2007 NIAN

# 2007年

# 高三 第一轮复习资料

GAOSAN DIYILUN FUXI ZILIAO

# 数学

凤凰出版传媒集团
江蘇教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

# 数学

## 2007年高三第一轮复习资料

南京市中小学教学资源研发中心　策划
《高三第一轮复习资料》编写组　编写

凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社

书　　名　2007年高三第一轮复习资料·数学
责任编辑　田　鹏
出版发行　凤凰出版传媒集团
　　　　　江苏教育出版社(南京市马家街31号 210009)
网　　址　http://www.1088.com.cn
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
经　　销　江苏省新华发行集团有限公司
照　　排　南京理工出版信息技术有限公司
印　　刷　南京通达彩印有限公司
厂　　址　南京市六合区冶山镇(邮编 211523)
电　　话　025-57572528
开　　本　787×1982毫米　1/16
印　　张　16
字　　数　468000
版　　次　2006年7月第2版
　　　　　2006年7月第1次印刷
书　　号　ISBN　7-5343-6599-6/G·6294
定　　价　18.00元
盗版举报　025-83204538

# 前　言

为适应高考改革对数学教学的要求，满足广大高三教师和学生复习的需要，根据近两年江苏省命题的特点和新课程标准的精神，针对教材、大纲和江苏省考试说明的要求，我们组织人员对《2006年高三第一轮复习资料》(数学)进行了修订.

本书共分两部分，第一部分是高中数学复习与练习，供高三第一轮复习用，按单元编写，共安排26单元；第二部分是“能力小题100练”，供高三第二轮复习用.几年来，“100练”的使用效果甚好.实践证明，第二轮复习虽然以综合题为主，但能力小题的训练是必不可少的.

本书第一部分高中数学复习与练习每章开头提出本章【复习建议】，章后提供【过关检测】、【能力测试】.每个单元分为【知识再现】、【方法归纳】、【能力拓展】、【过关题型】、【能力达标】、【拓展探究】.

【知识再现】通过一些基本的判断题和填空题，理清本单元的基本概念、定理、公式，概括、提炼本单元的重点、难点、注意点，提出学习的建议.

【方法归纳】对重要的数学方法、解题方法进行归类整理，着眼于高考常用的通性通法.

【能力拓展】对学生的能力要求较高，供选用.

【过关题型】根据该部分高考要求，力求覆盖基本知识、基本方法.

【能力达标】根据该部分高考要求，侧重基本解题策略，培养学生分析问题、解决问题能力.

【拓展探究】对学生的能力要求较高，供选用.

本书宜根据实际情况灵活选用，选题应从学生的实际出发，注重层次性，同时也应注意对量的把握.由于水平有限，经验不足，书中的疏漏与错误在所难免，敬请广大师生批评指正.

本书主编：孙旭东，参加本书编写和修订的有：王红兵、陈正蓉、李小飞、张荣彬、瞿田东、张志超、严清、王文实、陈久贵、许宏、徐永忠、龙艳文、杨东福、宋辉、刘明、马乃伦、陈辉、周德、潘俊文、徐昌根、霍庆和、余建国、孙流波等.

本书由南京市教学研究室特级教师肖林元审定.

编　者

2006年7月

# 目录 CONTENTS

# 第1章 函数

## 复习建议

集合语言作为基本的数学语言，主要用来表示有关的数学对象，进而提高运用数学语言进行交流的能力；简易逻辑主要用来表达数学内容和表述、论证自己的观点．在复习中首先要把握基础知识，理解基本的数学思想（集合思想、转化思想）和方法，重点掌握集合的基本概念和运算，掌握充分条件、必要条件、充要条件的判断和应用，掌握四种命题，重视数形结合（文氏图、数轴）的思想方法．

函数是中学数学的重要内容．在复习中，一要加深对高中函数（指数函数、对数函数、分式函数、分段函数）等的概念、性质、图象的理解和应用；二要重视函数之间、函数与方程、函数与不等式、函数与数列、函数与导数等知识的综合．

# 第一单元

# 集　合

## 一、知识再现

**1.** 断断下列说法是否正确,若正确,在括号里打"√";若不正确,在括号里打"×".

(1)"全体比较大的自然数"构成一个集合;　　(　　)

(2) $\{1, 2, 3\}$和$\{3, 2, 1\}$是两个不同的集合;　　(　　)

(3) 集合 $\{x \mid x^2 = 1, x \in \mathbf{R}\}$ 和集合$\{-1, 1\}$相等;　　(　　)

(4) 集合$\{0\}$是空集;　　(　　)

(5) 方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 的解集为$\{2, 2\}$.　　(　　)

**2.** "小于 10 且大于 3 的奇数"构成集合,用列举法表示为________,用描述法表示为________________,________________.

**3.** 用符号"$\in$"、"$\notin$"、"$\subseteq$"、"$\subsetneqq$"、"$=$"和"$\not\subseteq$"填空(选择最恰当的).

$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$, 0 ____ $\mathbf{N}$, e ____ $\mathbf{R}$, 3 ____ $\{x \mid x - 1 < \sqrt{3}, x \in \mathbf{R}\}$, $\{1, 2, 3\}$ ____ $\mathbf{Z}$, $\{3.14\}$ ____ $\mathbf{Q}$, $\varnothing$ ____ $\{x \mid x^2 - 2x + 3 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $\{x \mid |x - 1| < 2, x \in \mathbf{R}\}$ ____ $\{x \mid x^2 - 2x < 8, x \in \mathbf{R}\}$.

**4.** 全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A \cap B =$ ________, $A \cup B =$ ________________, $\complement_U A =$ ________________, $(\complement_U A) \cap B =$ ________, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ________________, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ ________________.

**5.** 全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 5\}$, $B = \{x \mid x > 7$ 或 $x < 1\}$, 则

$A \cap B =$ ________________, $A \cup B =$ ________________, $\complement_U A =$ ________________, $(\complement_U A) \cap B =$ ________________, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ________________, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ ________________.

**6.** (1) 已知集合 $A = \{a, b\}$, 则集合 $A$ 的所有子集为________________;

(2) 有限集合 $A$ 中元素的个数为 $n$,则集合 $A$ 的所有子集的个数为________,集合 $A$ 的所有真子集的个数为________.

## 二、方法归纳

**1.** 处理有关集合交、并、补运算的问题时,数形结合(文氏图、数轴)是常用的方法.

**2.** 处理集合之间关系时,$\varnothing$是一个不可忽略、但又经常遗漏的情况,如 $A \subseteq B$ 时,集合 $A$ 可以是空集,也可以是非空集,应当分两种情况进行讨论.

**3.** 处理含参数的集合间的包含关系时,端点值的取舍是一个重点和难点,解决办法是对端点值单独考虑.

## 三、能力拓展

**1.** 熟悉集合中常见的等价表达形式，如 $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$，$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$，$\complement_U(A\cap B)=(\complement_UA)\cup(\complement_UB)$，$\complement_U(A\cup B)=(\complement_UA)\cap(\complement_UB)$，$\complement_U(\complement_UA)=A$ 等.由这些等价关系可衍生出许多解决数学问题的重要思路，如有关集合 $A$ 的问题可转化为 $\complement_UA$ 的问题来解决，这就是数学解题中常用的间接法.

**2.** 分类讨论是解决数学问题的常用手段，一个复杂的数学问题往往通过分类讨论转化为一些较为简单的数学问题加以解决.分类讨论的思想实际上就是将集合 $S$ 的求解转化为它的一些满足一定要求的子集来逐个求解.

如果 $A_1$，$A_2$，…，$A_n$ 是集合 $S$ 的子集，且满足 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=S$，$A_i\cap A_j=\varnothing$ $(i,j=1,2,\cdots,n,i\neq j)$，那么称 $A_1$，$A_2$，…，$A_n$ 是集合 $S$ 的分类子集.

分类的关键在于正确确定分类的标准，使所分各类不重复不遗漏.

## 四、过关题型

**1.** (1) 设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,5\}$，则 $A\cap(\complement_UB)$ 等于 （　　）

A. $\{2\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{3\}$　　D. $\{1,3\}$

(2) 若 $U=\{1,2,3,4\}$，$M=\{1,2\}$，$N=\{2,3\}$，则 $\complement_U(M\cup N)$ 等于 （　　）

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{1,3,4\}$　　D. $\{4\}$

**2.** (1) 设全集是实数集 $\mathbf{R}$，$M=\{x\mid-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$N=\{x\mid x<1\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}M)\cap N$ 等于 （　　）

A. $\{x\mid x<-2\}$　　B. $\{x\mid-2<x<1\}$　　C. $\{x\mid x<1\}$　　D. $\{x\mid-2\leqslant x<1\}$

(2) 已知集合 $M=\{x\mid x^2<4\}$，$N=\{x\mid x^2-2x-3<0\}$，则集合 $M\cap N$ 等于 （　　）

A. $\{x\mid x<-2\}$　　B. $\{x\mid x>3\}$　　C. $\{x\mid-1<x<2\}$　　D. $\{x\mid 2<x<3\}$

**3.** 设集合 $A=\{y\mid y=x^2+2x-4,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y+1<0\}$，求 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)$.

**4.** 设 $A$，$B$，$I$ 均为非空集合，且满足 $A\cap B=A$，$A\subseteq I$，$B\subseteq I$，则下列各式中错误的是 （　　）

A. $(\complement_IA)\cup B=I$　　B. $(\complement_IA)\cup(\complement_IB)=I$

C. $A\cap(\complement_IB)=\varnothing$　　D. $(\complement_IA)\cap(\complement_IB)=\complement_IB$

**5.** 设 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则 （　　）

A. $M\subsetneqq N$　　B. $M=N$　　C. $M\supsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

## 五、能力达标

**1.** 已知集合 $A=\{x,xy,\lg xy\}$，$B=\{0,|x|,y\}$，若 $A=B$，试求实数 $x$，$y$.

**2.** 记函数 $f(x)=\sqrt{2-\frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 $A$，$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)]\,(a<1)$ 的定义域为 $B$.

(1) 求 $A$；

(2) 若 $B\subseteq A$，求实数 $a$ 的取值范围.

## 六、拓展探究

**1.** 已知抛物线 $y=x^2+4ax-4a+3$，$y=x^2+(a-1)x+a^2$，$y=x^2+2ax-2a$ 中至少有一条与 $x$ 轴相交，求实数 $a$ 的取值范围.

# 第二单元

# 简易逻辑

## 一、知识再现

**1.** 判断下列语句是不是命题，若是命题，在括号里打“√”；若不是命题，在括号内打“×”.

(1) $a > 3$； (  )

(2) $\sqrt{2}$不是有理数； (  )

(3) 3 和 5 都是 15 的约数； (  )

(4) $\{1, 2\}$与$\{2, 1\}$是两个相同的集合吗？ (  )

**2.** 下列语句：①平行四边形不是矩形；②$\sqrt{3}$是无理数；③方程 $x^2 = 1$ 的解是 $x = \pm 1$；④ $3a > a$. 其中简单命题的个数是 (  )

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

**3.** 命题 $p$: $a^2 + b^2 < 0$ ($a, b \in \mathbf{R}$)；命题 $q$: $a^2 + b^2 \geqslant 0$ ($a, b \in \mathbf{R}$). 下列结论中正确的是 (  )

A. “$p$ 或 $q$”为假　　B. “$p$ 且 $q$”为真　　C. “非 $p$”为真　　D. “非 $q$”为真

**4.** 分别写出命题“若 $a = 5$, 则 $a^2 = 25$ ”的逆命题、否命题和逆否命题.

逆命题____________________；

否命题____________________；

逆否命题____________________.

**5.** 若 $p \Rightarrow q$, 则 (  )

A. $q \not\Rightarrow p$　　B. $\neg q \Rightarrow \neg p$　　C. $\neg p \Rightarrow \neg q$　　D. $\neg q \not\Rightarrow \neg p$

**6.** 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 “$a = b$” 是 “$a^2 = b^2$” 的 (  )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

## 二、方法归纳

**1.** 逻辑联结词“或”、“且”、“非”的意义与日常生活中的“或”、“且”、“非”的含义不完全相同，注意其区别.

**2.** 命题的否定 ($\neg p$) 和否命题是完全不同的两个概念，不能混淆.

**3.** 复合命题真假的判断，必须严格按照真值表加以判断.

**4.** 在处理充要条件的有关问题时，首先要确定条件是什么，结论是什么，不可简单地认定前面是条件后面是结论，因为一个命题至少可以有这样两种说法：(1)条件 $p$ 成立，则结论 $q$ 成立；(2)结论 $q$ 成立的条件是 $p$ 成立. 前一种说法条件在前，结论在后；后一种说法结论在前，条件在后. 只有分清了“条件”和“结论”后，才可正确地判断充分条件、必要条件等有关问题.

5. 由于互为逆否的两个命题是等价的，当原命题的真假难以判断时，常常转化为对其逆否命题的真假来判断.

## 三、能力拓展

*反证法的应用*

反证法证题的一般步骤：(1)假设命题的结论不成立，即假设结论的反面成立；(2)从假设出发，通过推理论证，得出矛盾；(3)由矛盾断定假设不成立，从而断定原命题的结论正确.

矛盾的三种可能：(1)与原命题的条件矛盾；(2)与定义、公理、定理等矛盾；(3)与假设矛盾.

反证法一般适用的几种情形：(1)问题共计存在 $n$ 种情况，要证明其中一种情况成立时，可用反证法证明，只要把其余的 $n-1$ 种情况都排除即可. 如空间两直线的位置关系只有相交、平行、异面三种情况，要证明两直线异面，只要证明相交或平行不成立即可. (2)命题是用否定形式来叙述的. (3)命题的成立非常明显，而直接证明却不容易说清楚，也可考虑用反证法.

## 四、过关题型

1. (1) 如果命题“$\neg p$ 或 $\neg q$”是假命题，则在下列结论中，

① 命题“$p$ 且 $q$”是真命题； ② 命题“$p$ 或 $q$”是假命题；

③ 命题“$p$ 且 $\neg q$”是假命题； ④ 命题“$\neg p$ 或 $q$”是假命题.

正确的是 （ ）

A. ①③ B. ②④ C. ②③ D. ①④

(2) 如果命题 $p$ 或 $q$ 为真命题，$p$ 且 $q$ 为假命题，那么 （ ）

A. 命题 $p$，$q$ 都是真命题 B. 命题 $p$，$q$ 都是假命题

C. 命题 $p$，$q$ 中有且仅有一个真命题 D. 命题 $p$ 是真命题，命题 $q$ 是假命题

2. 试写出命题“若 $xy=0$，则 $x=0$ 或 $y=0$”的逆命题、否命题、逆否命题，并判断它们的真假.

3. (1) 有下列四个命题：①若 $xy=1$，则 $x$，$y$ 互为倒数；②“相似三角形的周长相等”的否命题；③“若 $b\leqslant -1$，则方程 $x^2-2bx+b^2+b=0$ 有实数根”的逆否命题；④“若 $A\cup B=A$，则 $A\subseteq B$”的逆命题. 其中是真命题的是 （ ）

A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ③④

(2) 设 $A$，$B$ 为两个集合，下列四个命题：

① $A\not\subset B\Leftrightarrow$ 对任意 $x\in A$，有 $x\notin B$； ② $A\not\subset B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$；

③ $A\not\subset B\Leftrightarrow B\not\subset A$； ④ $A\not\subset B\Leftrightarrow$ 存在 $x\in A$，使得 $x\notin B$.

其中真命题的序号是________.（把符合要求命题的序号都填上）

4. (1) 在 $\triangle ABC$ 中，“$A>30^\circ$”是“$\sin A>\frac{1}{2}$”的 （ ）

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

(2)“$x<4$”是“$|x-1|<3$”的 （ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

## 五、能力达标

1. 求证：关于 $x$ 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一根为 1 的充要条件是 $a+b+c=0$.

2. 已知函数 $f(x)$是$(-\infty, +\infty)$上的增函数，$a, b \in \mathbf{R}$，对命题“若 $a+b \geqslant 0$，则 $f(a)+f(b) \geqslant f(-a)+f(-b)$”.

(1) 写出其逆命题，判断其真假，并证明你的结论；

(2) 写出其逆否命题，判断其真假，并证明你的结论.

## 六、拓展探究

1. 已知 $p$：$\left|1-\frac{x-1}{3}\right| \leqslant 2$，$q$：$x^2-2x+1-m^2 \leqslant 0\ (m>0)$，若$\neg p$是$\neg q$的充分不必要条件，求实数 $m$ 的取值范围.

# 第三单元

## 函数的概念

### 一、知识再现

**1.** 判断下列各对应是否为从集合 $A$ 到集合 $B$ 的映射.

(1) $A=\mathbf{R}$, $B=\mathbf{R}$, $f$: $x\to|x|$ ________;

(2) $A=\mathbf{N}$, $B=\mathbf{N}^*$, $f$: $x\to|x-1|$ ________;

(3) $A=\{$正数$\}$, $B=\mathbf{R}$, $f$:求平方根 ________;

(4) $A=\{$正数$\}$, $B=\mathbf{R}$, $f$: $x\to\lg x$ ________.

**2.** 求下列函数的定义域:

(1) $y=\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{2-x}$ ________________________;

(2) $y=\log_2(2+x-x^2)$ ____________.

**3.** 已知 $f(x)=\begin{cases}2-x,\ x\leqslant 1,\\ \dfrac{1}{x+1},\ x>1,\end{cases}$ 则 $f[f(0)]=$ ________.

**4.** 求下列函数的值域:

(1) $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ ________________________;　(2) $y=x^2+2x+2$ ________________;

(3) $y=x^2+2x+2\ (x\in[0,1])$ ____________; (4) $y=x^2+2x+2\ (x\in(-2,3])$ ____________;

(5) $y=x+\dfrac{1}{x}$ ________________________;　(6) $y=\dfrac{2x^2+3}{x^2+1}$ ________________.

**5.** (1) 已知 $f(x)=x^2-x+1$, 则 $f(2x-1)=$ ________________;

(2) 已知 $f(x-1)=x^2+2x$, 则 $f(x)=$ ________________;

(3) 已知 $f(x)=2x+1$, $g(x)=x^2-1$, 则 $f[g(x)]=$ ________, $g[f(x)]=$ ________.

**6.** 下列各组函数中表示同一个函数的是　(　　)

A. $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$　　B. $y=\lg x$ 与 $y=\dfrac{1}{2}\lg x^2$

C. $y=\sqrt{x^2}$ 与 $y=x$　　D. $y=\log_a a^x\,(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 与 $y=x$

**7.** 函数 $y=\dfrac{x}{x+2}(x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq-2)$ 的反函数是____________________________.

**8.** 函数 $y=a^{x-1}+2\ (a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的反函数的图象经过定点________.

## 二、方法归纳

**1.** 三要素相同的两个函数是同一个函数.但由函数定义知:函数的定义域和对应法则一旦确定,函数也就惟一确定,所以要判断两个函数是否为同一个函数,只要看两个函数的定义域和对应法则是否相同即可.

**2.** 在定义域上单调的函数必有反函数,但有反函数的函数不一定是单调函数,如 $y=\frac{1}{x}$.

**3.** 求函数解析式的主要方法有待定系数法、换元法.如果已知函数解析式的结构时,可以用待定系数法;如果已知复合函数 $f[g(x)]$ 的表达式时,常可用换元法,也可用凑合法求解,此时要注意元的取值范围.

根据实际问题求函数的表达式,是应用函数知识解决实际问题的基础.在设定或选定自变量去寻求等量关系,求得函数表达式后,还要注意函数定义域常受到实际问题的限制.

**4.** 求定义域的基本方法

① 已知函数的解析式求自变量 $x$ 的取值范围,此时应依据函数解析式中所包含的运算对自变量的制约要求,通过解不等式(组)求得定义域.如:分式函数的分母不为零,偶次根式函数的被开方数为非负数,对数函数的真数为正数,等等.

② 对于人为设定对自变量 $x$ 的限制,此时应依据函数 $y=f(x)$ 的对应法则 $f$ 对作用对象的取值范围的制约要求,通过解不等式(组)求得定义域,如已知 $f(x)$的定义域为$[a, b]$,则 $f[g(x)]$的定义域就是满足 $a\leqslant g(x)\leqslant b$ 的 $x$ 的范围.

③ 解决函数的综合问题与应用问题时,应认真考察自变量 $x$ 的实际意义,规定自变量的取值范围,求得定义域.

**5.** 求函数值域的基本方法

① 熟悉各类基本函数值域的求法,如二次函数、简单的分式函数(反函数法、部分分式法、利用基本不等式、化为二次方程利用判别式)、指数函数与对数函数、三角函数(有界性).

② 注意利用函数的单调性求值域.

③ 对于复合函数,可将其分解换元为几个基本函数后再求其值域;对于分段函数,可分别求出各段上的值域后再求并集.

④ 求函数的值域时,注意利用函数图象的直观性,这有助于结论的得出和检验.

注意求值域之前一定要养成先看定义域的好习惯,只有准确求得定义域才能很好地解决值域问题.

## 三、能力拓展

**1.** 互为反函数的两个函数具有相同的单调性与奇偶性(一般来说,偶函数没有反函数,但有一种例外:偶函数 $f(x)=a(x=0)$ 的反函数是 $f^{-1}(x)=0(x=a)$;奇函数不一定有反函数,如:$f(x)=0(x\in \mathbf{R})$).

**2.** 若已知抽象的函数表达式,则常用解方程组,消参数的方法求出解析式.

**3.** 掌握求分段函数的反函数的方法.

## 四、过关题型

**1.** (1) 设集合 $M=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N=\{1, 9, 25, 49, 81, 100\}$, 下面的对应法则 $f$ 能构成从 $M$ 到 $N$ 的映射的是 ( )

A. $f: x\rightarrow x^2-1$　　B. $f: x\rightarrow x^2$　　C. $f: x\rightarrow x^2+1$　　D. $f: x\rightarrow (2x-1)^2$

(2) 设集合 $A$ 和 $B$ 都是自然数集合 $\mathbf{N}$,映射 $f:A\rightarrow B$ 把集合 $A$ 中的元素 $n$ 映射到集合 $B$ 中的元素 $2^n+n$,则在映射 $f$ 下,象 20 的原象是 ( )

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

**2.** (1) 函数 $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)}$ 的定义域是 ( )

A. $[1,+\infty)$　B. $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$　C. $\left[\frac{2}{3},1\right]$　D. $\left(\frac{2}{3},1\right]$

(2) 已知函数 $f(x)$的定义域为 $\left[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$, 求函数 $y=f\left(x^2-x-\frac{1}{2}\right)$ 的定义域.

**3.** (1) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & 0\leqslant x\leqslant 4,\\ 2^x, & -4\leqslant x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f^{-1}(4)=$ ________.

(2) 设函数 $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2, & x<1,\\ 4-\sqrt{x-1}, & x\geqslant 1,\end{cases}$ 则使得 $f(x)\geqslant 1$ 的自变量 $x$ 的取值范围为 ( )

A. $(-\infty,-2]\cup[0,10]$　B. $(-\infty,-2]\cup[0,1]$

C. $(-\infty,-2)\cup[1,10]$　D. $[-2,0]\cup[1,10]$

**4.** (1) 函数 $y=x^2-1\ (x\leqslant 0)$ 的反函数为 ( )

A. $y=\sqrt{x+1}\ (x\geqslant -1)$　B. $y=-\sqrt{x+1}\ (x\geqslant -1)$

C. $y=\sqrt{x+1}\ (x\geqslant 0)$　D. $y=-\sqrt{x+1}\ (x\geqslant 0)$

(2) 求函数 $y=x\,|\,x\,|+2x$ 的反函数.

**5.** (1) 已知 $f(x)=\begin{cases}x-1, & x\in(-\infty,0],\\ 2^x, & x\in(0,+\infty),\end{cases}$ 则 $f(x^2)=$ ____________;

(2) 设 $f\left(\frac{x+1}{x}\right)=\frac{x^2+1}{x^2}$, 求 $f(x)$的解析式;

(3) 设 $f(x)$是一次函数,且 $f(1)=1$, $f(2)=2f^{-1}(4)$, 求 $f(x)$的解析式.

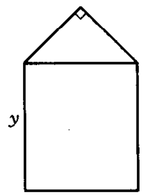
**6.** 求下列函数的值域:

(1) $y=\frac{2x}{5x+1}$;　(2) $y=\sqrt{3-2x-x^2}$;

(3) $y=\frac{2x^2-2x+3}{x^2-x+1}$;　(4) $y=\frac{\sqrt{x+2}}{x+3}$.

**7.** 求函数 $y=\frac{3+x+x^2}{1+x}\ (x>0)$ 的最小值.

**8.** 某单位用木料制作如图所示的框架,框架的下部是边长分别为 $x$, $y$(单位:m)的矩形.上部是等腰直角三角形,要求框架围成的总面积是 4 $m^2$,问 $x$, $y$ 分别为多少时用料最省?(精确到 0.001 m)



(第 8 题)

## 五、能力达标

**1.** 设函数 $f(x)=x^2-4x-4$ 的定义域为$[t-2,t-1]$,对任意 $t\in\mathbf{R}$, 求函数 $f(x)$的最小值 $\varphi(t)$的表达式.

**2.** 已知函数 $f(x)=\sqrt{(1-a^2)x^2+3(1-a)x+6}$.

(1) 若 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$,求实数 $a$ 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$的定义域为$[-2,1]$,求实数 $a$ 的值.

**3.** 已知二次函数 $y=f_1(x)$ 的图象以原点为顶点且过点$(1,1)$,反比例函数 $y=f_2(x)$ 的图象与直线 $y=x$ 的两个交点间的距离为 8, $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$.

(1) 求函数 $f(x)$的表达式;

(2) 证明:当 $a>3$ 时,关于 $x$ 的方程 $f(x)=f(a)$ 有三个实数解.

## 六、拓展探究

**1.** 函数 $f(x)=\begin{cases}x,\ x\in P,\\ -x,\ x\in M,\end{cases}$ 其中 $P$, $M$ 为实数集 $\mathbf{R}$ 的两个非空子集,又规定 $f(P)=\{y\mid y=f(x),\ x\in P\}$, $f(M)=\{y\mid y=f(x),\ x\in M\}$,给出下列四个判断:

① 若 $P\cap M=\varnothing$,则 $f(P)\cap f(M)=\varnothing$; ② 若 $P\cap M\neq\varnothing$,则 $f(P)\cap f(M)\neq\varnothing$;

③ 若 $P\cup M=\mathbf{R}$,则 $f(P)\cup f(M)=\mathbf{R}$; ④ 若 $P\cup M\neq\mathbf{R}$,则 $f(P)\cup f(M)\neq\mathbf{R}$.

其中正确的判断有 (　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

**2.** 某工厂有一个容量为300吨的水塔,每天从早上6时起到晚上10时止供应该厂的生产和生活用水.已知该厂生活用水为每小时10吨,工业用水量 $W$(吨)与时间 $t$(小时,且规定早上6时 $t=0$)的函数关系为 $W=100\sqrt{t}$. 水塔的进水量分为10级,第一级每小时进水10吨,以后每提高一级,每小时进水量就增加10吨.若某天水塔原有水100吨,在开始供水的同时打开进水管,问进水量选择为第几级时,既能保证该厂的用水(水塔中水不空)又不会使水溢出?

**3.** 已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c\ (a>b>c)$ 的图象上有两点 $A(m_1,\ f(m_1))$, $B(m_2,\ f(m_2))$,且 $f(x)$满足 $f(1)=0$, $a^2+[f(m_1)+f(m_2)]a+f(m_1)\cdot f(m_2)=0$.

(1) 求证: $b\geqslant 0$;

(2) 求证: $f(x)$的图象被 $x$ 轴所截得的线段长的取值范围是$[2,\ 3)$;

(3) 能否得出 $f(m_1+3)$, $f(m_2+3)$ 中至少有一个为正数? 请证明你的结论.

# 第四单元

## 函数的性质

### 一、知识再现

**1.** 判断下列各函数的奇偶性：

(1) $f(x)=x^2-1$ ________；(2) $f(x)=x+x^3$ ________；(3) $f(x)=2$ ________；

(4) $f(x)=|x-1|$ ________；(5) $f(x)=|x|+2$ ________；(6) $f(x)=0$ ________；

(7) $f(x)=\frac{1}{x}+x\ (x\in[-2,0)\cup(0,2))$ ________；(8) $f(x)=x^2-x$ ________.

**2.** (1) 已知函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，则 $f(x)$ 为偶函数的充要条件是________，$f(x)$ 为奇函数的充要条件是________.

(2) 已知 $f(x)=ax^2+bx+3a+b$ 是偶函数，其定义域为 $[a-1,2a]$，则 $a=$________，$b=$________.

**3.** 请写出下列各函数的单调区间：

(1) $f(x)=3x-1$ ________；(2) $f(x)=\frac{1}{x}$ ________；

(3) $f(x)=-x^2+2x+1$ ________；(4) $f(x)=x^3$ ________；

(5) $f(x)=|x+1|$ ________；(6) $f(x)=\frac{1}{1-x}$ ________；

(7) $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-1}$ ________；(8) $f(x)=\log_2(x^2-1)$ ________.

**4.** 若对定义域内的任意 $x$，都有 $f(-x)=f(x)$，则函数 $f(x)$ 的图象关于________对称；若都有 $f(x)+f(-x)=0$，则 $f(x)$ 的图象关于________对称；若都有 $f(x+2)=f(x)$，则函数 $f(x)$ 具有性质________.

**5.** 函数 $f(x)$ 与 $f(-x)$ 的图象关于________对称，函数 $f(x)$ 与 $-f(x)$ 的图象关于________对称，函数 $f(x)$ 与 $-f(-x)$ 的图象关于________对称.

### 二、方法归纳

**1. 函数的奇偶性可从数与形两个角度进行判断**

①利用定义. ②利用函数图象的特征. 函数的图象关于 $y$ 轴对称⇔函数是偶函数；函数的图象关于原点对称⇔函数是奇函数.

函数 $y=f(x)$ 是奇函数或偶函数的必要条件是其定义域在数轴上所对应的点集关于原点对称.

**2. 判断函数 $y=f(x)$ 在 $x\in D$ 上单调递增(减)的方法**

① 运用定义. 任取 $x_1,x_2\in D$，设 $x_1<x_2$，作差 $f(x_2)-f(x_1)$（或作商），并将此式变形（变形主要有两个方向：变为积商，或变为非负数的和），判断 $f(x_2)-f(x_1)$ 的符号.