、“构建终身教育体系”的宏伟目标, 发挥着其他教育形式不可替代的作用。

目前, 我国高等继续教育的发展规模已占全国高等教育的一半左右, 随着我国产业结构的调整、传统产业部门的改造以及新兴产业部门的建立, 各种岗位上数以千万计的劳动者, 需要通过边工作边学习来调整自己的知识结构、提高自己的知识水平, 以适应现代经济与社会发展的要求。可见, 我国高等继续教育的发展, 既肩负着重大的历史使命又面临着难得的发展机遇。

我国的高等继续教育要抓住机遇发展, 完成自己的历史使命, 从根本上说就是要全面提高教育教学质量, 这涉及多方面的工作, 但抓好教材建设是提高教学质量的基础和中心环节。众所周知, 高等继续教育的培养对象主要是已经走上各种生产或工作岗位的从业人员, 这就决定了高等继续教育的目标是培养能适应新世纪社会发展要求的动手能力强、具有创新能力的应用型人才。因此, 高等继续教育教材的编写“要本着学用结合的原则, 重视从业人员的知识更新, 提高广大从业人员的思想文化素质和职业技能”, 体现出高等继续教育的针对性、实用性和职业性特色。

为适应我国高等继续教育发展的新形式、培养应用型人才、满足广大学员的学习需要, 中国人民大学出版社邀请了国内知名专家学者对我国高等继续教育的教学改革



与教材建设进行专题研讨，成立了教材编审委员会，联合中国人民大学、中国政法大学、东北财经大学、武汉大学、山西财经大学、东北师范大学、华中科技大学、黑龙江大学等 30 多所高校，共同编撰了“21 世纪高等继续教育精品教材”，计划在两三年内陆续推出百种高等继续教育精品系列教材。教材编审委员会对该系列教材的作者进行了严格的遴选，编写教材的专家、教授都有着丰富的继续教育教学经验和较高的专业学术水平。教材的编写严格依据教育部颁布的“全国成人高等教育公共课和经济学、法学、工学主要课程的教学基本要求”；教材内容的选择克服了追求“大而全”的现象，做到了少而精，有针对性，突出了能力的训练和培养；教材体例的安排突出了学习使用的弹性和灵活性，体现“以学为主”的教育理念；教材充分利用现代化的教育手段，形成文字教材和多媒体教材相结合的立体化教材，加强了教师对学生学习过程的指导和帮助，形象生动、灵活方便，易于保存，可反复学习，更能适应学员在职、业余自学，或配合教师讲授时使用，会起到很好的教学效果。

这套“21 世纪高等继续教育精品教材”在策划、编写和出版过程中，得到教育部高教司、中国成人教育协会、北京高校成人高教研究会的大力支持和帮助，谨表深切谢意。我们相信，随着我国高等继续教育的发展和教学改革的不深入，特别是随着教育部“高等学校教学质量和教学改革工程”的实施，这套高等继续教育精品教材必将为促进我国高校教学质量的提高做出贡献。

杨干忠

前 言

启迪人们思维、推进科学纵深发展的明珠——数学，当她的不尽影响产生出我们称之为“数学教育”的专门学科时，却常常遭遇无言的尴尬。“听起来难，学起来更难，用起来则难上加难”，这是这么多年来学习数学课程的广大学生心中的忧愁，也是数学教育和数学课程改革不可回避的首要问题。

数学需要学，毫无疑问。尤其对我们的大学生，但是对于不同的学生又到底需要学多少，学哪些，学多深？数学有用，也毫无疑问，尤其是进入信息化社会的今天！但是如何让学习者在学习的过程中就能体会到她看得见、摸得着的用处，用在哪，有什么用，怎样用？

数学学起来不易，也似乎毫无疑问，尤其是我们现在的经典数学和传统的课程内容体系！但是我们真的没有更好的办法让学生们学起来轻松一些，愉快一些，使学生们从怕学、不学和学了就忘，转向想学、要学和学了能用？

基于这些思考，反思多年的高等数学教学实践，我们悟出这样一条也许是充满艰辛、坎坷甚至会引来非议的改革之路，并下决心尝试着走下去：

1. 走下圣殿，轻装上阵。在内容选择上，大刀阔斧地改革高等数学的课程及内容体系，摆脱传统高等数学体系的束缚，大胆削减纯理论或实际应用不直接、后续课程运用不多或不集中的内容，使高等数学内容少、教材薄、课程好学。改革之后的高等数学仍然按微积分、线性代数、概率论与数理统计三大模块设计，但每一模块仅仅是分别保留了微积分、线性代数、概率论与数理统计中十分简单但又非常重要的内容。

2. 简捷形象，直接了当。内容讲授上，改变传统的数学教材过多地进行抽象的定理演绎、推导和繁杂的计算，全面采用几何印证、实际背景推理和简单验证等形象思维方式进行处理，大大简化数学定理证明、公式推导和习题演算，使学生（特别是成



人学生)真正从传统的数学学习负担中解放出来,并且集中精力有效关注数学作为工具的重要作用。

3. 循循善诱,任务驱动。编写体系上,密切数学与经济生活的联系与融合,强调数学的服务定位,强化数学的工具作用,努力做到“问题为‘的’,数学为‘矢’,有的放矢”。在每一章节的开头,都以日常生活及经济管理中常见和人们关心的典型事例为引子,一开始即引起学生的兴趣和求解问题的冲动;本章节则在该引子问题及其他更多实际问题的求解过程中自然引入数学工具,最终和学生一道在对数学的领悟和掌握之中共同完成对引子问题的解答。同时,本教材的旁白思考题、每节简单练习、每章作业等都按照“任务驱动”的要求进行设计,回答这些问题或完成这些练习和作业的过程实际上就是完成这些任务的过程。这样在学生获得动力激励和成就感的同时,教师也实现了案例引导、动机激励、任务驱动的教学策略。

4. 优化组合,选择多样。媒体手段上,利用现代信息技术,针对各种现代新兴媒体的教学功用,进行一体化设计。目前已经形成了教材、习题集、CAI课件和网上资源等多种教学媒体。特别值得一提的是,为教材专门配备的CAI课件光盘,是以课程重点问题为核心,通过案例式任务驱动,以实战练习方式展开人机交互,逐步复习和消化学习内容,并在“看解题、跟着练、独立做”的进程中,循序渐进,稳步提高。

尽管改革的思路仅仅归结成上述简简单单的四点,但身在其中的改革群体却为之付出了百倍的辛劳,更承受了前所未有的压力和期盼。在此,要特别感谢一路走来给予我们坚定不移支持和热忱帮助的中国人民大学缪代文老师、胡曙光老师、云南广播电视大学的郑胡灵老师、四川广播电视大学的余梦涛老师、吉林广播电视大学的张新燕老师、太原广播电视大学的瞿炜老师、深圳广播电视大学的胡新生老师、胡民老师。真诚地希望敬爱的同学、老师、读者能够参与到我们的数学教学改革中来,您的参与就是对我们最大的支持和褒奖。我们期待着在不久的将来,能听到来自同学们一致的声音:

原来数学并不难,

原来数学这么有用,

原来数学也可以这样学!

那将是我们莫大的安慰。



本册编写分工如下：陈卫宏：第1章；赵坚：第2章；顾静相：第3章；李林曙：第4章。全书由李林曙统纂主编。

云南广播电视大学的郑胡灵老师、四川广播电视大学的余梦涛老师、吉林广播电视大学的张新燕老师、太原广播电视大学的瞿炜老师也参加了本册的编写工作。

因受经验和水平所限，书中不妥之处实属难免，敬请使用本教材的师生及其他读者毫无保留地提出批评和建议，以期及时修正。

编者

2006年6月于北京

目 录

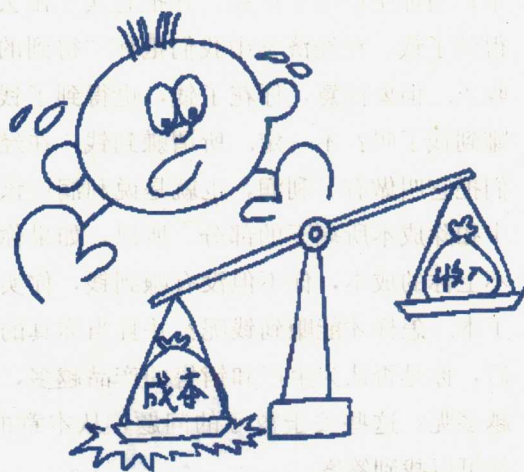
第 1 章 一些常见的函数	(1)
1.1 函数的概念	(3)
1.2 函数的几何表示	(17)
1.3 常见的经济函数	(21)
第 2 章 效用问题与导数方法	(41)
2.1 导数的概念	(43)
2.2 导数的计算	(58)
2.3 函数的单调性与极值	(66)
2.4 导数在经济分析中的应用	(76)
第 3 章 生产效率与偏导数	(95)
3.1 二元函数与偏导数	(97)
3.2 偏导数在经济管理中的应用	(106)
第 4 章 社会收入分配与积分	(141)
4.1 定积分的概念	(143)
4.2 定积分的计算	(147)
4.3 积分在经济管理中的应用	(156)

目 录

第 1 章	一些常见的函数	1
	一、本章主要内容	1
	二、解题方法	2
	三、例题解析	2
	四、作业及作业参考答案	8
	五、简单练习和习题的参考答案	9
第 2 章	效用问题与导数方法	11
	一、本章主要内容	11
	二、解题方法	15
	三、例题解析	16
	四、作业及作业参考答案	24
	五、简单练习和习题的参考答案	26
第 3 章	生产效率与偏导数	29
	一、本章主要内容	29
	二、解题方法	33
	三、例题解析	34
	四、作业及作业参考答案	41
	五、简单练习和习题的参考答案	43
第 4 章	社会收入分配与积分	46
	一、本章主要内容	46
	二、解题方法	48
	三、例题解析	48
	四、作业及作业参考答案	53
	五、简单练习和习题的参考答案	54
	综合练习(一)及参考答案	56
	综合练习(二)及参考答案	59

一些常见的函数

当你打算生产一种产品，然后再把它销售出去，不用说，你的目的肯定是为了赚钱。但你是否知道？要想赚钱首先是要花钱的。比如说，你需要有厂房和设备，还需要有人力和材料，这些都需要你花钱，在经济学中我们把你“花的钱”叫做成本；当你生产出了产品，并把它卖了出去，这时你得到了钱，在经济学中我们把你“得到的钱”叫做收入。但要注意，你花了钱，也得到了钱，可是你赚到钱了吗？不一定。所谓赚到钱，在经济学中我们把它叫做有了利润，也就是说利润应该是从收入中扣除成本所剩下的部分。所以，如果你的收入抵不上你的成本，你不但没有赚到钱，你实际上还赔了本。怎样才能赚到钱呢？并且当你真的赚到钱以后，你是否认为生产和销售的产品越多，赚的钱就越多呢？这些关于盈亏的问题，从本章的内容里，你可以找到答案。



本为三親好



世上的万事万物间总是有着这样或那样的联系. 为了处理好事物间的关系, 人们总是希望能够通过某种简便和科学的方式来描述、刻画或表达出事物间的内在联系. 函数的概念就是为了实现这样的愿望和功能而引入的.

1.1 函数的概念

在我们周围的世界中, 变化的量随处可见, 例如温度、湿度、降雨量等等, 如果稍加注意, 会发现这些变化的量随时间、地域、季节的不同而不同. 同样, 在经济领域中, 这种变化的量也是随处可见的, 如国民经济增长率、商品的产量、价格等等. 这些变化的量都有一个共同的特点, 那就是它们之所以变化是因为受到其他一些变化的量的制约或者与其他一些变化的量相互制约. 例如, 某种商品的市场需求量是受该商品的价格影响的, 它随价格的变动而变化. 反之, 该商品的价格也会受市场需求量的影响. 又如, 银行利率受到国家经济政策中多种因素的影响, 所谓多种因素也是一些变化的量. 变化的量之间相互制约的关系是普遍存在的, 这种关系用数学的方法加以抽象和描述便得到一个重要的概念, 就是函数. 它是我们定性、定量地研究各种变化的量的一个非常重要的工具.

1.1.1 函数的概念及性质

1. 函数的定义

函数是微积分学的主要研究对象, 它的实质就是变量之间的对应关系. 为了了解这一点, 先给出几个有关的概念.

在我们观察各种现象或过程的时候, 经常会遇到两种不同的量: 一种是在过程中保持不变、取一个固定数值的量, 这种量称为**常量**; 另一种是在过程中会起变化的、可在一定的范围内取不同数值的量, 这种量称为**变量**. 常量的例子很多, 如物体的重力加速度, 北京到香港的直线



距离等等. 变量的例子更是举不胜举, 如前面提到的自然界中的温度、湿度, 经济问题中的商品价格、银行利率等等.

应该指出, 变量和常量的概念是相对的, 某些变量在相应的限制条件下可以看成常量, 如 1996 年第一季度的人民币存款利率, 可以看作一个常量, 而要考虑 1986 年到 1996 年之间的人民币存款利率, 它就是一个变量. 对于一个变量来说, 它可能取到的所有不同的值所构成的集合, 称为这个变量的**变域**.

在本书中, 我们一般用字母 a, b, c 等表示常量, 用字母 x, y, z, s, t 等表示变量, 而大写字母如 X 则用来表示变量 x 的变域. 当某些变量有其特定的经济含义时, 也可用大写字母来表示, 如 C (成本), R (收入), L (利润) 等.

在给出函数的定义之前, 先看几个例子.

例 1 某种商品的市场需求量 q 与该商品的价格 p 满足关系式

$$q = 50 - 2p \quad \text{①}$$

通过这个关系式, 根据不同的价格 p , 可以知道该商品的市场需求量 q . 如价格 p 为 5 时, 由式①可知:

$$q = 50 - 2 \times 5 = 40$$

得出需求量 q 为 40. 又如价格 p 为 20 时, 仍由式①可知, 需求量 q 为 10. 显然, p, q 是两个变量, 而式①确定了这两个变量之间的对应关系.

例 2 某厂家生产一种产品的最大年产量

为 100, 年产量 q 与由该产品所获得的利润 L 之间的关系由一条曲线来确定 (如图 1-1 所示). 通过这条曲线, 根据该产品不同的年产量 q , 可以知道由该产品所获取的利润 L . 如年产量 q 为 20 时, 利润 L 为 15; 又如年产量 q 为 40 时,

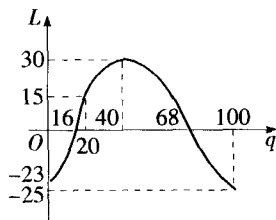


图 1-1 利润曲线

利润 L 为 30. 曲线确定了两个变量 q 与 L 之间的对应关系. 从这个例子中还可以观察出, 年产量 q 为 40 时所获取的利润最大, 而当年产量 q 小



于16或大于68时, 获得的是负利润, 也就是蚀本.

例 3 某一时期银行的人民币整存整取定期储蓄存期与年利率如表

1—1 所示:

表 1—1 定期存款年利率表

存期	3个月	6个月	1年	2年	3年	5年
年利率 (%)	1.71	2.07	2.25	2.70	3.24	3.60

这张表格确定了存期与年利率这两个变量之间的对应关系. 根据不同的存期可以知道整存整取定期储蓄的年利率. 如存期3个月的年利率为1.71%, 存期3年的年利率为3.24%.

可以发现上述例子具有如下共同特征:

(1) 都有两个变量, 前者取值一经确定, 后者的值随之确定. 每个变量都有相应的变域. 例1中商品价格 p 的变域为 $[0, 25]$, 例2中产品年产量 q 的变域为 $[0, 100]$, 而例3中人民币存期的变域就是 {3个月, 6个月, 1年, 2年, 3年, 5年}.

(2) 两个变量之间受一个对应规则约束, 或者说两个变量按一个规则对应. 如例1中的两个变量按一个关系式对应, 例2中的两个变量按一条曲线对应, 而例3中的两个变量则按一个表格对应.

这些共同特征所反映出的变量之间的对应关系就是函数. 下面, 我们给出函数的确切定义.

定义 1.1

设 x, y 是两个变量, x 的变域为 D , 如果存在一个对应规则 f , 使得对 D 内的每一个 x 值, 都有唯一的 y 值与 x 对应, 则这个对应规则 f 称为定义在集合 D 上的一个函数, 并将由对应规则 f 所确定的 x 与 y 之间的对应关系记为

$$y = f(x)$$

称 x 为自变量, y 为因变量或函数值, D 为定义域.

问题 1
函数的实质是什么?

问题 2
确定函数的要素是什么?



由定义 1.1 确定的集合

$$Z = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数 f 的值域.

根据定义 1.1, 例 1、例 2、例 3 中的对应关系就是 3 个不同的函数. 例 2 中函数的定义域为 $[0, 100]$, 值域为 $[-25, 30]$.

4 设国际航空信件的邮资标准是 20g 以内邮资为 6 元, 超过 20g, 超过部分每 10g 加收 1.8 元, 信件质量不能超过 2 000g. 这样, 邮资 F 与信件质量 m 的函数关系可表示为

$$F = F(m) = \begin{cases} 6, & 0 < m \leq 20 \\ 6 + 1.8 \left[\frac{m-20}{10} \right], & 20 < m \leq 2\,000 \text{①} \end{cases}$$

这个函数的定义域是 $(0, 2\,000]$, 值域是 $[6, 362.4]$. 由这个函数关系式, 可以知道任一在规定质量范围内的信件应付的邮资. 如信件质量为 8g, 那么由

$$F(8) = 6$$

可知邮资为 6 元. 又如信件质量为 25g, 那么由

$$F(25) = 6 + 1.8 \times \left[\frac{25-20}{10} \right] = 7.8$$

可知邮资为 7.8 元.

2. 函数的两要素

由定义 1.1 可知, 定义域 D 是自变量 x 的取值范围, 而 x 的函数值 y 又是由对应规则 f 来确定, 所以函数由它的定义域 D 和对应规则 f 完全确定. 我们将函数的定义域和对应规则称为函数的两要素. 如果两个函数的定义域相同, 对应规则也相同, 则将这两个函数视为同一个函数, 或称这两个函数相等. 例如, 当 x, u 的变化范围相同时,

$$y = 2x + 3$$

$$y = 2u + 3$$

① $[x]$ 是取整函数, $[x]$ 的取值是大于或等于 x 的最小整数. 例如, 当 $m=24$ 时, $\left[\frac{m-10}{10} \right] = [1.4] = 1$.