



中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数学

基础版

1

第一册

(修订本)

主编 乔家瑞



语文出版社

<http://www.ywcbs.com>

中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

数 学

基础版

第一册

(修订本)

主 编 乔家瑞
责任主审 李文林
审 稿 包芳勋 姜广峰

语 文 出 版 社

中等职业教育国家规划教材

数 学

基础版

第一册

(修订本)

主编 乔家瑞

*

语文出版社出版

100010 北京朝阳门南小街51号

E-mail: ywp@ywchs.com

新华书店经销 北京通州皇家印刷厂印刷

*

787毫米×1092毫米 16开本 8.75印张 224千字

2004年5月第2版 2006年3月第8次印刷

定价: 8.80元

ISBN 7-80126-753-2/G·507

本书如有缺页、倒页、脱页, 请寄本社发行部调换。

中等职业教育国家规划教材

出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据教育部关于《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》（教职成〔2001〕1 号）的精神，我们组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从 2001 年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教学大纲（课程教学基本要求）编写，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

2001 年 5 月

前 言

本教材编写的指导思想是：

1. 切实落实新《大纲》精神。新《大纲》继承和发扬了以往我国中等职业教育数学大纲的优良传统，致力于弥补我国中等职业学校数学教育的不足，建立了实施素质教育的中等职业学校数学课程的新体系，并首次正式提出使用计算器计算、要求形成基本计算工具使用能力的问题，为数学教学改革提出了新课题。基于对新《大纲》的理解和认识，我们完全按照新《大纲》的要求编写教材，《大纲》要求什么内容就编进什么内容，《大纲》要求编写到什么程度就编到什么程度，以使《大纲》精神切实得到落实。

2. 加强改革意识，加大改革力度。在教材编写中，要在培养学生创新意识和实践能力上多下功夫，这是一个重要目的和一条基本原则，是实施素质教育的核心。为了充分体现这一指导思想，我们在教材的编写中，力求突出知识的交汇性、再生性及应用性，建立数学教学的全新模式。在教材的编写中，尽可能地吸纳国内外数学教材编写的先进思想、方法和经验，走创新之路，努力编出职教特色，编出新特色，编出自己的特色。

3. 把握学生的认知规律。在教材编写中，我们认真遵循知识发生、发展的客观规律，从学生的年龄特征和现有的知识水平出发，尽量贯彻深入浅出，由易到难，由实际到抽象，循序渐进的原则；注意了教材的系统性、科学性以及各部分内容的相互独立；还兼顾了与专业课程的衔接。

4. 加强教材的实用性和适用性。在教材的编写中，我们充分考虑到我国地域辽阔，各地经济、文化发展不平衡，职教专业多等实际情况，力求使教材适用于不同地区、不同类型的职业学校，适合于不同专业、不同学习程度的学生使用。

二

本教材有如下特点：

1. 注重在知识浅层挖掘。从教学改革的要求和教学实际出发，教材将最基础部分的知识，从不同的起点、不同的层次、不同的侧面，进行了变通性强化、方法性强化和对比性强化，从而使基础知识得到充实、丰富和发展。

2. 注重培养学生的创新意识和实践能力。教材在内容的安排上，切实落实新《大纲》的认知要求三层次（了解、理解、掌握）和能力培养六方面（基本运算能力、基本计算工具使用能力、空间想像能力、数形结合能力、简单实际应用能力、逻辑思维能力）的要求，注重培养学生的创新意识和实践能力。

3. 注重加强学法指导，教会学生学习。进行学习方法的指导，教材除了在各章节的内容上不断渗透外，在每章之后，还专门编入了“学法指导”的内容，集中指导学习方法，让学生在知识学习的同时，不断地改进学习方法，逐步掌握科学的思维方式。

4. 注重让学生参与实现教育目标的过程，寓教学方法于教材之中。教材十分重视学生

的认识过程和探索过程。例如,在概念、定理、公式后,安排“想一想”的内容,提出具有启发性的问题,让学生进行思考、讨论。又如,安排让学生根据要求自己编制题目的内容,使学生动手动脑,把课堂教学变成师生的共同活动。再如,教材中的例题,除了给出解法外,还在解法前安排分析,解法后安排小结,为学生自学创造条件。还适当地安排了“阅读空间”的内容,提供有关材料供学生课外阅读或课堂上讨论。

5. 在例题和习题的编排上有较大改革。主要是:把例题和习题的题量、难度进行量化;引进客观题,增加开放题和建模题等新题型;采用串联成组的方法,以使发挥题目的个体功能转变成发挥题目的整体功能;选择富有代表性、启发性的题目,进行详尽透彻的分析,并在此基础上进行横向或纵向的演变,最大限度地发挥题组的潜在功能;在适当位置设计“条件填充题”或“结论填充题”,以缩小知识跨度,减少学习困难。

6. 《教学参考书》从内容到形式,都有较大突破。在“教参”的编写中,将教学参考、进修、考核三项内容融为一体。以教材中的章为编写单位,安排了如下内容:教材分析、课时分配、优秀课程设计介绍、能力素质培养措施、专题研究、资料汇编、习题思路分析与解答等。

三

为了编写出高质量、高水平的面向 21 世纪中等职业教育国家规划教材,我社成立了国家规划中等职业文化基础课教材编写委员会。编委会主任:史习江;编委会副主任:杨曙望;编委会委员(按姓氏笔画排列):王立善、王晓庆、方鸣、史习江、李建国、乔家瑞、杨克、杨曙望、张程、赵大鹏、赵曾、隆林、戴宗显。

本教材共四册,供两学年四学期使用,每学期一册。每册教材均有配套《教学参考书》和《练习册》。为满足中职学生参加高职、成考、自考等各类高等教育升学考试的需要,另配有《数学复习考试教科书》。

本教材由乔家瑞任主编,主审是罗声雄。

参加编写方案讨论及教材编写的有岳荫巍、彭林、张秋立、陈斯、李励信、朱林、王永琛、逯新丽、张宗慈、马仲华、孙满立、王匡强、蒙锦杰、方曦、王刚、伊全才、钟致诚、方鸣、张程、周土其等。

责任编辑是张程。

语文出版社

2001 年 5 月

修 订 说 明

为了全面、深入地落实《中等职业学校数学教学大纲（试行）》的精神，加强改革意识，加大改革力度，我们召开了多种形式的座谈会，进行了多方面的调查研究。通过调查研究使我们认识到，教材在使用过程中，应根据实际情况及时地进行修订，使之不断完善和提高。在保持教材原有特色的前提下，于2004年初我们对教材进行了较大幅度的修订，使教材更加贴近中职数学教学的实际情况，更全面地贯彻素质教育思想。

本教材此次主要在以下几方面进行了修订：

教材针对学习价值和应用价值不大的内容、对部分选学内容进行了删减或改为阅读空间内容；降低了习题难度，为此增加了由最简单、最基本题目组成的A组题，同时删去了原有的难度较大的题目；增加了内容新颖独特的阅读空间；用“小结”取代了“学法指导”；使之更加实用。这样，教材的整体难度有所下降。

对教学参考书中的课堂教学设计，做了大幅度的加工润色，增加了具有中职数学教学特点的教学设计，及对重点知识和有难度内容的教学设计。同时，教学参考书也对能力素质培养措施、专题研究、资料汇编内容做了部分增补。

参加本次教材修订及编写工作的有乔家瑞、张秋立、彭林、张程，主编仍由乔家瑞担任。

语文出版社

2004年3月

目 录

第一章 集合与逻辑用语

一 集合	(1)
1.1 集合	(1)
1.2 集合的表示法	(3)
1.3 集合之间的关系	(5)
1.4 集合的运算	(8)
二 逻辑用语	(16)
1.5 逻辑用语	(16)
1.6 四种命题	(21)
1.7 充要条件	(25)
小结	(28)

第二章 不等式

2.1 不等式的性质	(33)
2.2 区间	(39)
2.3 一元二次不等式及其解法	(42)
2.4 分式不等式及其解法	(47)
2.5 含绝对值的一元一次不等式及其解法	(49)
小结	(51)

第三章 函数

一 函数的概念	(57)
3.1 函数	(57)
3.2 函数的表示法	(61)
3.3 分段函数	(65)
二 函数的单调性和奇偶性	(69)
3.4 函数的单调性	(69)
3.5 函数的奇偶性	(71)
三 反函数	(75)
3.6 反函数	(75)
四 函数的应用	(78)
3.7 待定系数法	(78)
3.8 函数的应用	(79)
小结	(82)

第四章 指数函数与对数函数

一 指数	(90)
------	--------

4.1 整数指数幂	(90)
4.2 分数指数幂	(92)
二 指数函数	(96)
4.3 指数函数的定义、图像和性质	(96)
4.4 指数函数的应用	(101)
三 对数	(103)
4.5 对数	(103)
4.6 对数运算法则	(106)
四 对数函数	(110)
4.7 对数函数的定义、图像和性质	(110)
4.8 对数函数的应用	(114)
小结	(118)
[附录] 函数计算器的功能简介	(124)

第一章 集合与逻辑用语

一 集 合

1. 九个基本概念：集合、元素、子集、真子集、交集、并集、全集、补集、集合相等
2. 集合元素的三个特征：确定性、互异性、无序性
3. 两种表示法：列举法与描述法
4. 三种集合运算：求交集、求并集、求补集
5. 数学符号：“ $\in$ ”，“ $\notin$ ”，“ $\emptyset$ ”，“ $\subseteq$ ”，“ $\subsetneq$ ”，“ $\supsetneq$ ”，“ $\cap$ ”，“ $\cup$ ”，“ I ”，“ $C_I A$ ”
“ N ”，“ Z ”，“ Q ”，“ R ”

我们在日常生活、生产和学习实践中，常常会接触集合的问题。它是近代数学的基础之一，也是科学技术不可缺少的工具。

1.1 集合

在初中数学中，我们已经接触过“集合”一词。

在初中代数里学习数的分类时，就用到“正数的集合”“负数的集合”等。此外，对于一元一次不等式

$$2x - 1 > 3,$$

所有大于2的实数都是它的解。我们也可以说，这些数组成这个不等式的解的集合，简称为这个不等式的解集。

在初中几何里学习圆时，说圆是平面内到定点的距离等于定长的点的集合。一般地，几何图形都可以看成是点的集合。

某些指定的对象集中在一起就成为一个集合，集合中的每个对象叫做这个集合的一个元素。例如，某职业中学高一（1）班就是一个集合，这个班的每个同学就是这个集合的一个元素。参加雅典奥林匹克运动会的中国体育代表团是一个集合，每位运动员（或教练员、工作人员）是这个集合的一个元素。

练一练：

你能举出集合的一个例子吗？该集合的元素是什么呢？

从以上例子我们看到：

（1）组成集合的元素都是确定的。例如，参加雅典奥林匹克运动会的中国体育代表团，谁是这个代表团成员，谁不是成员，都是明确的。

(2) 由一些元素组成集合时, 每个元素不能重复出现. 例如, 某职业中学高一(1)班, 在这个班的花名册上每位同学的名字只出现一次.

(3) 由于集合是由一些元素组成的整体, 因此不去考虑这些元素的排列次序. 例如, 由正数 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 组成的集合与由 $\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{3}$ 组成的集合是同一个集合.

综上所述, 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性.

例1 下列各题中所指的对象是否能组成集合? 并说明理由.

- (1) 小于5的正整数;
- (2) 好看的图画;
- (3) 本班里所有的座位;
- (4) 学校里的高个子学生;
- (5) 非常大的数.

分析: 根据集合中的元素具有确定性的特点, 要判断一个对象是不是集合的元素, 要有确切的标准.

解: (1), (3) 都能组成集合, 因为每一个对象都是确定的.

(2), (4), (5) 都不能组成集合. 因为没有确切的标准用来判断一张图画“好看”与否; 在“高个子”与“不是高个子”之间, 没有规定身高界限; 数目大小的程度也没有明确的范围.

练一练:

- (1) 举出两个能构成集合的实例, 再举出两个不能构成集合的实例.
- (2) 下列各组对象的全体是否能够分别组成集合?

- ① 很小的分数;
- ② 质量好的电视机;
- ③ $3, 1, 5, \sqrt{9}, 5^0$.

我们一般用大括号表示集合, 上面例题(1)、(3)的两个集合就可以分别表示成 $\{1, 2, 3, 4\}$ 与 $\{\text{本班里所有的座位}\}$. 为了方便起见, 我们还经常用大写的英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合. 例如, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{\text{本班里所有的座位}\}$.

下面是一些常用的数集及其记法.

全体非负整数的集合, 简称**非负整数集**(或**自然数集**), 记做 $\mathbf{N}$; 全体正整数的集合, 简称**正整数集**, 记做 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$;

全体整数的集合, 简称**整数集**, 用 $\mathbf{Z}$ 表示;

全体有理数的集合, 简称**有理数集**, 用 $\mathbf{Q}$ 表示;

全体实数的集合, 简称**实数集**, 用 $\mathbf{R}$ 表示.

为了方便, 还用 $\mathbf{Q}_+$ 表示正有理数集, $\mathbf{Q}_-$ 表示负有理数集; $\mathbf{R}_+$ 表示正实数集, $\mathbf{R}_-$ 表示负实数集.

集合的元素通常用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 来表示.

2 是自然数, 我们就说 2 属于 $\mathbf{N}$, 记做 $2 \in \mathbf{N}$.

-2 不是自然数, 我们就说 -2 不属于 $\mathbf{N}$, 记做 $-2 \notin \mathbf{N}$, 或者记做 $-2 \in \mathbf{N}$.

一般地, 如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于 A , 记做 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的

元素,就说 a 不属于 A , 记做 $a \notin A$ 或者 $a \bar{\in} A$.

例 2 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1) 0 _____ $\mathbf{N}$; (2) 0 _____ $\mathbf{N}_+$; (3) 0 _____ $\mathbf{Z}$;

(4) $\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{Z}$; (5) 5 _____ $\mathbf{R}$; (6) $\frac{1}{3}$ _____ $\mathbf{Q}$;

(7) $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{Q}$; (8) $-\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{Q}$.

解: (1) $\in$; (2) $\notin$; (3) $\in$; (4) $\notin$; (5) $\in$; (6) $\in$; (7) $\notin$; (8) $\in$.

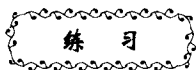
要注意符号“ $\in$ ”是表示元素与集合之间的一种个体与整体的属于关系,在“ $\in$ ”的两边分别是元素、集合.

练一练:

判断下列各题所表示的关系是否正确:

(1) $1 \in \mathbf{Z}_+$; (2) $-\frac{3}{2} \in \mathbf{Q}$; (3) $\pi \in \mathbf{Q}$;

(4) $\sqrt{2} \in \mathbf{R}$; (5) $-3 \in \mathbf{Z}$; (6) $0 \in \mathbf{R}_+$.



1. 指出下列各题中所指的对象是否能组成集合,并说明理由:

- (1)著名的运动员; (2)英文的 26 个字母;
(3)本校篮球队的全体队员; (4)乐于奉献的人;
(5)非常接近 1 的数; (6)全体大于 10 的自然数.

2. 说出下面集合中的元素:

- (1) $\{ \text{大于 3 小于 11 的偶数} \}$; (2) $\{ \text{平方等于 1 的数} \}$.

3. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) -3 _____ $\mathbf{N}$; (2) 3.14 _____ $\mathbf{Q}$; (3) $\frac{1}{3}$ _____ $\mathbf{Z}$;

(4) $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{R}$; (5) $-\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{R}$; (6) 0 _____ $\mathbf{Q}$.

1.2 集合的表示法

表示集合的方法通常有两种:列举法和描述法.

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内,这种表示集合的方法,叫做列举法.

例如,由小于 5 的正整数所组成的集合,可以表示为

$\{1, 2, 3, 4\}$ 或 $\{3, 4, 1, 2\}$ 等.

又如,方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 所有的解组成的集合(简称解集),可以表示为

$\{1, 2\}$ 或 $\{2, 1\}$.

又如,地球上的四大洋组成的集合可以表示为

$\{ \text{太平洋, 大西洋, 印度洋, 北冰洋} \}$.

集合中含有有限个元素时,叫做**有限集**,含有无限个元素时,叫做**无限集**.由于无限个元素不可能一一写出,所以有的无限集可以写出其中有限几个元素后再加三点“...”来表示.例如,由所有2的正整数倍数组成的集合,可以表示为

$\{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}$, 其中 n 表示正整数.

一个集合可能只有一个元素.例如,既不是正数又不是负数的实数集合中就只有一个元素0.用列举法可以把这个集合表示为 $\{0\}$. 要注意 $\{0\}$ 与 0 有着本质的区别: $\{0\}$ 表示只有一个元素0的集合,0表示这个集合中的一个元素.又如,由地球的卫星(非人造卫星)构成的集合,也只有一个元素,它可以表示成 $\{\text{月亮}\}$.

想一想:

由平方等于-1的实数组成的集合是什么样子呢?

平方等于-1的实数是不存在的,因此上述集合不含任何元素.我们把不含任何元素的集合叫做**空集**,用符号 $\emptyset$ 表示.

想一想:

- (1) 数0与集合 $\emptyset$ 有什么区别?
- (2) 集合 $\{0\}$ 与 $\emptyset$ 有什么区别?

2. 描述法

想一想:

不等式 $x - 1.5 < 0$ 的解集怎样表示? 用列举法行吗? 如果不行,怎么办?

不等式 $x - 1.5 < 0$ 的解集有无穷多个元素,而且无法一一列举出来,因此不能用列举法表示这个集合.克服困难的办法是,抓住这个集合的元素具有的特征:它们是实数,并且小于1.5.于是我们可以把这个集合表示成

$\{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x < 1.5\}$.

其中大括号内竖线左边的 x 是这个集合的代表元素,竖线右边写的是这个集合的元素的共同性质,这种表示集合的方法叫做**描述法**.

有些集合用描述法表示时,可以省去竖线和它的左边部分.例如,由所有锐角三角形所组成的集合,可以表示为

$\{\text{锐角三角形}\}$.

练一练:

分别用列举法和描述法表示下列各题中的集合:

- (1) 大于-2,并且小于4的整数;
- (2) $x^2 - x - 2 = 0$ 的解集.

例1 写出集合 $\{a | a \text{ 是正整数, 并且 } a \text{ 是 } 6 \text{ 的因数}\}$ 的所有元素.

分析: 因为 a 是正整数,又因为 a 是6的因数,而6只能分解成 $1 \times 6, 2 \times 3$, 所以满足这两个条件的数只有1, 2, 3, 6.

解: 集合 $\{a | a \text{ 是正整数, 并且 } a \text{ 是 } 6 \text{ 的因数}\}$ 中的所有元素是1, 2, 3, 6.

例2 用描述法表示下列集合:

- (1) $\{1, 3, 5, 7\}$;

$$(2) \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10} \right\}.$$

解: (1) 可以表示为 $\{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}_+, n \leq 4\}$;

(2) 可以表示为 $\left\{x | x = \frac{1}{2n}, n \in \mathbf{N}_+, n \leq 5\right\}$.

练习

1. 用适当的方法表示下列元素构成的集合:

(1) 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星;

(2) 火药、指南针、造纸术、印刷术;

(3) 长江、黄河、珠江、黑龙江;

(4) 面积等于 10cm^2 的三角形;

(5) 10 的整数次幂.

2. 把下列集合用列举法表示出来:

(1) $\{x | 10 < x < 20 \text{ 且 } x \text{ 是 } 6 \text{ 的倍数}\}$;

(2) $\{x | x^2 - 1 = 0\}$;

(3) $\{x | x^2 + 3 = 3\}$;

(4) $\{\text{相反数等于本身的数}\}$.

3. 用另一种方法把下列各个集合表示出来:

(1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$;

(2) $\{x | x^2 + 2x - 3 = 0\}$;

(3) $\{12 \text{ 的正因数}\}$;

(4) $\{\text{北京市}\}$.

4. 举出两个空集的实例.

5. 举出一个有限集和一个无限集, 并把每一个集合分别用列举法和描述法表示出来.

1.3 集合之间的关系

给出两个集合, 我们来讨论它们之间可能有什么关系.

1. 子集

观察下面的集合:

(1) $A = \{\text{本校高中一年级同学}\}$,

$B = \{\text{本校高中一年级(1)班同学}\}$;

(2) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

$B = \{1, 3, 5\}$.

可以看到, 集合 B 的每一个元素都是集合 A 的元素, 在这种情况下, 我们把集合 B 叫做集合 A 的**子集**.

一般地, 对于两个集合 A 和 B , 如果集合 B 的每一个元素都是集合 A 的元素, 那么, 集合 B 叫做集合 A 的**子集**, 记做

$$B \subseteq A \text{ 或 } A \supseteq B,$$

读做“ B 包含于 A ”, 或“ A 包含 B ”.

例如, 前面所举两例中, 都是 $B \subseteq A$.

当集合 B 不包含于集合 A , 或集合 A 不包含集合 B 时, 则记做

$$B \not\subseteq A \text{ (或 } A \not\supseteq B).$$

例如, 给定两个集合

$$A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}.$$

由于集合 B 中有元素 3, 不属于集合 A , 所以 B 不是 A 的子集, 记做 $B \not\subseteq A$; 又由于集合 A 中有元素 0, 不属于集合 B , 所以 A 不是 B 的子集, 记做 $A \not\subseteq B$.

想一想:

设 A 是任意一个集合, 那么 A 是 A 的子集吗? 为什么?

由于 A 的每一个元素都属于 A , 因此 A 是 A 的子集, 即 $A \subseteq A$. 这表明, 任何一个集合都是它本身的子集.

我们还规定: 空集是任何集合的子集. 也就是说对于任何集合 A , 都有

$$\emptyset \subseteq A.$$

要注意符号 “ $\subseteq$ ” 是表示集合与集合之间的包含关系, 一般地说, 是部分与整体的关系. 在符号 “ $\subseteq$ ” 的两边都是集合.

想一想:

符号 “ $\in$ ” 与 “ $\subseteq$ ” 的应用对象有什么不同?

例 1 写出集合 $A = \{-1, 0, 1\}$ 的所有子集.

分析: 集合 A 中的任意 1 个, 2 个, 3 个元素组成的集合及空集, 都是集合 A 的子集.

解: 集合 A 的所有子集是 $\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}$.

2. 真子集

想一想:

上述例子中, $\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}$ 都是集合 A 的子集. 前 7 个子集与集合 A 的关系有什么共同点?

对于集合 A 的前 7 个子集中的每一个, 集合 A 中至少有一个元素不属于它. 例如, 0 不属于子集 $\{-1, 1\}$.

一般地, 如果集合 B 是集合 A 的子集, 并且集合 A 中至少有一个元素不属于集合 B , 那么集合 B 叫做集合 A 的**真子集**, 记做

$$B \subsetneq A \text{ (或者 } A \supsetneq B).$$

显然, 空集是任何非空集合的真子集. 也就是说, 对任何非空集合 A , 总有

$$\emptyset \subsetneq A.$$

为了直观起见, 我们可以用图形来表示集合. 通常用一条封闭曲线所围成的区域来表示一个集合, 封闭曲线内部的点表示这个集合的元素, 如图 1-1 (1). 用圆或矩形来表示集合的图叫做文氏图. 图 1-1 (2) 表示集合 B 是集合 A 的子集; 图 1-1 (3) 表示集合 B 不是集合 A 的子集.

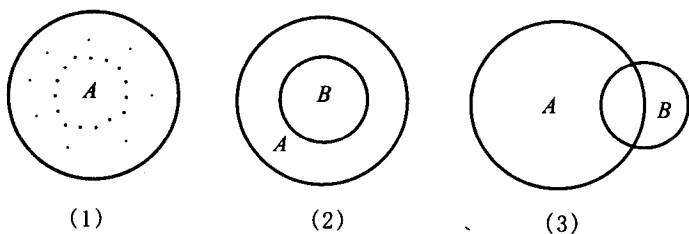


图 1-1

例 2 指出下面各集合之间的关系，并用文氏图表示。

$A = \{\text{平行四边形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, $C = \{\text{矩形}\}$, $D = \{\text{正方形}\}$.

解: $D \subsetneq B \subsetneq A$; $D \subsetneq C \subsetneq A$, 如图 1-2 所示。

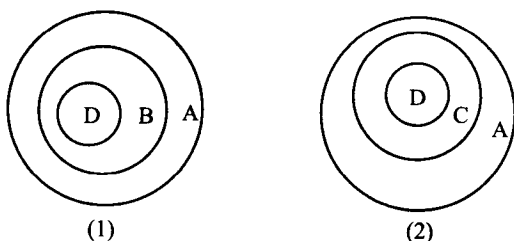


图 1-2

练一练:

指出下面四个集合之间的关系，并用文氏图表示：

$A = \{\text{四边形}\}$, $B = \{\text{平行四边形}\}$, $C = \{\text{矩形}\}$, $D = \{\text{正方形}\}$.

想一想:

如果集合 $A \subsetneq B$, $B \subsetneq C$, 那么集合 A 与集合 C 是什么关系? 举例说明。

3. 集合的相等

已知集合: $A = \{x | (x+1)(x+2)=0\}$, $B = \{-1, -2\}$, 它们的元素完全相同, 只是表示方法不同。

一般地, 如果两个集合的元素完全相同, 那么我们就说这两个集合相等。集合 A 等于集合 B , 记做

$$A = B.$$

由相等的定义, 可知

如果 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$, 则 $A = B$; 反之, 如果 $A = B$, 则 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$.

例 3 指出以下两个集合之间的关系:

(1) $A = \{2, 4, 5, 7\}$, $B = \{2, 5\}$;

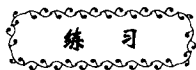
(2) $P = \{x | x^2 = 1\}$, $Q = \{-1, 1\}$;

(3) $C = \{\text{奇数}\}$, $D = \{\text{整数}\}$.

解: (1) $B \subsetneq A$; (2) $P = Q$; (3) $C \subsetneq D$.

练一练:

写出两个表达形式不同的相等的集合.



1. 写出集合 $A = \{s, t\}$ 的所有子集和真子集.
2. 指出下面集合之间的关系, 并用文氏图表示:
 $A = \{\text{三角形}\}; \quad B = \{\text{等腰三角形}\};$
 $C = \{\text{等边三角形}\}; \quad D = \{\text{等腰直角三角形}\}.$
3. 指出下面集合之间的关系:
(1) $A = \{x | x^2 - 9 = 0\}, B = \{-3, 3\};$
(2) $A = \{x | |x| = 1\}, B = \{-1, 1\}.$
4. 已知 $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$, 下列各种写法哪个正确, 哪个不正确?
(1) $1 \in A;$ (2) $0 \notin A;$ (3) $\{1\} \in A;$
(4) $1 \subseteq A;$ (5) $\{0\} \subseteq B;$ (6) $\{1\} \subseteq A;$
(7) $\emptyset \subseteq A;$ (8) $A \subseteq B;$ (9) $B \subseteq A.$
5. 把下列各题中的集合或元素用符号“ $\in$ ”或“ $\subseteq$ ”“ $\subsetneq$ ”连起来.
(1) $0 \underline{\hspace{1cm}} \{-1, 0\};$ (2) $\{0\} \underline{\hspace{1cm}} \{-1, 0\};$
(3) $0 \underline{\hspace{1cm}} \{0\};$ (4) $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{0\};$
(5) $\{x | x \geq 5\} \underline{\hspace{1cm}} \{x | 5 < x < 7\}.$
6. 在下列各题中, 关系式“ $A \subseteq B$ ”“ $B \subseteq A$ ”“ $A \subsetneq B$ ”“ $B \subsetneq A$ ”“ $A = B$ ”哪些可以成立?
(1) $A = \{5, 10, 15\}, B = \{5, 10\};$
(2) $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{x | x \text{ 是 } 6 \text{ 的正因数}\};$
(3) $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 3, 5\}.$

1.4 集合的运算

1. 交集

雨后天晴, 天空出现的彩虹的颜色集合是

$$A = \{\text{红, 橙, 黄, 绿, 青, 蓝, 紫}\},$$

一种国产丝绸的颜色集合是

$$B = \{\text{红, 黄, 蓝, 白}\}.$$

其中彩虹与丝绸相同的颜色组成的集合是 $\{\text{红, 黄, 蓝}\}$.

可以看出, $\{\text{红, 黄, 蓝}\}$ 是由集合 A 与集合 B 的公共元素组成的一个新的集合.

一般地, 对于两个集合 A 与 B , 由它们的所有公共元素组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集, 记做

$$A \cap B,$$

读做“ A 交 B ”.

所谓公共元素, 就是既属于集合 A 又属于集合 B 的元素, 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$