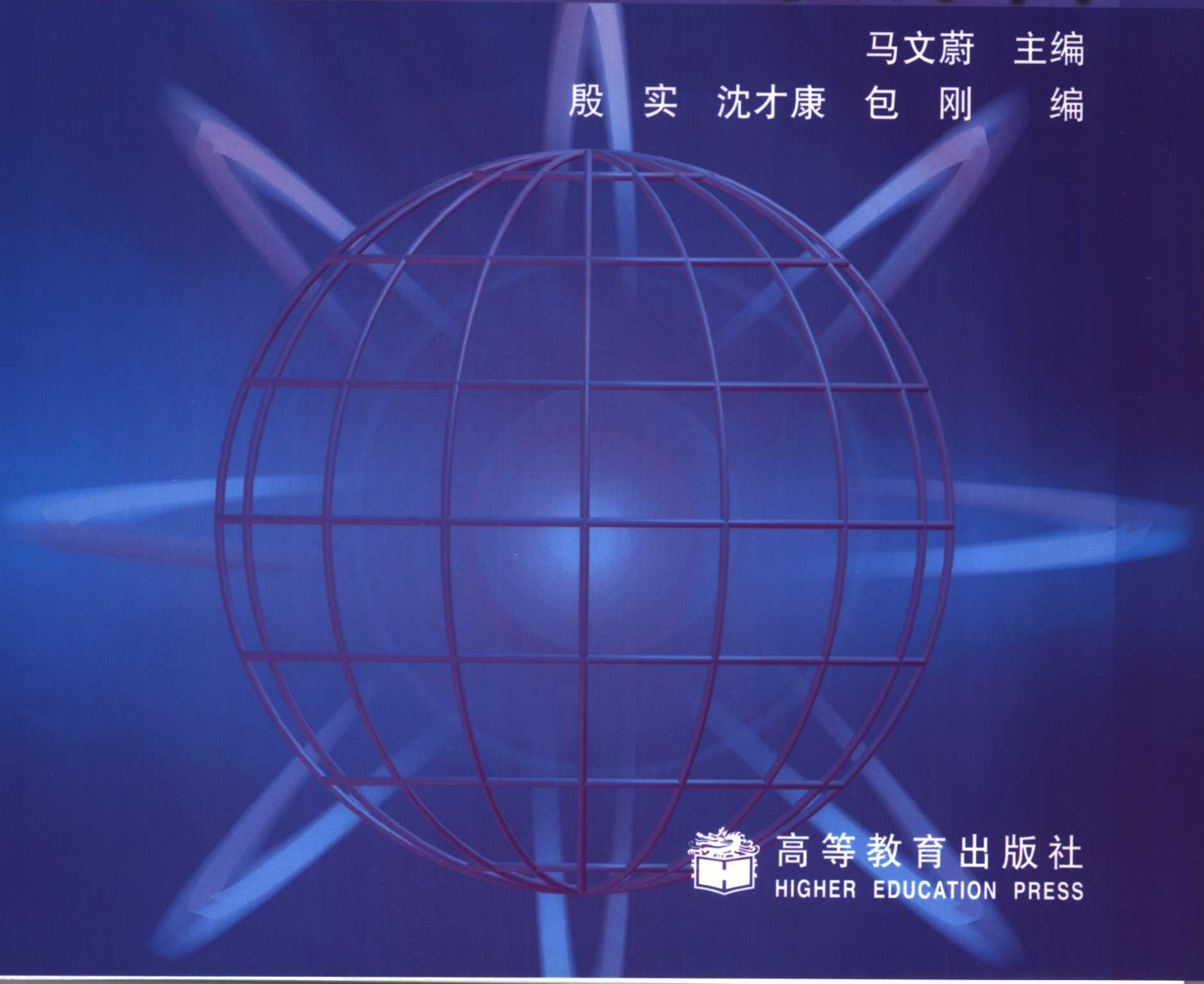
面向21世纪课程教材学习辅导书

物理学

（第五版）

习题分析与解答

马文蔚　主编
殷　实　沈才康　包　刚　编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

面向 21 世纪课程教材学习辅导书

物理学(第五版)

习题分析与解答

马文蔚　主编
殷　实　沈才康　包　刚　编

高等教育出版社

内容简介

本书是为马文蔚等改编的《物理学》(第五版)编写的习题解答。本书对教材中所有的习题进行了分析解答。在编写中,本书贯彻重分析、简解答的指导思想,力求通过对题目的分析,使学生在解题之前,对相关的物理规律有进一步的认识;通过解题方法和技巧的介绍和运用,拓宽学生的解题思路;通过讨论计算结果来进一步明确物理意义。而对于解题过程,本书则尽可能做到简明扼要。

本书适合选用马文蔚等改编《物理学》(第五版)作为教材的师生作为教学和学习参考书使用,也可供其他高等学校理工科各专业师生和社会读者选择使用。

图书在版编目(CIP)数据

物理学(第五版)习题分析与解答/马文蔚主编. 殷实等编. —北京:高等教育出版社,2006. 6

ISBN 7-04-019207-1

Ⅰ. 物… Ⅱ. ①马…②殷… Ⅲ. 物理学-高等学校-解题 Ⅳ. O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 043333 号

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	**免费咨询**	800-810-0598
邮政编码	100011	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京四季青印刷厂	**畅想教育**	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	**版　　次**	2006 年 6 月第 1 版
印　　张	21.25	**印　　次**	2006 年 6 月第 1 次印刷
字　　数	380 000	**定　　价**	24.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

物料号　19207-00

郑重声明

策划编辑　庞永江
责任编辑　王文颖
封面设计　张　楠
责任绘图　尹　莉
版式设计　范晓红
责任校对　杨雪莲
责任印制　尤　静

前　言

本书是根据马文蔚教授等改编的面向21世纪课程教材《物理学》(第五版)一书中的习题而作的分析与解答。与上一版相比,本书增加了选择题,更换了约25%的习题。所选习题覆盖了教育部非物理专业大学物理课程教学指导分委员会制定的《大学物理课程教学基本要求(讨论稿)》中全部核心内容,并选有少量扩展内容的习题;所选习题尽可能突出基本训练和联系工程实际。此外,为了帮助学生掌握求解大学物理课程范围内的物理问题的思路和方法,本书还为力学、电磁学、波动过程和光学热物理、相对论和量子物理基础等撰写了涉及这些内容的解题思路和方法,以期帮助学生启迪思维,提高运用物理学的基本定律来分析问题和解决问题的能力。

物理学的基本概念和规律是在分析具体物理问题的过程中逐步被建立和掌握的,解题之前必须对所研究的物理问题建立一个清晰的图像,从而明确解题的思路。只有这样,才能在解完习题之后留下一些值得回味的东西,体会到物理问题所蕴含的奥妙和涵义,通过举一反三,提高自己分析问题和解决问题的能力。有鉴于此,重分析、简解答的模式成为编写本书的指导思想。全书力求在分析中突出物理图像,引导学生以科学探究的态度对待物理习题,初步培养学生"即物穷理"的精神,通过解题过程体验物理科学的魅力和价值,尝试"做学问"的乐趣。因此对于解题过程,本书则尽可能做到简明扼要,让学生自己去完成具体计算,编者企盼这本书能对学生学习能力的提高和科学素质的培养有所帮助。

本书采用了1996年全国自然科学名词审定委员会公布的《物理学名词》和中华人民共和国国家标准GB3100~3102-93中规定的法定计量单位。

本书由马文蔚教授主编,由殷实、沈才康、包刚、韦娜编写,西北工业大学宋士贤教授审阅了全书并提出了许多详细中肯的修改意见,在此,编者致以诚挚的感谢。

由于编者的水平有限,敬请读者批评指正。

编者

2006年1月于南京

目　录

第一篇　力学

求解力学问题的基本思路和方法

物理学是一门基础学科，它研究物质运动的各种基本规律. 由于不同运动形式具有不同的运动规律，从而要用不同的研究方法处理. 力学是研究物体机械运动规律的一门学科，而机械运动有各种运动形态，每一种形态和物体受力情况以及初始状态有密切关系. 掌握力的各种效应和运动状态改变之间的一系列规律是求解力学问题的重要基础. 但仅仅记住一些公式是远远不够的. 求解一个具体物理问题首先应明确研究对象的运动性质；选择符合题意的恰当的模型；透彻认清物体受力和运动过程的特点等等. 根据模型、条件和结论之间的逻辑关系，运用科学合理的研究方法，进而选择一个正确简便的解题切入点，在这里思路和方法起着非常重要的作用.

1. 正确选择物理模型和认识运动过程

力学中常有质点、质点系、刚体等模型. 每种模型都有特定的含义，适用范围和物理规律. 采用何种模型既要考虑问题本身的限制，又要注意解决问题的需要. 例如，用动能定理来处理物体的运动时，可把物体抽象为质点模型. 而用功能原理来处理时，就必须把物体与地球组成一个系统来处理. 再如对绕固定轴转动的门或质量和形状不能不计的定滑轮来说，必须把它视为刚体，并用角量和相应规律来进行讨论. 在正确选择了物理模型后，还必须对运动过程的性质和特点有充分理解，如物体所受力(矩)是恒定的还是变化的；质点作一般曲线运动，还是作圆周运动等等，以此决定解题时采用的解题方法和数学工具.

2. 叠加法

叠加原理是物理学中应用非常广泛的一条重要原理，据此力学中任何复杂运动都可以被看成由几个较为简单运动叠加而成. 例如质点作一般平面运动时，通常可以看成是由两个相互垂直的直线运动叠加而成，而对作圆周运动的质点来说，其上的外力可按运动轨迹的切向和法向分解，其中切向力只改变速度的大小，而法向力只改变速度的方向. 对刚体平面平行运动来说，可以理解为任一时刻它包含了两个运动的叠加，一是质心的平动，二是绕质心的转动. 运动的独立

性和叠加性是叠加原理中的两个重要原则，掌握若干基本的简单运动的物理规律，再运用叠加法就可以使我们化“复杂”为“简单”. 此外运用叠加法时要注意选择合适的坐标系，选择什么样的坐标系就意味着运动将按相应形式分解. 在力学中，对一般平面曲线运动，多采用平面直角坐标系，平面圆周运动多采用自然坐标系，而对刚体绕定轴转动则采用角坐标系等等.

叠加原理在诸如电磁学，振动、波动等其他领域内都有广泛应用，是物理学研究物质运动的一种基本思想和方法，需读者在解题过程中不断体会和领悟.

3. 类比法

有些不同性质运动的规律具有某些相似性，理解这种相似性产生的条件和遵从的规律有利于发现和认识物质运动的概括性和统一性. 而且还应在学习中善于发现并充分利用这种相似性，以拓宽自己的知识面. 例如质点的直线运动和刚体绕定轴转动是两类不同运动，但是运动规律却有许多可类比和相似之处，如

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad 与 \quad \omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \quad 与 \quad \alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

其实它们之间只是用角量替换了相应的线量而已，这就可由比较熟悉的公式联想到不太熟悉的公式. 这种类比不仅运动学有，动力学也有，如

$$F=ma \qquad 与 \quad M=J\alpha$$

$$\int F\mathrm{d}t=mv-mv_0 \quad 与 \quad \int M\mathrm{d}t=J\omega-L\omega_0$$

$$\int F\mathrm{d}x=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2 \quad 与 \quad \int M\mathrm{d}\theta=\frac{1}{2}J\omega^2-\frac{1}{2}J\omega_0^2$$

可以看出两类不同运动中各量的对应关系十分明显，使我们可以把对质点运动的分析方法移植到刚体转动问题的分析中去. 当然移植时必须注意两种运动的区别，一个是平动一个是转动，状态变化的原因一个是力而另一个是力矩. 此外还有许多可以类比的实例，如万有引力与库仑力、静电场与稳恒磁场，电介质的极化与磁介质的磁化等等. 只要我们在物理学习中善于归纳类比，就可以沟通不同领域内相似物理问题的研究思想和方法，并由此及彼，触类旁通.

4. 微积分在力学解题中的运用

微积分是大学物理学习中应用很多的一种数学运算，在力学中较为突出，也是初学大学物理课程时遇到的一个困难. 要用好微积分这个数学工具，首先应在思想上认识到物体在运动过程中，反映其运动特征的物理量是随时空的变化而变化的. 一般来说，它们是时空坐标的函数. 运用微积分可求得质点的运动方程和运动状态. 这是大学物理和中学物理最显著的区别. 例如通过对质点速度函数中的时间 t 求一阶导数就可得到质点加速度函数. 另外对物理量数学表达式进

行合理变形就可得出新的物理含义. 如由 $\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}\mathrm{d}t$,借助积分求和运算可求得在 t_1-t_2时间内质点速度的变化;同样由 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}\mathrm{d}t$ 也可求得质点的运动方程. 以质点运动学为例,我们可用微积分把运动学问题归纳如下:

第一类问题:已知运动方程求速度和加速度;

第二类问题:已知质点加速度以及在起始状态时的位矢和速度,可求得质点的运动方程.

在力学中还有很多这样的关系,读者不妨自己归纳整理一下,从而学会自觉运用微积分来处理物理问题,运用时有以下几个问题需要引起大家的关注:

(1) 运用微积分的物理条件. 在力学学习中我们会发现,$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t$ 和 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$ 等描述质点运动规律的公式,只是式 $\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}\boldsymbol{v}\doteq\int_0^t\boldsymbol{a}\mathrm{d}t$ 和式 $\int_0^r\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t(\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t)\,\mathrm{d}t$ 在加速度 $\boldsymbol{a}$ 为恒矢量条件下积分后的结果.

此外,在高中物理中只讨论了一些质点在恒力作用下的力学规律和相关物理问题,而在大学物理中则主要研究在变力和变力矩作用下的力学问题,微积分将成为求解上述问题的主要数学工具.

(2) 如何对矢量函数进行微积分运算. 我们知道很多物理量都是矢量,如力学中的 $\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{p}$ 等物理量,矢量既有大小又有方向,从数学角度看它们都是“二元函数”,在大学物理学习中,通常结合叠加法进行操作,如对一般平面曲线运动可先将矢量在固定直角坐标系中分解,分别对 x、y 轴两个固定方向的分量(可视为标量)进行微积分运算,最后再通过叠加法求得矢量的大小和方向;对平面圆周运动,则可按切向和法向分解,对切线方向上描述大小的物理量 a_t、v、s 等进行微积分运算.

(3) 积分运算中的分离变量和变量代换问题. 以质点在变力作用下作直线运动为例,如已知变力表达式和初始状态求质点的速率,求解本问题一条路径是:由 $F=ma$ 求得 a 的表达式,再由式 $\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$ 通过积分运算求得 v,其中如果力为时间 t 的显函数,则 $a=a(t)$,此时可两边直接积分,即 $\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t a(t)\mathrm{d}t$;但如果力是速率 v 的显函数,则 $a=a(v)$,此时应先作分离变量后再两边积分,即 $\int_{v_0}^{v}\frac{1}{a(v)}\mathrm{d}v=\int_0^t\mathrm{d}t$;又如力是位置 x 的显函数,则 $a=a(x)$,此时可利用 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$得 $\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}x}{v}$,并取代原式中的 $\mathrm{d}t$,再分离变量后两边积分,即 $\int_{v_0}^{v}v\mathrm{d}v=\int_{x_0}^{x}a(x)\mathrm{d}x$,用变量代换的方法可求得 $v(x)$ 表达式,在以上积分中建议采用定积分,下限为与积分元对应的初始条件,上限则为待求量.

5. 求解力学问题的几条路径

综合力学中的定律,可归结为三种基本路径,即

(1) 动力学方法:如问题涉及到加速度,此法应首选. 运用牛顿定律、转动定律以及运动学规律,可求得几乎所有的基本力学量,求解对象广泛,但由于涉及到较多的过程细节,对变力(矩)问题,还将用到微积分运算,故计算量较大. 因而只要问题不涉及加速度,则应首先考虑以下路径.

(2)(角)动量方法:如问题不涉及加速度,但涉及时间,此法可首选.

(3) 能量方法:如问题既不涉及加速度,又不涉及时间,则应首先考虑用动能定理或功能原理处理问题.

当然对复杂问题,几种方法应同时考虑. 此外,三个守恒定律(动量守恒、能量守恒、角动量守恒定律)能否成立往往是求解力学问题首先应考虑的问题. 总之应学会从不同角度分析与探讨问题.

以上只是原则上给出求解力学问题一些基本思想与方法,其实求解具体力学问题并无固定模式,有时全靠“悟性”. 但这种“悟性”产生于对物理基本规律的深入理解与物理学方法掌握之中,要学会在解题过程中不断总结与思考,从而使自己分析问题的能力不断增强.

第一章　质点运动学

1－1　质点作曲线运动，在时刻 t 质点的位矢为 $\boldsymbol{r}$，速度为 $\boldsymbol{v}$，速率为 v，t 至 $(t+\Delta t)$ 时间内的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，路程为 Δs，位矢大小的变化量为 Δr（或称 $\Delta|\boldsymbol{r}|$），平均速度为 $\overline{\boldsymbol{v}}$，平均速率为 $\overline{v}$.

（1）根据上述情况，则必有（　　）

（A）$|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s=\Delta r$

（B）$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s\neq\Delta r$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s\neq\mathrm{d}r$

（C）$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r\neq\Delta s$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r\neq\mathrm{d}s$

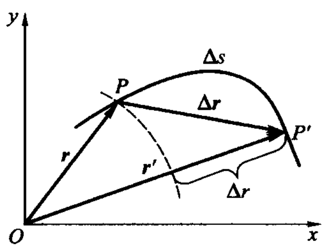
（D）$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s\neq\Delta r$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r=\mathrm{d}s$

（2）根据上述情况，则必有（　　）

（A）$|\boldsymbol{v}|=v,|\overline{\boldsymbol{v}}|=\overline{v}$　　（B）$|\boldsymbol{v}|\neq v,|\overline{\boldsymbol{v}}|\neq\overline{v}$

（C）$|\boldsymbol{v}|=v,|\overline{\boldsymbol{v}}|\neq\overline{v}$　　（D）$|\boldsymbol{v}|\neq v,|\overline{\boldsymbol{v}}|=\overline{v}$

分析与解　（1）质点在 t 至 $(t+\Delta t)$ 时间内沿曲线从 P 点运动到 P' 点，各量关系如图所示，其中路程 $\Delta s=\overset{\frown}{PP'}$，位移大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|=\overline{PP'}$，而 $\Delta r=|\boldsymbol{r}'|-|\boldsymbol{r}|$ 表示质点位矢大小的变化量，三个量的物理含义不同，在曲线运动中大小也不相等（注：在直线运动中有相等的可能）．但当 $\Delta t\to0$ 时，P' 点无限趋近 P 点，则有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，但却不等于 $\mathrm{d}r$．故选（B）．



题 1－1 图

（2）由于 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$，故 $\left|\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|\neq\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$，即 $|\overline{\boldsymbol{v}}|\neq\overline{v}$．

但由于 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，故 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，即 $|\boldsymbol{v}|=v$．由此可见，应选（C）．

1－2　一运动质点在某瞬时位于位矢 $\boldsymbol{r}(x,y)$ 的端点处，对其速度的大小有四种意见，即

（1）$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$；　（2）$\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$；　（3）$\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$；　（4）$\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$．

下述判断正确的是（　　）

（A）只有（1）（2）正确　　（B）只有（2）正确

（C）只有（2）（3）正确　　（D）只有（3）（4）正确

分析与解　$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$表示质点到坐标原点的距离随时间的变化率，在极坐标系中叫径向速率. 通常用符号 v_r表示，这是速度矢量在位矢方向上的一个分量；$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$表示速度矢量；在自然坐标系中速度大小可用公式 $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$计算，在直角坐标系中则可由公式 $v=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$求解. 故选(D).

1－3　质点作曲线运动，$\boldsymbol{r}$ 表示位置矢量，$\boldsymbol{v}$ 表示速度，$\boldsymbol{a}$ 表示加速度，s 表示路程，a_t表示切向加速度. 对下列表达式，即

(1) $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=a$；　(2) $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t=v$；　(3) $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t=v$；　(4) $|\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t|=a_t$.

下述判断正确的是(　　)

(A) 只有(1)、(4)是对的　　(B) 只有(2)、(4)是对的

(C) 只有(2)是对的　　(D) 只有(3)是对的

分析与解　$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$表示切向加速度 a_t，它表示速度大小随时间的变化率，是加速度矢量沿速度方向的一个分量，起改变速度大小的作用；$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$在极坐标系中表示径向速率 v_r(如题 1－2 所述)；$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$在自然坐标系中表示质点的速率 v；而$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$表示加速度的大小而不是切向加速度 a_t. 因此只有(3)式表达是正确的. 故选(D).

1－4　一个质点在做圆周运动时，则有(　　)

(A) 切向加速度一定改变，法向加速度也改变

(B) 切向加速度可能不变，法向加速度一定改变

(C) 切向加速度可能不变，法向加速度不变

(D) 切向加速度一定改变，法向加速度不变

分析与解　加速度的切向分量 a_t起改变速度大小的作用，而法向分量 a_n起改变速度方向的作用. 质点作圆周运动时，由于速度方向不断改变，相应法向加速度的方向也在不断改变，因而法向加速度是一定改变的. 至于 a_t是否改变，则要视质点的速率情况而定. 质点作匀速率圆周运动时，a_t恒为零；质点作匀变速率圆周运动时，a_t为一不为零的恒量，当 a_t改变时，质点则作一般的变速率圆周运动. 由此可见，应选(B).

***1－5**　如图所示，湖中有一小船，有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的船向岸边运动. 设该人以匀速率 v_0收绳，绳不伸长且湖水静止，小船的

速率为 v，则小船作(　　)

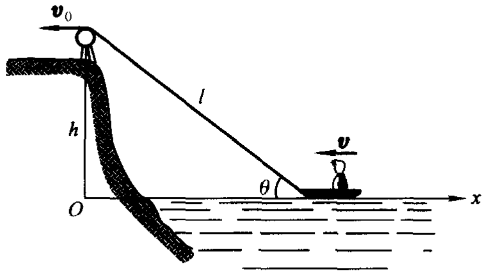
(A) 匀加速运动，$v=\dfrac{v_0}{\cos\theta}$

(B) 匀减速运动，$v=v_0\cos\theta$

(C) 变加速运动，$v=\dfrac{v_0}{\cos\theta}$

(D) 变减速运动，$v=v_0\cos\theta$

(E) 匀速直线运动，$v=v_0$



题 1－5 图

分析与解　本题关键是先求得小船速度表达式，进而判断运动性质. 为此建立如图所示坐标系，设定滑轮距水面高度为 h，t 时刻定滑轮距小船的绳长为 l，则小船的运动方程为 $x=\sqrt{l^2-h^2}$，其中绳长 l 随时间 t 而变化. 小船速度 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{l\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}}{\sqrt{l^2-h^2}}$，式中 $\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$ 表示绳长 l 随时间的变化率，其大小即为 v_0，代入整理后为 $v=\dfrac{v_0}{\sqrt{l^2-h^2}/l}=\dfrac{v_0}{\cos\theta}$，方向沿 x 轴负向. 由速度表达式，可判断小船作变加速运动. 故选(C).

讨论　有人会将绳子速率 v_0 按 x、y 两个方向分解，则小船速度 $v=v_0\cos\theta$，这样做对吗？

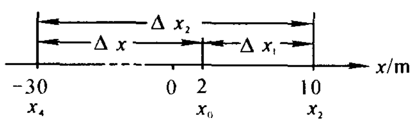
1－6　已知质点沿 x 轴作直线运动，其运动方程为 $x=2+6t^2-2t^3$，式中 x 的单位为 m，t 的单位为 s. 求：

(1) 质点在运动开始后 4.0 s 内的位移的大小；

(2) 质点在该时间内所通过的路程；

(3) $t=4$ s 时质点的速度和加速度.

分析　位移和路程是两个完全不同的概念. 只有当质点作直线运动且运动方向不改变时，位移的大小才会与路程相等. 质点在 t 时间内的位移 Δx 的大小可直接由运动方程得到：$\Delta x=x_t-x_0$，而在求路程时，就必须注意到质点在运动过程中可能改变运动方向，此时，位移的大小和路程就不同了. 为此，需根据 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$ 来确定其运动方向改变的时刻 t_p，求出 $0\sim t_p$ 和 $t_p\sim t$ 内的位移大小 Δx_1、Δx_2，则 t 时间内的路程 $s=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|$，如图所示，至于 $t=4.0$ s 时质点速度



题 1－6 图

和加速度可用$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$和$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$两式计算.

解　(1) 质点在4.0 s内位移的大小

$$\Delta x = x_4 - x_0 = -32\ \mathrm{m}$$

(2) 由

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 0$$

得知质点的换向时刻为

$$t_p = 2\ \mathrm{s}\quad (t = 0\ \text{不合题意})$$

则

$$\Delta x_1 = x_2 - x_0 = 8.0\ \mathrm{m}$$

$$\Delta x_2 = x_4 - x_2 = -40\ \mathrm{m}$$

所以,质点在4.0 s时间间隔内的路程为

$$s = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 48\ \mathrm{m}$$

(3) $t = 4.0$ s时

$$v = \left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=4.0\ \mathrm{s}} = -48\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a = \left.\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=4.0\ \mathrm{s}} = -36\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1-7　一质点沿x轴方向作直线运动,其速度与时间的关系如图(a)所示.设$t=0$时,$x=0$.试根据已知的$v-t$图,画出$a-t$图以及$x-t$图.

分析　根据加速度的定义可知,在直线运动中$v-t$曲线的斜率为加速度的大小(图中AB、CD段斜率为定值,即匀变速直线运动;而线段BC的斜率为0,加速度为零,即匀速直线运动).加速度为恒量,在$a-t$图上是平行于t轴的直线,由$v-t$图中求出各段的斜率,即可作出$a-t$图线.又由速度的定义可知,$x-t$曲线的斜率为速度的大小.因此,匀速直线运动所对应的$x-t$图应是一直线,而匀变速直线运动所对应的$x-t$图为t的二次曲线.根据各段时间内的运动方程$x=x(t)$,求出不同时刻t的位置x,采用描数据点的方法,可作出$x-t$图.

解　将曲线分为AB、BC、CD三个过程,它们对应的加速度值分别为

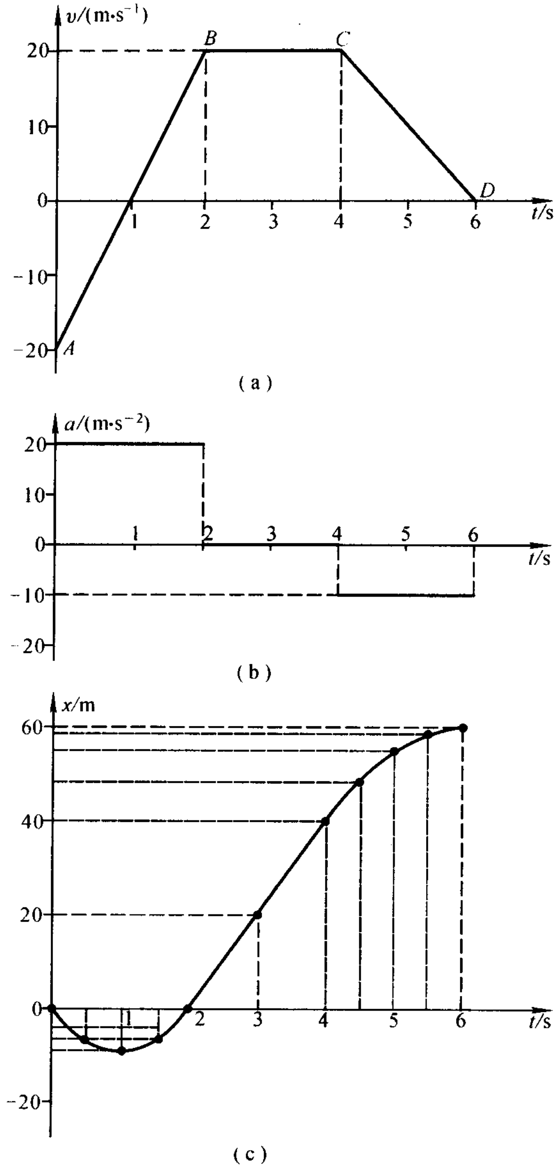
$$a_{AB} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = 20\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\qquad (\text{匀加速直线运动})$$

$$a_{BC} = 0\qquad (\text{匀速直线运动})$$

$$a_{CD} = \frac{v_D - v_C}{t_D - t_C} = -10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\qquad (\text{匀减速直线运动})$$

根据上述结果即可作出质点的$a-t$图[图(b)].

在匀变速直线运动中,有



题 1-7 图

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

由此,可计算在 0~2 s 和 4~6 s 时间间隔内各时刻的位置分别为

t/s	0	0.5	1	1.5	2	4	4.5	5	5.5	6
x/m	0	−7.5	−10	−7.5	0	40	48.8	55	58.8	60

用描数据点的作图方法，由表中数据可作 0 ~2 s 和 4 ~6 s 时间内的 $x-t$ 图. 在 2 ~ 4 s 时间内，质点是作 $v=20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的匀速直线运动，其 $x-t$ 图是斜率 $k=20$ 的一段直线[图(c)].

1 −8 已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(2-t^2)\boldsymbol{j}$，式中 r 的单位为 m，t 的单位为 s. 求：

(1) 质点的运动轨迹；

(2) $t=0$ 及 $t=2$ s 时，质点的位矢；

(3) 由 $t=0$ 到 $t=2$ s 内质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和径向增量 Δr；

*(4) 2 s 内质点所走过的路程 s.

分析 质点的轨迹方程为 $y=f(x)$，可由运动方程的两个分量式 $x(t)$ 和 $y(t)$ 中消去 t 即可得到. 对于 $\boldsymbol{r}$、$\Delta\boldsymbol{r}$、Δr、Δs 来说，物理含义不同，可根据其定义计算. 其中对 s 的求解用到积分方法，先在轨迹上任取一段微元 ds，则 $\mathrm{d}s=\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2}$，最后用 $s=\int \mathrm{d}s$ 积分求 s .

解 (1) 由 $x(t)$ 和 $y(t)$ 中消去 t 后得质点轨迹方程为

$$y=2-\frac{1}{4}x^2$$

这是一个抛物线方程，轨迹如图(a)所示.

(2) 将 $t=0$ s 和 $t=2$ s 分别代入运动方程，可得相应位矢分别为

$$\boldsymbol{r}_0=2\boldsymbol{j},\qquad \boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$$

图(a)中的 P、Q 两点，即为 $t=0$ s 和 $t=2$ s 时质点所在位置.

(3) 由位移表达式，得

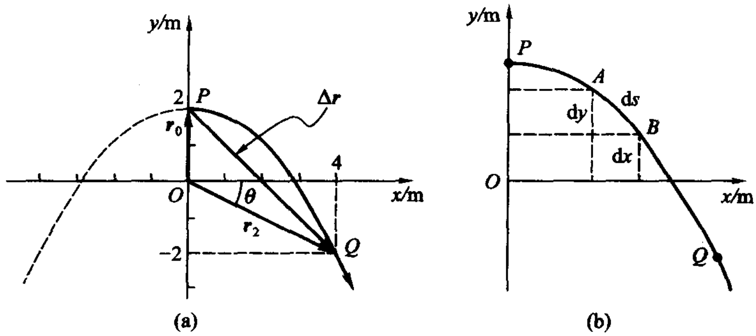
$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_0)\boldsymbol{i}+(y_2-y_0)\boldsymbol{j}=4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$$

其中位移大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}=5.66\ \mathrm{m}$

而径向增量 $\Delta r=\Delta|\boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_0|=\sqrt{x_2^2+y_2^2}-\sqrt{x_0^2+y_0^2}=2.47\ \mathrm{m}$

*(4) 如图(B)所示，所求 Δs 即为图中 $\overset{\frown}{PQ}$ 段长度，先在其间任意处取 AB 微元 ds，则 $\mathrm{d}s=\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2}$，由轨道方程可得 $\mathrm{d}y=-\frac{1}{2}x\mathrm{d}x$，代入 d$s$，则 2 s 内路程为

$$s=\int_P^Q \mathrm{d}s=\int_0^4\frac{1}{2}\sqrt{4+x^2}\,\mathrm{d}x=5.91\ \mathrm{m}$$



题1-8图

1-9 质点的运动方程为

$$x = -10t + 30t^2$$

$$y = 15t - 20t^2$$

式中 x,y 的单位为 m,t 的单位为 s.

试求:(1) 初速度的大小和方向;(2) 加速度的大小和方向.

分析 由运动方程的分量式可分别求出速度、加速度的分量,再由运动合成算出速度和加速度的大小和方向.

解 (1) 速度的分量式为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -10 + 60t,$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 15 - 40t$$

当 $t=0$ 时,$v_{0x} = -10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,$v_{0y} = 15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,则初速度大小为

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = 18.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

设 $\boldsymbol{v}_0$与 x 轴的夹角为 α,则

$$\tan\alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = -\frac{3}{2}$$

$$\alpha = 123°41'$$

(2) 加速度的分量式为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 60\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -40\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

则加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 72.1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

设 $\boldsymbol{a}$ 与 x 轴的夹角为 β,则