GZXX

· 高级中学选修课教材 ·

GAOJI ZHONGXUE XUANXIUKE JIAOCAI

数学实用问题

（下册）

人民教育出版社中学数学室 编著

人民教育出版社

高级中学选修课教材

数学实用问题

（下　册）

人民教育出版社中学数学室　编著

人民教育出版社

高级中学选修课教材

数学实用问题

（下　册）

人民教育出版社中学数学室　编著

*

人民教育出版社 出版发行

网址：http：//www. pep. com. cn

北京四季青印刷厂印装　全国新华书店经销

*

开本：787 毫米×1 092 毫米　1/32　印张：8　字数：166 000

1993 年 11 月第 1 版　2006 年 6 月第 16 次印刷

印数：422 001～430 000

ISBN 7-107-01935-X
G・3613（课）　定价：3. 70 元

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版科联系调换。

（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编：100081）

出版说明

为了更好地贯彻教育方针，在使学生全面地打好基础的前提下，发展他们的兴趣和特长，增强适应社会生活和生产的能力，解决当前普通高中存在的文理分科，学生知识结构不尽合理，学生课业负担过重，不利于全面提高学生素质的问题，国家教育委员会颁布了《现行普通高中教学计划的调整意见》.

这个《调整意见》规定学科课程采取必修课与选修课两种形式，同时指出普通高中开设两种不同形式的选修课，一种是高中三年级开设的分科性选修课，一种是高中一、二年级开设的单课性选修课.

为满足各地实施《调整意见》的需要，我社编辑出版了部分供高中一、二年级开设单课性选修课教材，供各地选用. 它包括语文、数学、外语等学科，还包括计算机、环境教育、职业指导等学科. 从内容上看，这些选修课基本上可以分为以下两种类型：(1)与必修课相关的选修课教材，内容是必修课内容的拓宽和加深，如《文言文选读》、《简易逻辑和平面向量》、《一元二次函数与一元二次方程》；(2)与必修课联系不太密切，但对学生今后发展很有用的知识性或综合性选修课教材，如《数学实用问题》、《环境教育》、《程序设计》、《职业指导》等.

为了编好这套选修课教材，我社组织了长期从事教材编

写的专业人员和具有丰富教学经验的教师，以及有关的专家、学者、科研人员组成编写队伍，其中有些教材经过几年来的教学实践，取得了良好的效果，受到师生的好评和欢迎.

为适应教学需要，我社还将继续组织出版一部分选修课教材以及与其配套的教学参考书. 为了使选修课教材更加完善与充实，热烈欢迎广大教师、学生和关心教育的各界人士提出宝贵意见.

人民教育出版社

1993.1

前　　言

为了适应高中开设选修课的需要，我们选编了这本《数学实用问题》，供高中一、二年级单课性选修课选用.

学生学习数学，从感性认识上升到理性认识，还有一个再回到实践的过程，学生学到了数学知识，是一次飞跃；而要能够实际应用这些知识，则是又一次更重要的飞跃. 一般的数学习题，是数学知识的一种应用，不能加以忽视. 但是运用数学知识解决实际问题，则更是学生应用知识的一个重要方面.

本书选列了在生产劳动和科学技术中能用中学数学知识解决的一些实际问题. 涉及的范围有工业、农业、商业以至天文、地理、理化、生物等等方面. 按所用的数学知识由浅入深加以排列. 上册中的问题主要可用初中和高一的数学知识解决，下册中的问题主要可用高一和高二的数学知识解决. 每个问题都作为数学问题提出，然后加以解答，并对其中的实际情况和数学原理作了说明.

希望本书有助于选修读者复习巩固数学基础知识和基本技能，培养分析问题和解决问题的能力，了解数学知识是怎样应用于解决实际问题的，提高学习数学的兴趣，树立学好数学为祖国建设服务的正确目的，为今后参加生产劳动和进一步学习科学技术作好准备.

参加本书编写的有吕学礼、杨万里、康合太，责任编辑康合太.

对本书的缺点错误，敬请批评指出，以便改正.

人民教育出版社中学数学室

1993.8.

目　　录

一、方　　程

1. 轴承与轴在什么温度时密接？

在温度 20°C 时，轴承的直径是 15.000 厘米，轴的直径是 15.020 厘米. 温度每增高 1°C，直径增加原长的 0.000012.

1. 现把轴承加热到 270°C，那么把轴放进轴承中时，直径方面有多少空隙？

2. 如果轴的温度保持 20°C，而使轴承的温度从 270°C逐渐降低，那么到什么温度时轴承恰好与轴密接？

说明和解答：

1. 轴承从 20°C 加热到 270°C，温度升高 270°C－20°C＝250°C. 温度每增高 1°C，直径增加原长的 0.000012，所以轴承的直径增加

$$15\times0.000012\times250=0.045(\text{厘米}).$$

轴承直径原长是 15 厘米，所以 270°C 时轴承的直径是

$$15+0.045=15.045(\text{厘米}).$$

轴的直径是 15.020 厘米，所以把轴放进加热后的轴承中时，直径方面的空隙是

$$15.045-15.020=0.025(\text{厘米}).$$

2. 设在 x°C 时，轴承恰好与轴密接，就是说，轴承的直径恰好与轴的直径相等. 这时，轴承的温度比原来的温度 20°C

增加了$(x-20)$°C，所以轴承的直径比原长15厘米增加了$15\times0.000012\times(x-20)$厘米，而轴的直径是15.020厘米．因此可以列出方程：

$$15+15\times0.000012\times(x-20)=15.020.$$

解方程，得

$$x\approx131.$$

这就是说，温度近似于131°C时，轴承恰好与轴密接

2. 导线的截面积应是多大？

用一根导线导电，要产生电阻．电阻的大小由下式求出：

$$R=\frac{\rho l}{A}.$$

这里

R是这根导线产生的电阻（单位：欧姆）；

l是导线的长度（单位：厘米）；

A是导线的截面积（单位：厘米^2）；

ρ是导线所用材料的电阻率（单位：欧姆厘米）．

现在用某种材料制作一根导线，所用材料的电阻率是$\rho=0.003$欧姆厘米，要使这根导线的电阻是$R=0.2$欧姆，但因地位限制，导线的长度只能是$l=3$厘米，那么这根导线的截面积A应是多大呢？

说明和解答：

这个问题是已知ρ、R、l，求A的问题．从式子

$$R=\frac{\rho l}{A}$$

来看，因为分母中含有未知数 A，所以这是一个分式方程.

因为 A 和 R 都不等于零，所以上式可以两边同乘以 A，又同除以 R，就得

$$A=\frac{\rho l}{R}.$$

把 $\rho=0.003$，$l=3$，$R=0.2$ 代入上式，得

$$A=\frac{0.003\times 3}{0.2},$$

即

$$A=0.045(\text{厘米}^2).$$

这个值适合原方程.

就是说，这根导线的截面积应是 0.045厘米^2.

二、正反比例函数

1. 地球的质量是多少吨?

按照万有引力定律，两个质点之间的引力 F，与它们的质量 m_1 和 m_2 的积成正变，与它们之间的距离 d 的平方成反变.

怎样写出 F 与 m_1、m_2、d 之间的关系式呢?

球体之间的引力，等于把各个球体的质量全部集中在球心所成的两个质点之间的引力.

实验结果，一个质量为 5.8 吨的铅球，与另一个质量为2.9 千克的铅球，当球心相距 0.55 米时，两球之间的引力是 3.7×10^{-6} 牛顿.

怎样由此确定万有引力定律中的比例常数呢?

地球的半径是 6370 千米. 质量为 1 克的物体在地面附近受到的地心引力是 9.8×10^{-3} 牛顿，那么地球的质量是多少吨呢?

说明和解答:

F 与 m_1m_2 成正变，与 d^2 成反变，它们之间的关系式可以写成

$$F=\frac{km_1m_2}{d^2}, \qquad ①$$

式中 k 是比例常数，叫做万有引力常数.

以 $m_1=5.8\times10^3$(千克)，$m_2=2.9$(千克)，$d=0.55$(米)，$F=3.7\times10^{-6}$(牛顿)代入上式，得

$$3.7\times10^{-6}=\frac{k\times5.8\times10^3\times2.9}{0.55^2}.$$

解得

$$k=6.65\times10^{-11}\left(\frac{米^3}{千克\cdot秒^2}\right).$$

设地球的质量是 m_1(千克)，把 $m_2=0.001$ (千克)，$d=6370\times10^3$(米)，$F=9.8\times10^{-3}$(牛顿)，$k=6.65\times10^{-11}$ $\left(\frac{米^3}{千克\cdot秒^2}\right)$代入①式，得

$$9.8\times10^{-3}=\frac{6.65\times10^{-11}\cdot m_1\cdot0.001}{(6370\times10^3)^2}.$$

由此解得

$$m_1=6.0\times10^{24}(千克).$$

就是说，地球的质量约是六十万亿亿吨.

三、幂函数、指数函数、对数函数

1. 切削速度与工具寿命之间的关系是怎样确定的?

机床上使用工具,在其他条件相同的情况下,如果切削速度高,那么工具的寿命短;相反,如果切削速度低,那么工具的寿命长.

通过实践,知道在一定的条件下,切削速度V(米/分)与工具寿命T(分)之间的关系有下列形式:

$$VT^n=c. \qquad ①$$

这里n和c都是常数(就是在这个问题中不依V和T而变的数).

现在在车床上加工某种工件,试车的结果表明,切削速度是25.2米/分时,工具寿命是60分;切削速度是23.3米/分时,工具寿命是120分. 在这样的条件下,怎样由此确定①式中的常数n和c,从而确定切削速度V与工具寿命T之间的关系呢?

说明和解答:

已知切削速度V(米/分)与工具寿命T(分)之间的关系有下列形式:

$$VT^n = c. \quad ①$$

根据试车结果，$V=25.2$ 时，$T=60$；$V=23.3$ 时，$T=120$. 把 V 和 T 的这两对对应值分别代入①，得

$$25.2\times 60^n = c, \quad ②$$

$$23.3\times 120^n = c. \quad ③$$

②、③两式的右边都是 c，所以左边相等. 得

$$25.2\times 60^n = 23.3\times 120^n.$$

$$\frac{25.2}{23.3}=\frac{120^n}{60^n},$$

就是

$$\left(\frac{120}{60}\right)^n=\frac{25.2}{23.3},$$

也就是

$$2^n=\frac{25.2}{23.3}.$$

两边各取常用对数，

$$n\lg 2=\lg 25.2-\lg 23.3,$$

$$\therefore \quad n=\frac{\lg 25.2-\lg 23.3}{\lg 2}=\frac{0.0340}{0.3010}$$

$$=0.113.$$

代入②或③，得

$$c=25.2\times 60^{0.113}，或\ c=23.3\times 120^{0.113},$$

都可得到

$$c=40.0.$$

因此所求的切削速度 V(米/分) 与工具寿命 T(分)之间的关系是

$$V \cdot T^{0.113} = 40.0.$$

这里计算 $c = 25.2 \times 60^{0.113}$ 时，可以两边取对数，得 $\lg c = \lg 25.2 + 0.113 \times \lg 60$，即 $\lg c = 1.602$，再取反对数，就得 $c = 40.0$. 同样可以计算 $c = 23.3 \times 120^{0.113}$.

2. 关于复利可以有哪些计算?

我们知道，本金 C 元，每期利率 r，按每期复利一次计算，n 期后的本利和为 A，则有下列计算公式:

$$A = C \cdot (1 + r)^n. \tag{1}$$

这个公式叫做复利公式.

在这个公式中，共有 4 个字母，如果其中一个字母是未知数，其他三个字母都是已知数，那么就可把这个公式看成关于这个未知数的一个方程. 因此，关于复利，可有 4 种计算问题，即

1. 已知 C、r、n，求 A;
2. 已知 A、r、n，求 C;
3. 已知 A、C、n，求 r;
4. 已知 A、C、r，求 n.

这些问题都是怎样解答的呢?

说明和解答:

我们结合实例来说明这些问题的解答.

1. 本金 1000 元，月利率 8‰，每月复利一次，求 1 年后的本利和.