北京市华罗庚学校奥林匹克系列丛书

奥林匹克小学数学讲座

中国人民大学附中编

4+5=9

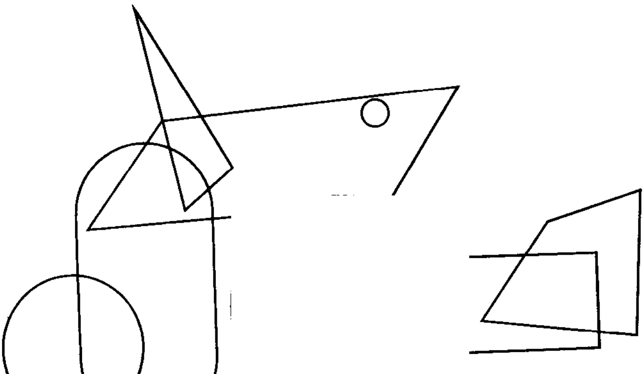
2×3=6

中国大百科全书出版社

北京市华罗庚学校奥林匹克系列丛书

奥林匹克
小学数学讲座

中国人民大学附中　编



中国大百科全书出版社
北京・1996

奥林匹克小学数学讲座

编　　者：中国人民大学附中
主　　编：刘彭芝
责任编辑：简菊玲
封面设计：李　旻
技术设计：翟　铭

出版发行：中国大百科全书出版社
（北京阜成门北大街 17 号　100037）
印　　刷：北京通县华龙印刷厂
经　　销：新华书店总店北京发行所

版　　次：1996 年 7 月第 2 版
印　　次：1996 年 7 月第 1 次印刷
印　　张：10.625
开　　本：787×1092　1/32
字　　数：220 千字
印　　数：1—10000
ISBN 7—5000—5653—2/G・133
定　　价：9.80 元

前　　言

北京市华罗庚学校是由中国科学院华罗庚实验室、中国科技大学和中国人民大学附中联合创办的，是中国人民大学附中超常教育体系的重要组成部分。其办学目标是为国家大面积早期发现与培养现代杰出科技人才开辟一条切实可行的途径，为我国教育事业面向现代化、面向世界、面向未来的战略方针探索一项行之有效的举措。在这里，一大批高级教师、大学教授和研究员精心执教，一批批数理超常儿童茁壮成长。华校全体师生缅怀我国著名数学家华罗庚教授，崇尚他为国为民鞠躬尽瘁的高贵品质，决心沿着他的路继续走下去，在教育改革的时代大潮中争做弄潮儿，为实现中华民族重振雄风的宏图大业甘当马前卒。

超常教育与早期教育，为当今各国教育家、心理学家所重视。超常教育研究得到了各国政府以及有远见卓识的社会各界人士的支持和赞助。他们认为，早期教育一旦在世界范围内推广成功，给世界带来的巨大影响，远比世界上任何一次科技革命和产业革命更深刻、更广泛。在前苏联，国家开办有各类天才学校，用于培养科技文体方面的超常儿童。在美国，控制论的创立者、“神童”维纳就是家庭和学校共同精心培育成功的典型。

近年来，我国众多有识之士在改革开放、建设有中国特色社会主义的宏图大业感召下，投身超常教育事业，辛勤耕

耘，刻苦研究，已经取得可喜的成果。超常教育是人类教育史上的一大进步。然而，不言而喻，超常教育又是一个异常复杂的新的教育课题。不论是历史上还是现实生活中，少年出众，而成年寻常的人比比皆是。究其原因，往往在于成长环境不佳，而主要则是未能在超常教育理论指导下施以特殊教育的结果。因此，我们必须更新教育观念，采取新的教育理论和方法，把大批聪慧儿童培养成为高科技时代的栋梁之材。创办华罗庚学校的主旨，就在于探索一条使那些天资优异的孩子们，既不脱离群体，以免身心畸形发展，又使他们的才华得以充分开发的可行之路。

七百多年前，英国思想家、现礁实验科学的先驱罗吉尔·培根曾说："数学是科学的大门和钥匙。"时至今日，人们更加清楚地看到了数学在现代教育中占据着永恒的地位。当今世界，自然科学、社会科学和数学已发展成为三足鼎立之势，而数学更是各门科学发展的基础；科学和技术的迅猛、巨大的进步，主要就是得益于数学的现代发展，特别是数学在物理学、生物学以及社会科学中的纵深渗透。因此，华校在以数学为带头学科的施教前提下，同时又鼓励学生们在自己感兴趣的其他课程，如物理、化学、生物、外语、计算机等学科中开拓进取，施展才华。这样，近而言之，希望他们在运用中体验数学的思维模式和神奇魔力；远而图之，则是为他们日后发展的多价值取向打下全面的科学文化素质的坚实基础。

华校采取科学的教学方法，进行开放式教学，努力开发学生的潜在能力，对学生实行超前教育。除由人大附中选派经验丰富的优秀教师任教外，还聘请中国科学院、中国科技

大学、北京大学、清华大学、中国人民大学以及北京师范大学等高校专家、教授来校办讲座。用最新的科技知识丰富学生的头脑，开阔他们的视野。

华校小学部属校外培训性质，从小学二年级选拔招生。入学后每周学习一次，寒暑假进行集中培训。招生时间定于每年10月份，招生范围以北京市为主，面向全国。届时小学各年级同时进行考试。录取时每个年级的前50名编为A班。几年来，华校小学部六年级A班的学生几乎百分之百被保送进入人大附中学习。初、高中部每个年级一个华校班，又称实验班。每年暑期，华校高中部聘请高等学校中的学科奥林匹克的高级教练来校讲授奥林匹克数学、物理、化学等知识，进行较强的针对性学习与训练，培养学生的独立思考、观察、分析和解决问题的能力，为他们参加区、市、全国乃至世界级的学科竞赛准备条件。

实践证明，华罗庚学校对超常儿童的培养方略是可取的。近十年来，华校为高一级学校输送了大量的学业优异的人才。以第一、二、三届试验班为例，三届毕业生总数为136人。其中，直接保送到国家第一流重点大学35人，占25.7%。参加高考的101人中，考入清华大学42人，占30.8%；北京大学41人，占30.1%；中国科技大学10人，占7%。总计考入上述三校为93人，加保送35人，总计为128人。第四届实验班又进一步：全班44人，保送9人，参加高考35人，高考平均分数为610.83分，数学平均分数为137分；总分数超过600分的有25人。不仅如此，还有数以千计的学生在区、市、国家乃至世界级的数理学科的竞赛中获奖夺魁，位居北京市重点中学之首。上述大量事实证明，一种新的教育理论和实

践，使得一批又一批英才脱颖而出，足以显示华罗庚学校的办学方向是正确的，教学是成功的。

更可喜的是：在探索办学的过程中，以华校为核心，造就并团结了校内外一大批具有新思想、新观念、肯吃苦、敢拼搏的优秀教师和教育专家。在这个来自平凡的教学科研岗位的不平凡的群体中，有多年工作在教学第一线的中小学高级教师，有近年来执着于数学、物理、化学、生物、计算机等学科奥林匹克活动的高级教练员，有中国科学院和各高等学校中教学科研上成绩卓著的专家教授。他们就像当年的华罗庚那样，做为人师，做为长者，着眼于祖国的未来，甘愿给下一代当人梯。狭义地说，他们是华校藉以成长、引以自豪的中流砥柱；广而言之，他们是推动中小学教育事业改革的一支特别劲旅；他们的教学经验和长期积累起来的教学资料更是我国中小学生在国内外学科奥林匹克赛场上争雄夺魁的无价“法宝”。

今天，在对华校创办十余年的经验进行总结时，我们可以说，在朝着自己的办学目标的不懈奋斗中，华校具有四大办学特色：

第一，从娃娃抓起的早期智力开发；

第二，必名师启蒙的成功教育传统；

第三，在全面发展时力求业有专精；

第四，处强手如林中敢于应接挑战。

教材是教学质量的基本保证，也是教学的基础建设。高质量的教材，是建立在高水平的学术研究成果和丰富的教学经验的基础上的。因此，华罗庚学校开创了荟萃专家编书的格局，愿将《华罗庚学校奥林匹克系列丛书》奉献给广大教

师、中小学生及学生家长同享。目前已出版和即将出版的有《华罗庚学校数学试题解析》（小学部一册、中学部六册）、《华罗庚学校数学课本》（小学部六册、中学部六册）《奥林匹克中学数学讲座》、《奥林匹克小学数学讲座》、《华罗庚学校计算机教材》、《华罗庚学校图解英语》、《华罗庚学校模范作文》、《华罗庚学校物理试题》、《华罗庚学校物理教材》、《华罗庚学校化学教材》、《华罗庚学校化学试题》。这套丛书的编选者都是华校的骨干教师，他们为了共同的目标献出了自己多年的教学经验和最新的教学科研成果，因而使得这套丛书具有实用、新颖、通俗、严谨的特点。这些特点使全书别具一格，面目一新。我相信，它必将博得广大师生与家长的喜爱。

俗云："一花怒放诚可爱，万紫千红才是春。"华校在努力办学、完善自身的同时，诚望对国内中小学教学水平的提高微尽绵薄，诚望与其他兄弟学校取长补短，携手共进。"合抱之木，生于毫末，九层之台，起于垒土。"遥望未来，我们同呼志士之言：为中国在21世纪成为科技强国而献身。

作为本教材的主编，我谨以一个超常教育的积极参与者与组织者的名义，向各位辛勤的编著者致以衷心的谢意；恳请教育战线的前辈和同仁给予指导和推荐，也恳请广大师生在使用过程中提出宝贵的意见。

刘彭芝

目　　录

第一讲　速算与巧算（上）

学习数学离不开计算，在计算过程中，不但要求计算正确，还要做到迅速、合理、灵活．本节所讲的内容，是在我们已经学过四则运算的定律和性质的基础上，介绍整数、分数计算中如何速算与巧算的知识，以便提高计算的技能技巧．

一、整数四则运算技巧

1．运用加法运算定律巧算加法

加法运算定律，指的是加法交换律和结合律．常用的运算技巧如下：

①利用补数巧算加法．

如果两个数的和正好可以凑成整十、整百、整千，我们就说这两个数互为补数，其中的一个加数就叫做另一个加数的补数．如：$49+51=100$，49 和 51 互为补数；$450+550=1000$，450 和 550 互为补数．在加法计算中，如果能观察出两个加数互为补数，根据加法定律，可以把这两个数先相加，凑成整十、整百、整千，…这样计算起来比较简便．

例 1　（1）　$42+36+58$

$=(42+58)+36$

$=100+36=136$

（2）　$274+135+326+265$

$=(274+326)+(135+265)$

$=600+400=1000$

这两个例题，在计算中都是直接利用补数的，我们把这种方法叫做“直接凑补法”.

如果两个加数没有互补关系，我们可以间接利用补数进行巧算.

例 2　986＋238

解法 1：　$986+238$

$=1000-14+238$

$=1000+(238-14)$

$=1000+224=1224$

解法 2：　$986+238$

$=986+300-62$

$=(986-62)+300$

$=924+300=1224$

以上两种方法是把其中一个加数看作整十、整百、整千…，再去掉多加的部分（即补数），所以可称为“凑整去补法”.

解法 3：　$986+238$

$=(62+924)+238$

$=(62+238)+924$

$=300+924=1224$

解法 4：　$986+238$

$=986+(14+224)$

$=(986+14)+224$

$=1000+224=1224$

以上方法是把其中一个加数拆分为两个数，使其中一个

数正好是另一个加数的补数，所以可称为“拆分凑补法”.

②相接近的若干数求和.

下面的加法算式是若干个大小相接近的数连加.

例 3　$71+72+69+74+68+70+69$

经过观察，我们发现算式中 7 个加数都接近 70，我们把 70 称为“基准数”. 把这 7 个数看作 7 个 70 相加. 如果多加了，就减去；少加了，再加上，这样计算比较简便.

$$71+72+69+74+68+70+69$$
$$=70\times7+(1+2-1+4-2+0-1)$$
$$=490+3=493$$

要说明的是，算式中括号中的计算，不要按照从左到右的顺序去计算. 算式中的 1 和 -1，$+2$ 和 -2，可以“抵消”，直接划去. 如：$\cancel{1}+\cancel{2}-\cancel{1}+4-\cancel{2}+0-1=3$. 这样计算较简便.

③利用公式法求等差数列的和.

等差数列，是指每两个相邻的数之间差都相等的数列（数列中的数或者从小到大排列，或者从大到小排列）. 如：1、2、3、4、5、6、7 的“等差数”是 1，1、3、5、7、9 的“等差数”是 2，所以这两个数列都是等差数列. 等差数列求和，可以用公式：和＝（首项＋末项）×项数÷2.

例 4　$2+4+6+8+10+\cdots+98+100$

$$=(2+100)\times50\div2$$
$$=102\times50\div2$$
$$=5100\div2=2550$$

要说明的是，如果加数是奇数个，可以用“中项”直接乘以项数更为简便. 如：

$$11+13+15+17+19+21+23+25+27=19\times9=171$$

④找出规律，巧算加法．

对于比较难的题目，可以通过观察规律，把算式中的数有目的地拆分，重新组合，使计算化难为易．如：

例 5　$1999999+199999+19999+1999+199+19$

$=(2000000-1)+(200000-1)+(20000-1)$

$+(2000-1)+(200-1)+(20-1)$

$=2000000+200000+20000+2000+200+20-6$

$=2222220-6=2222214$

例 6　$1+2-3-4+5+6-7-8+9+10-11-12+13+\cdots+1990-1991-1992+1993$

通过观察可以发现，如果算式改写为：$1+(2-3-4+5)+(6-7-8+9)+(10-11-12+13)+\cdots+(1990-1991-1992+1993)$则括号内的运算结果都是 0．因此，原式 $=1+0+0+\cdots+0=1$．

2．利用减法性质的巧算

在小学教材中已经学过，从一个数里连续减去几个减数，可以从这个数里减去这几个减数的总和．用字母表示为：$a-b-c-e=a-(b+c+e)$，把所学的知识再扩展一步，我们还可以知道：

从一个数里减去几个数的和，可以从这个数里连续减去这几个数．用字母表示为：

$a-(b+c+e)=a-b-c-e$

从一个数里减去两个数的差，等于从这个数里减去第二个数，再加上第三个数．用字母表示为：$a-(b-c)=a-b+c$．反之，还可以知道：$a-b+c=a-(b-c)$．以上用字母表示的就是减法的性质．实际上所运用的就是“去括号”或

“添括号”的法则．去括号和添括号的原则是：在只有加减运算的算式中，当要去的括号（或要添的括号）前面是加号时，则去（或添）了括号后，括号内的运算符号不变．当要去的括号（或要添的括号）前面是减号时，则去（或添）了括号后，括号内的运算符号要改变，即原来的加号变为减号，原来的减号变为加号．

只要弄清了去括号或添括号的规律，减法性质是很容易记住的．例如：

$a-b-c-e=a-(b+c+e)$

$a-b+c=a-(b-c)$

以上两等式右边添了括号，括号前是“－”号，所以添上括号后，括号里面的运算符号要改变．又如：

$a-(b+c+e)=a-b-c-e$

$a-(b-c)=a-b+c$

以上两等式右边去掉了括号，原括号前面是“－”号，所以去括号后，原来括号里的运算符号要改变．

当一个数连续减去若干个数，而这些减数成等差数列时，可以运用添括号法则，再根据等差数列求和进行计算．

例 7　$3800-1-2-3-\cdots-80$

$=3800-(1+2+3+\cdots+80)$

$=3800-(1+80)\times 80\div 2$

$=3800-81\times 40=560$

根据加法交换律和结合律，可以把加数任意交换位置，使运算简便，而运算的结果不变．这种方法在减法或加减混合运算中也完全适用．但在交换位置时必须注意带符号“搬家”．如：$325+46-125+54$ 这一式题中，数字前面的符号则

为它本身的符号．我们所说的带符号“搬家”，带的就是这个符号．例如：＋54、－125、＋46，而本式中325前面没有符号，应看作＋325．带符号“搬家”不会改变运算的结果．如：

$325+46-125+54=300$

$325-125+54+46=300$

$325+54+46-125=300$

$54+46+325-125=300$

…

如果把带符号“搬家”与交换律、结合律，以及去括号、添括号法则配合使用，则会使运算简便．如：

例 8　$109+428-156+141-128-44$

我们可以利用带符号“搬家”的方法把适当的数凑在一起，再根据加法结合律及添括号法则使运算简便．

原式$=(109+141)+(428-128)-(156+44)$

$=250+300-200=350$

3．乘法中的速算和巧算

在小学阶段，已经学习了一些利用乘法交换律、结合律简算的方法，本节中仅把难度较大的巧算方法加以介绍．

①利用拆分法的巧算．

把一个因数，根据需要，拆分成两个因数．比如：见到一个因数是25，就要想到$25\times4=100$，见到因数125，就要想到$125\times8=1000$，那么从另一个因数中，就要有目的的拆分出4或8．如：

例 9　(1)　48×125

$=6\times8\times125$

$=6\times(8\times125)$

$=6000$

(2) $125\times5\times32\times5$

$=125\times5\times4\times8\times5$

$=(125\times8)\times(5\times5\times4)$

$=1000\times100=100000$

②间接利用乘法分配律进行巧算.

例 10 (1) 26×99 (2) 713×101

在计算过程中，我们把 99 转化为 100－1，把 101 转化为 100＋1，然后再利用乘法分配律简算：

(1) 原式 $=26\times(100-1)$

$=26\times100-26$

$=2600-26$

$=2574$

(2) 原式 $=713\times(100+1)$

$=713\times100+713$

$=71300+713$

$=72013$

③常见的特殊因数乘积的巧算.

i 求一个数乘以 5 的积.

一个数乘以 5，实际上就是乘以 10 的一半，因此可以把被乘数末尾添上一个 0（扩大 10 倍），再把所得的数除以 2（减半）即可. 如：

例 11 (1) 12864732×5

$=128647320\div2$

$=64323660$

(2) 2486682×5

$=24866820\div 2$

$=12433410$

由此可以联想到，如果一个数乘以 50、500，也可以采用这种办法，使计算简便.

ii 求一个数乘以 11 的积.

一个数乘以 11，可以把被乘数的各位数字依次排开，然后在下一行写上这个数首尾两个数字，中间再添上相邻两位数字之和（注意够 10 进 1），就是所求的结果.

例 12 13254638×11 草稿上写出

	1		3		2		5		4		6		3		8	
1		4		5		7		9		0		9		1		8
1		4		5		8		0		1		0		1		8

即 $13254638\times 11=145801018$

这种乘以 11 的速算可以总结成一句话，叫做“两边一拉，中间相加”.

4. 除法中的速算与巧算

①利用商不变性质的简便运算.

如果被除数和除数同时乘以或除以一个相同的数（这个数不等于零），所得的商不变. 利用这个性质，可以把“÷25”，“÷125”的一些计算题进行简便运算. 如：

例 13 （1）12400÷25 （2）374000÷125

解：（1） $12400\div 25$

$=(12400\times 4)\div(25\times 4)$

$=49600\div 100=496$

（2） $374000\div 125$

$=(374000\times 8)\div(125\times 8)$